

특이섭동방식을 이용한 비선형 적응제어에 관한 연구

김 도우*, 이 형찬**, 양 해원*
 한양대학교 전기공학과, 대전대학교 전기공학과**

Adaptive controller design for nonlinear systems Using Singular perturbation Method

Do-woo Kim*, Hyung-chan Rhee**, Hai-won Yang*
 Dept. of Elec. Eng. Hanyang University*, Dept. of Elec.Eng. Daajin University**

Abstract - In this paper, we introduce a new adaptive controller for induction motor based on singular perturbation theory. The design of 5th induction motor was changed for the 3rd modeling using the singular perturbation method. The resulting boundary layer and quasi-steady-state systems are made exponentially stable. Therefore the statements of Tychonov's theorem are valid for an infinite time interval for induction motor, too.

1. 서 론

유도기의 모델은 상당히 복잡하고, 비선형적 요소가 많다. 따라서, 지금까지 유도기의 제어에 있어서 적응제어에 관한 많은 접근방법들이 있어왔다. 그중 Marino등의 적응제어기법은 수식전개와 시스템의 안정도 증명이 복잡하다[2],[5]. 이는 직접적 전압제어방식이 아닌 전압을 전류로 변환시키는 방식의 모델을 사용하기 때문이다.

본 논문은 이러한 유도기 제어에 있어서의 문제점을 개선하고자 유도기를 직접 전압제어 할 수 있도록 모델을 근사화하는 기법인 특이섭동(singular perturbation)방법을 이용한다[1].

따라서, 본 논문에서는 특이 섭동방법을 이용하여 전기적, 기계적 동특성을 둘다 포함하는 유도기의 5차모델을 근사화된 3차 모델로 변형하였다. 그리고, 근사화된 3차모델로 적응제어에 의한 전압제어입력을 구하였고, 미지의 로드 토오르크를 추정하여 유도기를 제어한다. 또한, 유도기의 특이섭동모델에서 나타나는 경계층 시스템(boundary layer system)과 유사정상상태 시스템(quasi-steady-state system)의 지수적 안정을 입증함으로써 유도기의 특이섭동모델도 무한시간영역에서 티코노프 정리(Tychonov's theorem)가 타당함을 보인다[3].

유도기에 특이섭동방법을 이용하는데 있어서 첫번째 문제점은 시스템의 모델링작업이다. 즉 제어하고자하는 시스템에서 모델차수를 증가시키는 적은값의 상수(small constant)를 찾아내어, 특이섭동형식으로 표현하는데 있다. 두번째 문제점은 특이섭동형식의모델에서 적은값의 상수를 무시하여 단순화된 모델이 완전한 모델의 시스템과 유사한 결과를 갖는 것이다. 따라서, 이와같은 문제점을 해결하기위해서 단순화된 모델이 완전한 모델을 사용하였을때와 같은 결과를 얻을수있도록 느림과 빠름이라는 이중시간분할(Two-Time-scale) 개념을 사용한다. 따라서 본논문은 이와 같은 시간분할성질을 이용하여 3차의 근사화된 모델로서도 기존의 5차의 전류변환모델과 같은 결과를 얻을수 있고, 보다 간단하게 유도기의 적응제어 안정성 문제를 해결할 수 있다[4].

2. 특이섭동형식에서의 이중시간 분할특성

$$\dot{x} = f(x, z, t), \quad x(t_0) = x^0, \quad x \in R^n \tag{2.1}$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(x, z, t), \quad z(t_0) = z^0, \quad z \in R^m \tag{2.2}$$

식(2.1),(2.2)과 같은 특이섭동형식의 시스템은 느린응답과 빠른응답으로 구분되는 다중시간분할이 존재한다. 즉, 완전한 모델의 응답과 적은값의 상수를 영으로 설정하여 얻어진 근사화 모델의 응답사이에 과도상태 오차가 존재한다[1].

