

전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

*고재호, **배영철, *임화영

* 광운대학교 제어계측공학과, ** 산업 기술 정보원

Chaos Synchronization of Chua's Circuit with Transmission Line

*Ko Jae-Ho, **Bae Young-Chul, *Yim Wha-Young

* Dept. of Control and Instrumentation Eng, Kwang Woon Univ., ** KINITI

Abstract

In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Chua's circuits are proposed and a wire synchronizations are investigated.

As several problems have been found in both the drive-response synchronization and the coupled synchronization in the previous researches, a new drive-coupled synchronization theory is proposed that can be applicable to wire communication.

Since the synchronization of the wire transmission system is impossible by coupled synchronization, theory having both the drive-response and the coupled synchronization is proposed. As a result, the chaos synchronization has delay characteristics in the wire transmission system caused by the line parameters L and C.

1. 서 론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. Chua는 간단한 전자 회로로 카오스 현상이 존재함을 증명하였다. Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항 (3 - segment piecewise - linear resistor) 과 4개의 선형 소자인 (R, L, C₁, C₂)로 구성되는 발진회로이다.

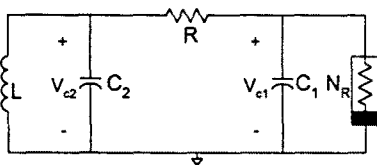


그림 1. Chua 회로

Fig. 1. Chua's circuit

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[1]를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} = G(v_{C_1} - v_{C_2}) - g(v_{C_1})$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} = G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{C_2} \quad (1)$$

여기서 $G = 1/R$, $g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는 3구분 선형 함수 (3 - segment piecewise-linear function) 이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) [|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \quad (2)$$

여기서 m_0 는 외부 영역의 기울기, m_1 은 내부 영역의 기울기, $\pm B_P$ 는 break-point이다.

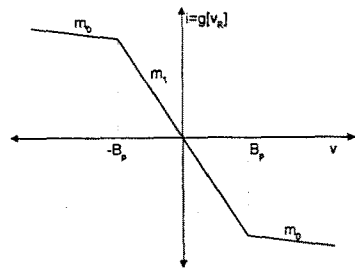


그림2. 비선형 저항의 전압 전류 특성

Fig.2. v-i characteristic of nonlinear resistor

본 연구에서는 동일한 2개의 Chua 회로 사이에 전송선로를 둔 카오스 동기화에 관하여 연구하였다

2. 카오스 동기화

지금까지 Chua 회로의 동기화에 관한 연구는 결합 동기와 구동 동기 이론은 결합 저항과 버퍼를 사용하여 송수신부를 결합하거나 구동시키고 있어서 실제 선로를 고려하지 않은 경우의 동기화를 다룬 것이다.

본 논문에서는 실제 선로에 적용 가능한 유,무선 선로를 매체로 송,수신부 사이에 전송선로를 두고 동기화하는 방안을 연구하였다.

동일한 2개의 Chua 회로 사이에 RLCG 전송로를 연결한 유선 선로에서 구동-결합 동기 이론과 결합 동기 이론을 적용한 동기화 회로를 등가적으로 그림 3에 나타내었다.

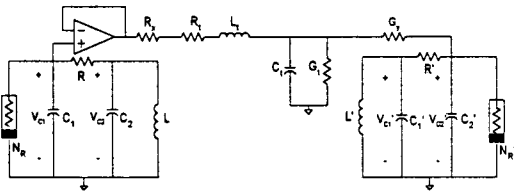


그림 3. RLCG 전송 선로를 가진 Chua 동기화 회로
Fig. 3. Chua's synchronization circuit with RLCG transmission line

그림 3은 Chua 회로의 송신부와 전송 선로를 구동-결합 동기 방법을 적용하였으며 전송 선로와 수신부에서는 결합 동기 방식을 적용하였다. 그 이유는 구동 동기가 시스템에 따라 구동하지 못하는 경우가 생기며 결합 동기는 시스템에 불안정한 영역이 발생하여 동기화가 이루어지지 못하는 경우가 나타나기 때문이다.

그림 3의 RLCG 전송선로를 가진 동기화 회로의 상태방정식을 다음식과 같다.

송신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_1} \end{aligned} \quad (3)$$

RLCG 전송부의 상태방정식

$$\begin{aligned} L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - (R_x + R_t)i_{L_t} - v_{c_2} \\ C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} &= i_{L_t} - (G_t + G_y)v_{c_t} + G_y v_{c_1} \end{aligned} \quad (4)$$

수신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_2' \frac{dv_{c_2'}}{dt} &= G'(v_{c_1}' - v_{c_2}') + i_{L'} \\ C_1' \frac{dv_{c_1}'}{dt} &= G'(v_{c_2}' - v_{c_1}') - g(v_{c_1}') + G_y(v_{c_1} - v_{c_1}') \\ L' \frac{di_{L'}}{dt} &= -v_{c_1}' \end{aligned} \quad (5)$$

$v_x = v_{c_1} - v_{c_1}'$, $v_y = v_{c_2} - v_{c_2}'$, $i_z = i_L - i_{L}'$ 라 정의하고 식(3), 식(4), 식(5)에서 차 시스템을 구하면 식(6)와 같이 5차 시스템으로 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_x}{dt} &= G(v_y - v_x) - S_1 v_x + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_y}{dt} &= G(v_x - v_y) + i_z \\ L \frac{di_z}{dt} &= -v_y \\ C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} &= -G_t v_{c_t} + i_{L_t} + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\ L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - v_{c_1}' - (R_x + R_t)i_{L_t} \end{aligned} \quad (6)$$

식(4-6)에서 차 시스템은 시간이 지남에 따라 0으로 수렴해가는, 즉 $\lim_{t \rightarrow \infty} |v_x| = \lim_{t \rightarrow \infty} |v_y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |i_z| = 0$ 가 되면 동기화가 이루어지는 것이다.

