

퍼지 식별을 이용한 카오스 시계열 데이터 예측

고 재호*, 방 성윤*, 도 병조*, 배 영철**, 임 화영*

* 광운대학교 제어계측공학과, ** 산업 정보 기술원

Prediction of Chaotic Time Series Using Fuzzy Identification

Ko Jae-Ho*, Bang Sung-Yun*, Do Byung-Jo*, Bae Young-Chul**, Yim Hwa-yeoung*

* Dept. of Control & Inst. Eng. Kwangwoon Univ. ** KINITE

Abstract

In this paper, fuzzy logic system equipped with the back-propagation training algorithm as identifiers for nonlinear dynamic systems is described.

To improve its performance, Jacob's delta-bar-delta rule is adapted in adjusting stepsize α , and only \bar{y}' and α updating algorithm is suggested.

In identifying and predicting the chaotic time series, suggested method is better than Li-Xin Wang's method.^[1]

1. 서 론

퍼지 시스템은 파라미터들이 확실한 물리적 의미를 가지고 있어 초기 파라미터의 선정이 신경 회로 망등의 다른 비선형 시스템보다 용이하며, 전문가의 지식, 운전자의 경험 등을 그대로 적용할 수 있는 장점이 있다.

Li-Xin Wang^[1]은 퍼지 시스템을 전방향 네트워크(feedforward network)로 치환한 후, 역전파 알고리즘을 적용하여 학습능력을 가진 퍼지 시스템을 구현하였으나, 파라미터 \bar{y}' , \bar{x}_i' , σ_i' 를 모두 학습하여 파라미터 간의 영향이 이미 안정화된 다른 파라미터를 변동시키고, 스텝폭 α 를 고정시켜 수렴 속도가 저하되는 단점이 있었다.

본 논문에서는 퍼지 역전파 알고리즘의 스텝폭 α 를 최적화하기 위하여 신경회로망의 delta-bar-delta 규칙을 적용하는 알고리즘 및 \bar{y}' 만을 갱신하여 계산속도를 향상시키는 알고리즘을 제시하였다.

구현된 퍼지 역전파 시스템으로 불규칙하고 장기 예측이 불가능한 카오스 시계열 데이터를 추정(estimation)하도록 학습하고 일정 시간 경과후에

학습을 중단시켜 시계열 데이터를 예측하도록 하였다.

2. 본 론

2. 1. 퍼지 역전파 알고리즘

퍼지 시스템은 식 (1)과 같이 정의되고

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}'_i \left[\prod_{j=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_j - \bar{x}_j'}{\sigma_j'}\right)^2\right) \right]}{\sum_{i=1}^M \left[\prod_{j=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_j - \bar{x}_j'}{\sigma_j'}\right)^2\right) \right]} \quad (1)$$

식(1)의 퍼지 시스템을 식(2)와 같이 치환하면 입력 x 가 z' 을 변화시키고 z' 이 a 와 b 에 인가되어 출력 y 를 변화시키는 전방향 네트워크(feedforward network)로 나타낼 수 있다.

$$z' = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i'}{\sigma_i'}\right)^2\right) \\ b = \sum_{i=1}^M z', \quad a = \sum_{i=1}^M \bar{y}'_i z', \quad f = a/b \quad (2)$$

식별하고자 하는 비선형 시스템의 출력을 y 라 하고 식(1)의 퍼지 시스템과의 오차를 다음과 같이 정의한 후,

$$e = \frac{1}{2} [f(x) - y]^2 \quad (3)$$

오차가 최소가 되도록 파라미터 \bar{y}' , \bar{x}_i' , σ_i' 을 최급 강하법(steepest descent method)을 적용하여 구하면

$$\bar{y}'(q+1) = \bar{y}'(q) - \alpha \frac{\partial e}{\partial \bar{y}'} \Big|_q$$

$$\bar{x}_i'(q+1) = \bar{x}_i'(q) - \alpha \frac{\partial e}{\partial x_i'} \Big|_q \quad (4)$$

$$\sigma_i'(q+1) = \sigma_i'(q) - \alpha \frac{\partial e}{\partial \sigma_i'} \Big|_q$$

식 (4)로부터 식(5)와 같이 정해진다.