식(2.2)에서 적은값의 상수 ε 가 영일 때 다음과 같은 초월함수식을 갖는다.

$$0 = g(\bar{x}, \bar{z}) \tag{2.3}$$

초월함수에서 제외된 변수 z 에 대치된 \bar{z} 에 대하여 아래와 같은 가정이 성립한다.

가정 1

식(2.3)는 고립된 실수근(isolated real root)

$$\bar{z} = \bar{\mathcal{O}}_i(\bar{x}, t), \quad i=1,2,\dots,n$$

을 갖는다.

가정 1에 의해 식(2.3)은 다음과 같이 표현될 수있다.

$$\bar{x} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{\mathcal{O}}_i(\bar{x}, t), t), \quad \bar{x}(t_0) = x^0 \tag{2.4}$$

여기서 $\bar{x}(t)$ 도 $x(t)$ 에서처럼 동일한 초기조건을 갖는다고 할 때 식(2.4)은 다음과 같이 간략하게 나타낼수 있고, 이를 유사정상상태 시스템이라한다.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}, t), \quad \bar{x}(t_0) = x^0 \tag{2.5}$$

가정1이 성립할때 식(2.3)식에서 제외된 변수 z 와 \bar{z} 에 대하여 살펴보기로 한다. 초기시각 t_0 일때 초기변수 z 의 초기값 z^0 는 유사정상상태 \bar{z} 의 초기조건과 다르다. 즉 \bar{z} 의 초기값은

$$\bar{z}(t_0) = \bar{\mathcal{O}}(\bar{x}(t_0), t_0) \tag{2.6}$$

식(2.6)과 같으므로 t_0 일때 초기변수 z 의 초기값 z^0 사이에 오차가 있다. 그러므로 \bar{z} 는 z 로 직접적인 근사화를 할수없기 때문에 $t_1 > t_0$ 가 되는 $t \in [t_1, T]$ 에서 다음과 같은 근사화방법을 이용한다.

$$z = \bar{z}(t) + \mathcal{O}(\varepsilon) \tag{2.7}$$

즉, 근사화 방법은 식(2.7)에서 초기 $[t_0, t_1]$ 의 시간동안 초기변수 z 가 \bar{z} 로 접근하고, $[t_1, T]$ 의 시간동안에 \bar{z} 에 가깝게 되도록 다음과 같은 새로운 시변수에 의한 이중시간분할 특성을 갖도록 한다. 초기변수 z 가 유사정상상태 \bar{z} 로 한정적범위에서 수렴하는동안 $\varepsilon \dot{z}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\varepsilon \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{\varepsilon} \tag{2.8}$$

식(2.8)을 적분하면 새로운 시변수 τ 를 구할수 있다.

$$\tau = \frac{t - t_0}{\varepsilon} \quad (2.9)$$

여기서 $t = t_0$ 에서 초기값은 $\tau = 0$ 이된다. 식(2.9)에서 $\varepsilon \rightarrow 0$ 이면 t_0 보다 큰 고정된 시각에서도 $\tau \rightarrow \infty$ 가 되고, z 와 τ 가 순간적으로 변하는 동안에도 x 는 초기값 x^0 의 근방에 있게 된다. $\hat{z} = z - \bar{z}$ 인 교정경계면층(boundary layer correction)에서 $\hat{z}(\tau)$ 에 관한 초기조건을 $z^0 - \bar{z}(t_0)$ 라하고, x^0, t_0 를 고정된 매개변수라 할 때 다음과 같은 식을 경계면 시스템이라한다.

$$\frac{d\hat{z}}{d\tau} = g(x^0, \hat{z}(\tau) + \bar{z}(t_0), t_0) \quad (2.10)$$

그래서, 교정 경계면이 첨가된 이중 시간분할에 의한 z 의 통합 근사화식은 아래와 같다.

$$z = \bar{z}(t) + \hat{z}(\tau) + O(\varepsilon) \quad (2.11)$$

여기서, $\bar{z}(t) : z$ 의 느린과도상태, $\hat{z}(\tau) : z$ 의 빠른과도상태 따라서, 식(2.11)은 새로운 시변수 τ 의 성질로서 느린시간분할 영역의 초기조건에서 $\tau \rightarrow \infty$ 일때 빠른과도상태 $\hat{z}(\tau)$ 가 급속도로 감소됨으로서 근사화시의 오차의 문제점을 해결할수 있다. 따라서, 식(2.10)으로 정의된 경계면층시스템의 안정도문제는 가정 2로 나타낼수 있다.

