

시변 스위칭 면을 갖는 가변구조 제어기의 설계

· 이민중, 김현식, 최영규

부산대학교 전기공학과, E-mail: ykichoi@hyowon.cc.pusan.ac.kr

Design of Variable Structure Controller with Time Varying Switching Surface

· Min-Jung Lee, Hyun-Sik Kim, Young-Kiu Choi

Dept. of Electrical Eng. Pusan National University

Abstract - In this paper, We propose a variable structure controller with time varying switching surface. We calculate the maximum value of switching surface gradient under the bound of input. To enhance the robustness, we choose a time varying switching surface gradient that is of the 3rd order polynomial form. We use evolution strategy to optimize the parameters of the switching surface gradient. Finally, the proposed method is applied to the motor position control. Simulation results show that the proposed method is more useful than the conventional variable structure controller.

1. 서 론

현재 사용하고 있는 가변구조제어기는 두가지의 모드를 가지고 있는데, 첫째는 상태벡터가 초기치에서 상태평면위에 설정된 스위칭면에 도달하게하는 reaching mode와 둘째는 상태벡터가 스위칭면에 도달한 이후에 스위칭면을 따라 안정점으로 수렴하게되는 슬라이딩모드이다. 가변구조제어기의 두드러진 특징은 시스템이 슬라이딩모드 동작을 할 때 시스템 파라미터의 불확실성과 외란 등에 대해 강인하다는 점이다[1]. 그러나 reaching mode에서는 강인성을 보장할 수 없으므로 reaching mode를 감소시키기 위한 시변스위칭면에 대한 연구가 많이 되었다[2]. 하지만 시변스위칭면을 가지는 가변구조제어기에서도 스위칭면 기울기 선택이 여전히 문제로 남아있다. 그래서 본 연구에서는 equivalent control을 적용하였고 제어입력이 포화되는 것을 고려하여 최대 스위칭면 기울기를 구하고 그 값을 스위칭면이 원점을 기준으로 회전하는 가변구조제어기에 적용하였다. 그리고 채터링 현상을 감소시키기 위해 reaching condition을 만족하면서 채터링 현상을 감소시키는 제어입력을 사용하였다[3]. 또한 시변스위칭면 기울기로서 3차 다항함수를 이용하였고 시변스위칭면 기울기를 다항함수의 파라미터와 스위칭 이득값

을 전역적 탐색능력을 가진 진화알고리즘을 이용하여 최적화된 값을 찾아서 시뮬레이션을 통해서 전동기의 위치제어에 적용하였다.

2. 가변구조 제어기의 설계

2.1 Equivalent control

Equivalent control은 시스템이 이상적인 슬라이딩모드 동작을 할 때 상태벡터가 스위칭면위에 항상 존재 할 수 있도록 하는 제어입력 $u_{eq}(x)$ 를 $s(x) = 0$ 의 조건에서 구한다[4]. 2차 시스템 상태방정식과 스위칭면이 다음과 같이 주어졌을 때

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u \quad (1)$$

$$s(x) = Cx \quad (2)$$

$$\text{단, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, C = [c \ 1]$$

식(2)를 미분하여 equivalent control을 구하면

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx = -\frac{1}{b} [a_1x_1 + [c + a_2]x_2] \quad (3)$$

단, $(CB)^{-1}$ 는 nonsingular이다.

식(3)을 식(1)에 대입시키면 등가상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = \{I - B(CB)^{-1}C\}A \cdot x = A_{eq} \cdot x \quad (4)$$

그리고 등가시스템이 안정되기 위해서 등가시스템행렬 A_{eq} 는 Hurwitz 행렬을 만족해야 한다. 그런데 equivalent control은 시스템이 이상적인 슬라이딩모드 동작을 하고 있을 때 가변구조제어 시스템의 고유입력에 대한 등가입력을 구하여 제어를 행하는 것이다. 여기서 시스템 상태벡터가 스위칭면에 도달하기 위한 제어입력이 필요한데 이를 reaching law라고 한다. 그러나 reaching law에 의해서 채터링 현상이

발생하므로 본 논문에서는 reaching condition을 만족하면서 슬라이딩모드 동작시 reaching law는 zero가 되는 식(5)와 같은 형태의 제어입력을 선택하였고 reaching condition($\dot{s} < 0$)을 만족한다.