$$\frac{\partial e}{\partial y'} \Big|_q = \frac{f-y}{b} z'$$

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma_i'} \Big|_q = \frac{f-y}{b} (\bar{y}'(q) - f) z' \frac{2(x_{oi}^p - \bar{x}_i'(q))^2}{\sigma_i^3(q)} \quad (5)$$

2.2. 스텝폭 α 의 최적화

식(5)는 \bar{y}' , \bar{x}_i' , σ_i' 의 세가지 파라미터를 갱신하지만 스텝폭 α 를 고정하여 수렴 속도가 떨어지는 단점이 있다. 스텝폭 α 의 최적화 및 계산 속도의 향상을 위하여 식(1)과 식(5)로부터 식(6)의 스텝폭을 결정하는 수식이 유도된다.

$$\alpha = \frac{(\sum_{i=1}^M z')^2}{\sum_{i=1}^M (z')^2} \quad (6)$$

2.3. 카오스 시계열 데이터 예측

제안된 알고리즘(식(6) 및 delta-bar-delta 규칙의 적용)을 이용하여 불규칙한 진동 신호인 카오스 시계열 데이터를 학습시켜 식별하고 예측하도록 하였다.

카오스 시계열 데이터는 Henon Map, Logistic Map, Mackey-Glass의 카오스 시계열 데이터등 여러 경우에 적용하였다.

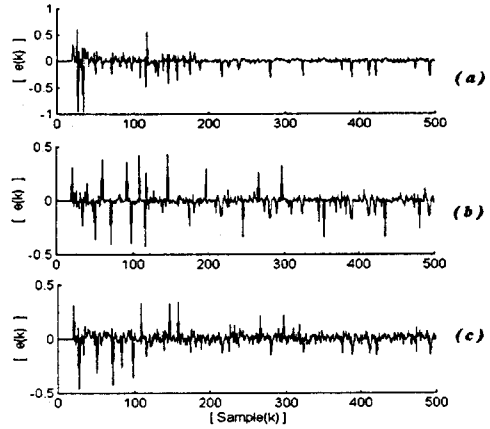
2.3.1 Henon Map

Henon Map은 식(7)로 표현되는 비선형 시스템으로 비선형항 $ay^2(k)$ 를 식별하고 학습시켜 예측했을 때의 오차 신호 $e(k)$ 를, (a) Li-Xin Wang의 방법, (b)delta-bar -delta 규칙, (c) 식(6)의 순서로 나타내었다.

$$y(k+1) = x(k) + 1 - ay^2(k)$$

$$x(k+1) = by(k)$$

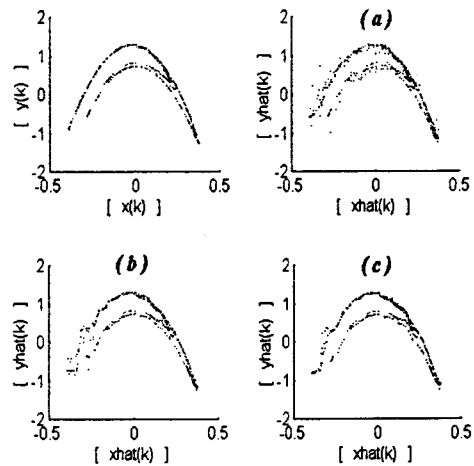
$$x(0) = -0.3321, y(0) = -0.3519, a = 1.4, b = 0.3 \quad (7)$$



< 그림 1 > Henon Map의 예측 오차

< Fig.1 > Prediction error of Henon Map

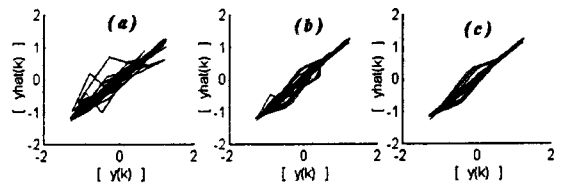
그림 2에 예측된 어트랙터를 그림 1과 동일한 순서로 나타내었다.



< 그림 2 > Henon 어트랙터의 예측

< Fig.2 > Prediction of Henon Attractor

그림 3에 본래의 신호를 X축에 예측된 신호를 Y축에 나타내어 예측 척도를 제시하였다.