가정 2

평형점 $\hat{z}(\tau) = 0$ 은 $z^0 - \bar{z}(t_0)$, x^0, t_0 에서 지수적으로 안정한 $\hat{z}(\tau) (\tau \geq 0)$ 가 존재한다.

만일 가정 2가 만족된다면 x^0, t_0 에서

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \hat{z}(\tau) = 0 \quad (2.12)$$

그러므로 가정 2는 z 가 $t_1 > t_0$ 에서 유사정상상태 \bar{z} 와 같음을 의미한다. 따라서 가정 2에 의해 티코노브 정리를 얻을수 있다[3]. 3절에서는 티코노브정리를 이용하여 유도기의 제어에 이용하기위해 일반적인 유도기의 모델링식을 표준화된 특이섭동형태로 변형하기로 한다.

3. 유도기의 특이섭동형태 모델링과 경계면층의 지수적 안정

3.1 유도기의 특이섭동형태 모델링

일반적인 유도기의 모델링식을 2절의 식(2.1), (2.2)과같이 특이섭동형태로 모델링하면 다음과같다[2][5].

$$\frac{d\omega}{dt} = n_p \frac{M}{JL_r} (\psi_{ri} i_{sb} - \psi_{ri} i_{sa}) - \frac{T_L}{J}$$

$$\frac{d\psi_{rm}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rm} - n_p \omega \psi_{rb} + \frac{R_r M}{L_r} i_{sa}$$

$$7 \frac{d\psi_{rb}}{dt} = -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rb} + n_p \omega \psi_{rm} + \frac{R_r M}{L_r} i_{sb}$$

$$L_s \sigma \frac{di_{sa}}{dt} = -R_s i_{sa} + \frac{R_r M}{L_r^2} \psi_{rm} + \frac{M}{L_r} n_p \omega \psi_{rb} - \frac{R_r M^2}{L_r^2} i_{sa} + u_{sa}$$

$$L_s \sigma \frac{di_{sb}}{dt} = -R_s i_{sb} + \frac{R_r M}{L_r^2} \psi_{rb} + \frac{M}{L_r} n_p \omega \psi_{rm} - \frac{R_r M^2}{L_r^2} i_{sb} + u_{sb}$$

실질적으로 대부분의 유도기에서 매개변수 $L_s \sigma$ 은 작은 값이기때문에 $L_s \sigma$ 를 작은값의 상수 ε 이라 할수있다

위의 식을 간단히 쓰기위해 유도기 매개변수를 다음과 같이 정의한다.

$$n_p = 1, \frac{R_r}{L_r} = \alpha, \frac{R_r M}{L_r^2} = \beta, R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} = \gamma, \frac{M}{L_r} = \rho, \frac{n_p M}{JL_r} = \mu$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \mu(\psi_{ri} i_{sb} - \psi_{ri} i_{sa}) - \frac{T_L}{J} \\ \frac{d\psi_{rm}}{dt} &= -\alpha\psi_{rm} - \omega\psi_{rb} + \beta M i_{sa} \\ \frac{d\psi_{rb}}{dt} &= \omega\psi_{rm} - \alpha\psi_{rb} + \beta M i_{sb} \end{aligned} \right\} \text{--- } f(x, z) \quad (3.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon \frac{di_{sa}}{dt} &= -\gamma i_{sa} + \beta\psi_{rm} + \rho\omega\psi_{rb} + u_{sa} \\ \varepsilon \frac{di_{sb}}{dt} &= -\gamma i_{sb} - \rho\omega\psi_{rm} + \beta\psi_{rb} + u_{sb} \end{aligned} \right\} \text{--- } \varepsilon g(x, z) \quad (3.2)$$

여기서 유도기모델링식은 작은값의 상수 ε 의 곱으로 구성된 식(2.1), (2.2)과 같은 표준화된 특이섭동형태의 모델링식이 된다.