식 (6)을 상태방정식 꼴로 고치고

간략화하기 위해 $x_1 = v_x$, $x_2 = v_y$, $x_3 = i_z$, $x_4 = v_{c_t}$, $x_5 = i_{L_t}$, $u = v_{c_1}' - v_{c_1}$, $= v_{c_1} - v_{c_1}'$ 라 놓고 정리하면 식(7)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(G+S_1)}{C_1} & \frac{G}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{G}{C_2} & \frac{-G}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-G_t}{C_t} & \frac{1}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_t+R_x}{L_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G_y}{C_t} \\ \frac{1}{L_t} \end{bmatrix} u \quad (7)$$

식 (7)에 식 (8)의

$$\begin{aligned} L, L' &= 18 \text{ mH} & R_x &= 780 \Omega & C_t &= 0.062 \mu\text{F} \\ C_1, C_1' &= 10 \text{ mH} & G_y &= 0.01 \Omega & G_t &= 1.5 \mu\text{S} \\ C_2, C_2' &= 100 \text{ mH} & R_t &= 89.7 \Omega & & \\ R, R' &= 1.74 \text{ K}\Omega & L_t &= 0.04 \text{ H} & & \end{aligned} \quad (8)$$

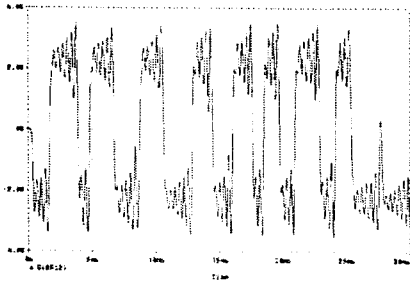
시스템 파라미터를 대입한 특성 방정식으로부터 안정한 조건의 R_x 와 G_y 값은 $R_x > 700 \Omega$, $G_y > 0.0125 \Omega$ 이 되며 이를 적용한 동기화 결과를 송,수신부의 시계열 데이터, 위상 공간으로 그림 4에 나타내었다.

3. 결 론

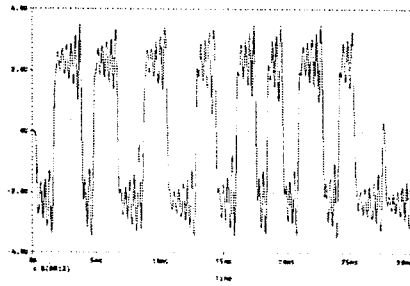
본 연구에서는 두 개의 동일한 Chua 회로에 전송 선로를 두어 RLCG 전송로를 구성한 후 구동-결합 동기 이론을 새롭게 적용한 동기화 방법을 제시하였으며, RLCG 전송 선로를 가진 Chua 회로의 카오스 동기화는 전송 선로의 L과 C 영향에 의한 시간 지연이 있는 동기화가 이루어짐을 확인할 수 있었다. 앞으로 시간 지연이 적은 동기화가 연구 과제로 남는다.

참 고 문 헌

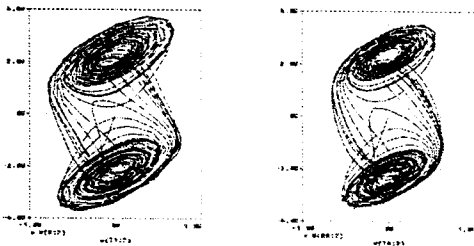
- [1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058, 1984.
- [2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation과 Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp.664 - 666, 1995.
- [3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학회 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.
- [4] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 파라미터 변화에 의한 Period-doubling과 Bifurcation에 관한 연구", 한국 자동제어 학술 회의 논문집, pp. 482 - 485, 1995.
- [5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, " Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.
- [6] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, " Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos " Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993.



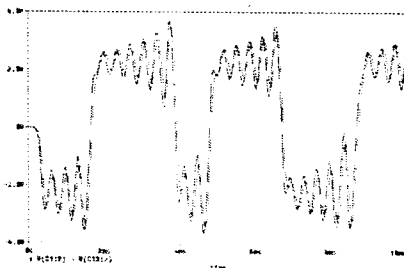
(a) 송신부의 시계열 데이터
(a) Time series of transmitter



(b) 수신부의 시계열 데이터
(b) Time series of receiver



(c) 송,수신부의 위상공간
(c) Phase portrait of transmitter-receiver



(d) 송,수신부의 시계열 데이터 비교
(d) Compare of time series difference of transmitter-receiver

그림 4. 유선통신에서의 카오스 동기화 결과
Fig. 4. Chaos synchronization with wire transmission line