< 그림 3 > 예측 척도

< Fig. 3 > Prediction Measure

2.3.2 Logistic Map

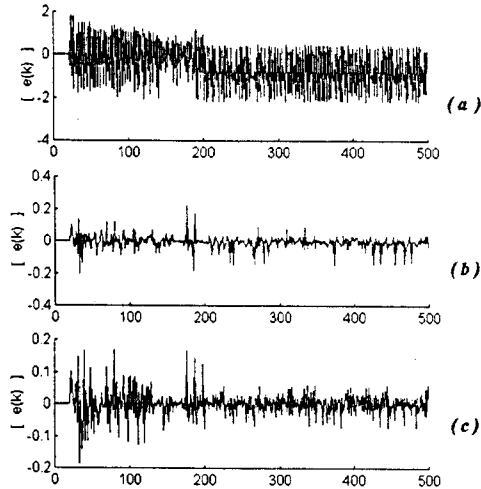
Logistic Map은 식(8)로 표현되는 비선형 시스템으

로 그림 4 ~ 그림 5에 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

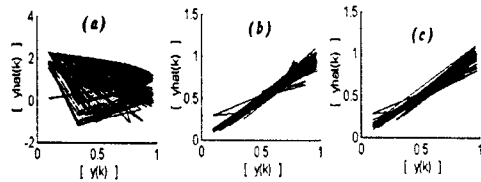
$$y(k+1) = ry(k) - ry^2(k)$$

$$y(0) = 0.1, r = 3.9$$

(8)



< 그림 4 > . Logistic Map의 예측 오차
< Fig.4 > Prediction error of Logistic Map



< 그림 5 > 예측 척도
< Fig. 5 > Prediction Measure

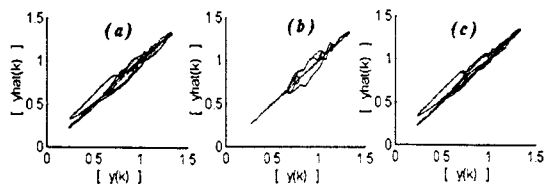
2.3.2 Mackey-Glass의 카오스 시계열 데이터

Mackey-Glass의 시계열 데이터는 식(9)로부터 구해지며, 그림 6 ~ 그림 7에 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

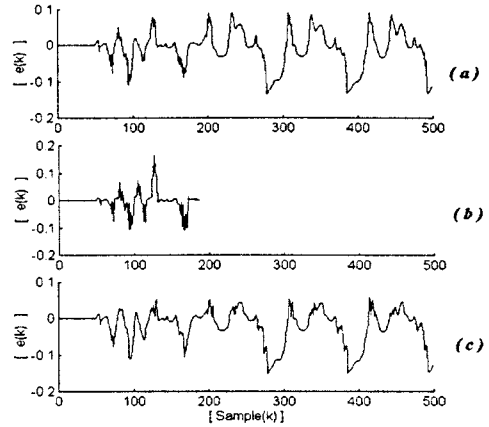
$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t)$$

(9)

$$\tau = 30$$



< 그림 6 > 예측 척도
< Fig. 6 > Prediction Measure



< 그림 7 > . Logistic Map의 예측 오차
< Fig.7 > Prediction error of Logistic Map

3. 결 론

본 논문에서는 퍼지 역전과 알고리즘의 스텝폭 α 를 최적화하기 위하여 신경회로망의 δ - $\bar{\delta}$ 규칙을 적용하는 알고리즘 및 \bar{y} 만을 갱신하여 계산속도를 향상시키는 알고리즘을 제시하였다.

제안된 알고리즘은 예측 오차를 현격하게 감소시키는 우수한 성능을 나타내었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Li-Xin Wang, "A Course in Fuzzy and Control", Prentice-Hall, 1997
- [2] Li-Xin Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis", Prentice-Hall, 1994
- [3] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, "An Introduction to Fuzzy Control", Springer, 1993
- [4] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part I", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, vol. 20, No. 2, pp. 404-418, 1990
- [5] C. C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller - Part II", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, vol. 20, No. 2, pp. 419-435, 1990
- [6] M. Beale, H. Demuth, "Fuzzy Systems Toolbox for Use with MATLAB", PWS, 1994
- [7] A. Cichocki, R. Unbehauen, "Neural Network for Optimization and Signal Processing", Wiley, 1993