유도기제어에 앞서 [2]의 가정을 본 논문에서도 적용한다.

- i) 로드토포크 T_L 은 미지의값이지만 상한과 하한을 안다.
- ii) 회전자저항 R_r 은 적응관측자(Adaptive observer)를 통하여 알수 있고, 유도기 매개변수값도 알고 있다.
- iii) 유도기는 시간에 대하여 미분가능한 완만한 함수인 각속도와 회전자속 모듈의 기준신호 ω_r 과 ψ_r 로 유도기의 유사정상모델이 지수적으로 수렴된다.

3.2 경계면층 시스템의 지수적 안정

3.2절에서는 작은값의 상수 ε 의 곱으로 구성된 시변수 τ 성질을 이용 특이섭동형태 유도기모델에서 경계면층 시스템의 지수적 안정을 살펴본다

식(3.2)는 2절의 식(2.8)에 의하여 새로운 시변수 τ 의 미분식으로 쓸수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{sa}}{d\tau} &= -\gamma i_{sa} + \beta\psi_{rm} + \rho\omega\psi_{rb} + u_{sa} \\ \frac{di_{sb}}{d\tau} &= -\gamma i_{sb} - \rho\omega\psi_{rm} + \beta\psi_{rb} + u_{sb} \end{aligned} \right\} \text{--- } \varepsilon g(x, z) \quad (3.3)$$

식(3.3)의 교정경계면층을 간략하게 구하기 위해 새로운 변수를 $u_1 = \psi_{sa} i_b - \psi_{sb} i_a$, $u_2 = \psi_{sa} i_a + \psi_{sb} i_b$ 와 같이 정한다. 우선, 초기시각 $t_0 = 0$ 에서 $\omega(t_0)$, $\psi_s(t_0)$, $\psi_b(t_0)$ 를 고정값으로 하고 시변수 τ 에 관하여 새로운 변수를 미분하여 식(3.3)을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{du_1}{d\tau} = -\gamma u_1 - \rho\omega\psi^2 + \psi_a u_b - \psi_b u_a \quad (3.4)$$

$$\frac{du_2}{d\tau} = -\gamma u_2 + \beta\psi^2 + \psi_a u_a + \psi_b u_b \quad (3.5)$$

여기서, 새로운 좌표를 다음과 같이 정한다.

$$u_{a1} = \psi_a u_b - \psi_b u_a, \quad u_{a2} = \psi_a u_a + \psi_b u_b \quad (3.6)$$

식(3.6)을 행렬형태로 나타내면 식(3.7)과 같고,

$$\begin{bmatrix} u_{a2} \\ u_{a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_a & \psi_b \\ -\psi_b & \psi_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$\det | \cdot | = \psi^2 \neq 0$ 이므로 역행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \frac{1}{\psi^2} \begin{bmatrix} \psi_a & -\psi_b \\ \psi_b & \psi_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a2} \\ u_{a1} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

본 논문에서는 식(3.8)을 통해 전압을 전류로 변환하여 각속도와 회전자속을 제어하는 방식보다 특이섭동방식을 이용한 근사화시스템으로 간단하게 전압제어입력을 구성할수있는 적용제어기를 설계한다.