$$u = u_{eq} - ks \quad (5)$$

단, k 는 스위칭 이득

2.2 시변 스위칭면

식(4)에서 Hurwitz 조건을 만족하는 스위칭면의 조건식 $c > 0$ 을 구할 수 있다. 그리고 시스템이 슬라이딩모드 동작을 할때 식(5)에서 reaching law는 zero가 되므로 제어입력은 u_{eq} 만의 함수가 된다. 그러므로 제어입력의 제약조건은 $|u_{eq}| \leq u_{max}$ 와 같이 나타낼 수 있다. 그리고 상태벡터가 스위칭면위에 있을 때 $s = 0, \dot{s} = 0$ 를 만족하므로 식(2)에서 x_2 의 값을 구하여 식(4)에 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$|u_{eq}| = |-a_1 + [c + a_2]c \frac{x_1}{b}| \leq u_{max} \quad (6)$$

그런데 reaching mode에서 $\dot{s}(t) = -bks$ 이 되고 양변을 적분하면 reaching mode동안의 s 값을 수식적으로 구할 수 있고 이 값을 식(2)에 대입하면 reaching mode에서 x_1 의 값은 단조감소함수 이므로 x_1 의 boundary값을 알 수 있다. 그러므로 식(6)은 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$|c^2 + a_2c - a_1| \leq \frac{|b| U_{max}}{|x_{1max}|} \quad (7)$$

식(7)식에서 c 에 대한 2차곡선과 직선의 교차점을 찾으면 스위칭면 기울기의 최대값을 구할 수 있다.

$$c_{max} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 + 4\left(a_1 + \frac{|b| U_{max}}{|x_{1max}|}\right)}}{2} \quad (8)$$

식(8)에서 $c_{max} > 0$ 조건으로부터 c_{max} 의 값중에서 양의 값을 선택하면 c_{max} 의 값을 구할 수 있고, 그리고 c_{max} 의 값을 시변스위칭면을가지는 가변구조제어기에 적용하였다. 여기서 시변스위칭면이 다음과 같이 주어졌을 때

$$s = x_2 + c(t)x_1 \quad (9)$$

스위칭면 기울기는 초기치부터 c_{max} 까지 변화를 한다. 그리고 식(9)에서 equivalent control을 구하면 다음과 같다.

$$u_{eq} = -\frac{1}{b}((a_1 + \dot{c}(t))x_1 + (a_2 + c(t))x_2) \quad (10)$$

위의 식에서 $c(t)$ 가 시간에 따라 변화를 하여도 항상 $s = 0$ 를 만족하게 된다. 여기서 시변스위칭면 기울

기는 3차 다항함수를 이용하였다.

$$c(t) = \sum_{i=1}^3 a_i t^i \quad (11)$$

그리고 식(11)식의 파라미터 a_i 와 reaching law에서 스위칭 이득 k 의 값은 최적해 탐색에 있어서 유용한 진화전략을 사용하였다. 진화전략은 다른 알고리즘에 비해 구현이 간단하고 파라미터를 부호화하지 않고 그대로 사용하며, 부모세대에 가우시안 랜덤변수를 더하여 얻어지는 돌연변이연산을 이용하여 자손세대를 만드는 특징이 있다[5]. 여기서 돌연변이 연산은 다음 식과 같다.

$$h^{i+1} = h^i + N(0, \sigma) \quad (12)$$

h^i : 이전 세대의 탐색 파라미터

h^{i+1} : 다음 세대의 탐색 파라미터

σ : 표준편차

그리고 하나의 개체는 다음식과 같이 주어지고.

$$\text{Individual } h = f_i(a_1, a_2, a_3, k) \quad (13)$$

단, a_1, a_2, a_3, k 는 식(11)의 파라미터이고 스위칭 이득이다.

본 연구에서 사용한 적합도 함수는 다음과 같다.

$$\text{fitness}(i) = \frac{1}{1 + \sum_{j=0}^m [(\sum \text{error})^2 + (\sum s)^2 + (\sum \dot{s})^2]} \quad (14)$$

3. 시뮬레이션 및 결과

앞에서 얻은 결과를 이용하여 전동기 위치제어에 시뮬레이션을 적용하였다. 전동기의 동적방정식은 다음과 같다.

$$J\dot{\omega} + B\omega + T_l = K_t u \quad (15)$$

단, J 는 관성 모멘트, B 는 마찰계수, K_t 는 토오크 상수, ω 는 전동기의 속도를 나타낸다.