식(3.6)의 새로운 좌표에 의하여 식(3.4), (3.5)는 아래와 같은 미분식으로 쓸수 있다.

$$\frac{du_1}{d\tau} = -\gamma u_1 - \rho\omega\psi^2 + u_{a1} \quad (3.9)$$

$$\frac{du_2}{d\tau} = -\gamma u_2 + \beta\psi^2 + u_{a2} \quad (3.10)$$

여기서 $\varepsilon < \varepsilon^*$ 인 작은값의 ε^* 가 존재할때, 식(3.9), (3.10)를 $\varepsilon = 0$ 으로 정하면 유사안정상태 \bar{u}_1 와 \bar{u}_2 를 구할수 있다.

$$\bar{u}_1 = -\frac{\rho\omega}{\gamma} \psi^2 + \frac{1}{\gamma} u_{a1}, \quad \bar{u}_2 = \frac{\beta}{\gamma} \psi^2 + \frac{1}{\gamma} u_{a2} \quad (3.11)$$

2절에서와같이 초기변수 u_1, u_2 가 유사안정상태로 초기 $[t_0, t_1]$ 의 시간동안 접근하고, $[t_1, T]$ 의 시간동안에 유사안정상태로 수렴하게됨을 증명하기위해 빠른 시간 분할 $\tau = t/\varepsilon$ 에서 $\overline{u}_1, \overline{u}_2$ 가 상수라고 가정하고, 경계면층 시스템을 만족하는 "교정 경계면"을 정한다

$$\widehat{u}_1 = u_1 - \overline{u}_1, \quad \widehat{u}_2 = u_2 - \overline{u}_2 \quad (3.12)$$

여기서, 교정경계면을 빠른 시간분할 τ 로 미분하면 다음과 같으며

$$\frac{d\widehat{u}_1}{d\tau} = \frac{du_1}{d\tau}, \quad \frac{d\widehat{u}_2}{d\tau} = \frac{du_2}{d\tau} \quad (3.13)$$

다음과 같은 경계면층 시스템을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\widehat{u}_1}{d\tau} = -\gamma\widehat{u}_1, \quad \frac{d\widehat{u}_2}{d\tau} = -\gamma\widehat{u}_2 \quad (3.14)$$

따라서 지수적으로 수렴됨을 안다. 경계면층시스템은 $\gamma > 0$ 일때 식(3.15)과 같은조건을 만족한다.

$$R_i + R_r \frac{M^2}{L_r^2} = \gamma > 0, \quad R_r > -R_i \frac{L^2}{M^2} \quad (3.15)$$

식(3.15)의 조건은 지수적통합 안정조건이기 때문에 2절의 가정 2가 성립된다. 따라서 경계면층을 보다 간단하게 구하기위해 이용한 새로운 좌표를 근거로 식(3.3)을 $\varepsilon=0$ 으로 설정하여 얻은 $\overline{i}_a, \overline{i}_b$ 와 빠른 시간분할 $\tau = t/\varepsilon$ 에서 i_a, i_b 의 교정 경계면 $\widehat{i}_a, \widehat{i}_b$ 에 의한 교정경계면층을 구하기로 한다.

우선, 경계면층시스템을 만족하는 "교정경계면"을 정한다.

$$\widehat{i}_a = i_a - \overline{i}_a, \quad \widehat{i}_b = i_b - \overline{i}_b \quad (3.16)$$

여기서 빠른시간분할 $\tau = t/\varepsilon$ 로 미분하면 다음과 같은 경계면층시스템을 구하여진다.

$$\frac{d\widehat{i}_a}{d\tau} = -\gamma\widehat{i}_a, \quad \frac{d\widehat{i}_b}{d\tau} = -\gamma\widehat{i}_b \quad (3.17)$$

따라서 특이점동태로 변형된 유도기의 5차모델에서 적은값의 상수 ε 의 곱으로 구성된 빠른 시간분할의 전류 i_a, i_b 는 $\varepsilon=0$ 인 상태에서 $\overline{i}_a, \overline{i}_b$ 로 빠르게 수렴됨으로서 다음과 같은 3차의 유사정상상태 시스템이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\mu\sigma}{\gamma} \omega(\psi_a^2 + \psi_b^2) + \frac{\mu}{\gamma} (\psi_a u_b - \psi_b u_a) - \frac{T_L}{J} \\ \frac{d\psi_a}{dt} &= -(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi_a - (1 - \frac{\alpha M \sigma}{\gamma}) \omega \psi_b + \frac{\alpha M}{\gamma} u_a \\ \frac{d\psi_b}{dt} &= (1 - \frac{\alpha M \sigma}{\gamma}) \omega \psi_a - (\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi_b + \frac{\alpha M}{\gamma} u_b \end{aligned} \quad (3.18)$$

식(3.18)에서와 같이 정의된 $\varepsilon < \varepsilon^*$ 인 ε^* 는 존재하고 적은값의 상수 ε 으로 정한 L, σ 이 타당함을 보였다. 또한 티코노프 정리를 단지 한정적 시간영역에서가 아닌 무한시간영역에서 적용하기 위해서는 유사정상상태 시스템이 지수적수렴을 해야 된다[3]. 따라서, 식(3.17)의 경계면층이 지수적으로 안정할때, 식(3.18)의 유사정상상태 시스템은 지수적으로 수렴되어야 한다. 3.3절에서는 식(3.18)의 유사정상시스템으로 좌표변환하여 구한 각속도와 회전자속식을 각속도와 회전자속도들의 기준신호 ω_r 과 ψ_r 로 유사정상상태 모델의 출력값이 지수적으로 수렴되도록한다.

3.3 적응제어를 이용한 유사정상상태 시스템의 지수적 수렴

식(3.18)의 유사정상상태 시스템의 각속도와 회전자속의 출력값이 기준신호로 추종하는데 있어 지수적으로 수렴됨을 보여주기위해 각속도와 회전자속에 관한 식으로 좌표변환한다.

$$\frac{d\psi^2}{dt} = -2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi^2 + \frac{2\alpha M}{\gamma} u_{v2}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\mu\sigma\omega}{\gamma} \psi^2 + \frac{\mu}{\gamma} u_{v1} - \frac{T_L}{J} \quad (3.19)$$

그리고, 추종오차와 로드 토오크오차를 다음과 같이 정한다[4].

$$e_\omega = \omega - \omega_r, \quad e_{\psi^2} = \psi^2 - \psi_r^2, \quad e_\tau = T_L - \widehat{T}_L \quad (3.20)$$

ω_r : 기준속도신호, ψ_r^2 : 기준자속신호, \widehat{T}_L : T_L 의 추정 시간 t 에 대해 미분하고

$$\dot{e}_\omega = \dot{\omega} - \dot{\omega}_r, \quad \dot{e}_{\psi^2} = \dot{\psi}^2 - 2\psi_r \dot{\psi}_r, \quad \dot{e}_\tau = -\dot{\widehat{T}}_L \quad (3.21)$$

식(3.19), (3.20)을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_\omega &= -\frac{\mu\sigma}{\gamma} \psi^2 e_\omega - \frac{\mu\sigma}{\gamma} \omega_r \psi_r^2 - \frac{\widehat{T}_L}{J} - \dot{\omega}_r + \frac{\mu}{\gamma} u_{v1} \\ \dot{e}_{\psi^2} &= -2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) e_{\psi^2} - 2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi_r^2 - 2\psi_r \dot{\psi}_r + \frac{2\alpha M}{\gamma} u_{v2} \\ \dot{e}_\tau &= -\dot{\widehat{T}}_L \end{aligned} \quad (3.22)$$

그리고, 추종오차와 로드 토오크오차에 관한 Lyapunov함수를 설정한다. ($\gamma_1, \gamma_2, \delta > 0$)

$$V = \frac{1}{2} (\gamma_1 e_\omega^2 + e_{\psi^2}^2 + \frac{1}{\gamma_2} e_\tau^2 + \delta e_\tau^2 e_\omega^2)$$