여기서 전동기 파라미터의 값은 $J = 0.068 \text{ Kg m}^2$, $K_t = 3.475 \text{ Nm A}^{-1}$, $B = 0.03475 \text{ Nm s}$, $T_l = 0$ 이 되고 제어입력의 최대값은 $u_{max} = 3.3$ 일 때 최대 스위칭면 기울기의 값은 식(15)으로부터 $c_{max} = 10.861$ 의 값을 얻을 수 있다. 진화전략을 이용하여 100 세대동안 진화를 시켰을 때의 결과는 그림 1에서 그림 6에 나타내었다. 그림 2에서 시변스위칭면기울기를 다항함수의 파라미터와 스위칭 이득이 최적점에서 수렴함을 보여주고 있다. 그림 3에서 스위칭면이 시간에 따라 변화를 하지만 $s \approx 0$ 값을 유지하고 있고, 그림 4에서는 채터링이 없는 제어입력을 보여주고 있다. 그리고 그림 5와 그림 6에서는 0.05와 0.1 초사이에 외란을 인가하였을 때 고정된 스위칭면을 가지는 가변구조 제어와 시변 스위칭면을 가지는 가변구조 제어의 출력을 보여주고 있다. 그림 5와 그림 6에서 보는 것과 같이 시변스위칭면을 가지는 가

변구조제어기가 고정 스위칭면을 가지는 가변구조제어기에 비해 강인성이 증대됨을 볼수있다.

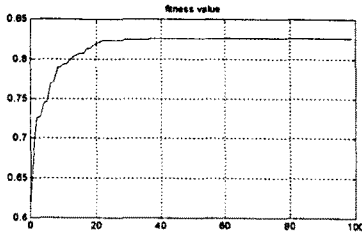


그림 1. 100세대 동안의 적합도 함수의 값

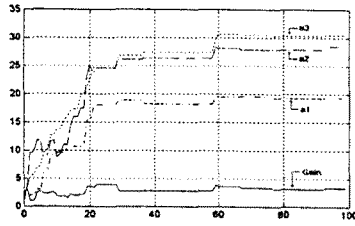


그림 2. 파라미터와 스위칭 이득

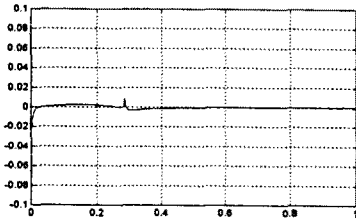


그림 3. 시변 스위칭면

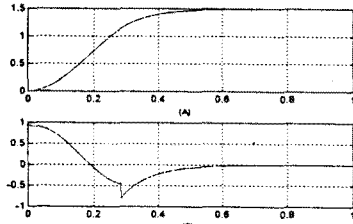


그림 4. (A) 출력값 (B) 제어입력

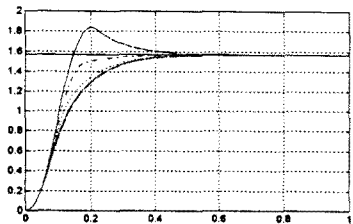


그림 5. 외란이 있을 때 고정 스위칭면의 가변구조

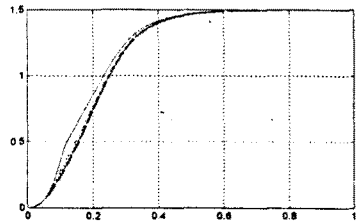


그림 6. 외란이 있을 때 시변 스위칭면의 가변구조

4. 결 론

본 연구에서는 제어입력의 제약조건이 있을 때 equivalent control을 이용하여 스위칭면 기울기의 최대값을 구했고, 이 값을 시변스위칭면에 적용을 하였다. 그리고 시변스위칭면을 다항함수의 파라미터와 reaching law의 스위칭 이득을 진화 알고리즘을 사용하여 최적화 시켰다. 최적화된 값을 전동기의 동적방정식에 적용하여 스위칭면이 시간에 따라 변화를 해도 상태벡터는 스위칭면 $s=0$ 에 항상 머무르게 되어 강인성이 증가되는 것을 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] U. Itkis, *Control Systems of Variable Structures*, New York : Wiley, 1976
- [2] A. Bartoszewich, "Time-varying sliding modes for second - order systems," *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol.143, no. 5, pp. 455-462, 1996.
- [3] Weibing Gao and James C. Hung, "Variable structure control of nonlinear systems : a new approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 45-55, 1993.
- [4] John Y. Hung, Weibing Gao and James C. Hung, "Variable Structure Control : A Survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
- [5] Zbigniew Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1995.