이를 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \gamma_1 e_\omega (\dot{e}_\omega) - \frac{\mu\sigma}{\gamma} \psi^2 e_\omega - \frac{\mu\sigma}{\gamma} \omega_r \psi_r^2 - \frac{\widehat{T}_L}{J} - \frac{e_\tau}{J} - \dot{\omega}_r + \frac{\mu}{\gamma} u_{v1} \\ &+ e_{\psi^2} (-2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) e_{\psi^2} - 2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi_r^2 - 2\psi_r \dot{\psi}_r + \frac{2\alpha M}{\gamma} u_{v2}) \\ &+ \frac{1}{\gamma_2} e_\tau \dot{e}_\tau + \delta e_\tau e_\tau e_\omega^2 + \delta e_\omega (-\frac{\mu\sigma}{\gamma} \psi^2 e_\omega - \frac{\mu\sigma}{\gamma} \omega_r \psi_r^2 \\ &- \frac{\widehat{T}_L}{J} - \frac{e_\tau}{J} - \dot{\omega}_r + \frac{\mu}{\gamma} u_{v1}) e_\tau^2 \end{aligned}$$

따라서, 위의 식을 통해 식(3.7)에서 정의한 u_{v1}, u_{v2} 을 아래와 같이 구할수있다. ($k_f, k_x > 0$)

$$u_{v1} = \frac{\gamma}{\mu} (-\frac{\mu\sigma}{\gamma} \omega_r \psi_r^2 + \frac{\widehat{T}_L}{J} + \dot{\omega}_r - k_f e_\omega) \quad (3.23)$$

$$u_{v2} = \frac{\gamma}{2\alpha M} (2(\alpha - \frac{\alpha M \beta}{\gamma}) \psi_r^2 + 2\psi_r \dot{\psi}_r - k_f e_{\psi^2}) \quad (3.24)$$

그리고, $(\frac{1}{\gamma_2} \dot{e}_\tau - \frac{\gamma_1}{J} e_\omega + \delta e_\tau e_\omega^2 - \frac{\delta}{J} e_\omega e_\tau + \delta k_x e_\omega^2 e_\tau)$ 이 영이 되도록 적응칙을 다음과 같이 구성한다.

$$\dot{e}_\tau = -\widehat{T}_L = \frac{\gamma_1}{J} e_\omega + \frac{\delta}{J} e_\omega e_\tau - \frac{\delta k_x e_\omega^2 e_\tau}{(\frac{1}{\gamma_2} + \delta e_\omega^2)} \quad (3.25)$$

따라서 본 논문에서 제안한 유사정상상태로 근사화된 유도기의 모델은 티코노프 정리를 이용하여 무한대 시간영역에서도 적용할수 있음을 보였고, 경계면층 시스템의 지수적안정예에 의한 유사정상상태 시스템의 유도기를 적응제어에 의해 지수적으로 수렴하는 전압제어입력 u_a, u_b 를 구할 수 있었다.

4. 컴퓨터 모의실험

특이점동태를 이용하여 제안된 직접전압제어와 [2]의 전류 변환제어를 비교하기 위하여 1000 rev. min⁻¹ 인 각속도와 2Nm 인 토오크치를 갖는 200W의 동일한 유도기모델을 사용한다. 또한 미지의 매개변수로 사용되는 회전자 저항을 고정된 값으로 하고, 유도기 매개변수값은 아래와 같다

$$R_s = 1.2 \Omega, R_r = 1.14 \Omega, L_s = 0.1 H,$$

$$L_r = 0.1 H, M = 0.09 H, J = 0.001$$

실제 회전자속의 초기조건은 미지의 상태값으로 관측자를 통하여 추정한다. 그러나 본 논문에서는 이러한 회전자속의 초기조건을 $\psi_s(0) = \psi_r(0) = 0.001 \text{ Wb}$ 으로 정한다. 그리고 모든 다른 초기 조건은 영으로 설정한다.

본 논문에서는 이득값을 $k_{\psi^2} = 145000, k_\omega = 10000, k_f = 1000,$

$\gamma_1 = 800, \gamma_2 = 0.002, \delta = 3.24 \times 10^{-4}$ 로 한다.

[2]의 유도기 적용제어에서와는 달리 관측자를 배제하고, 본 논문에서 제시한 유사정상상태 시스템이 지수적으로 수렴됨으로서 유도기의 모델을 단순하게 근사화하여도 같은결과를 도출할수 있음을 나타냈다.

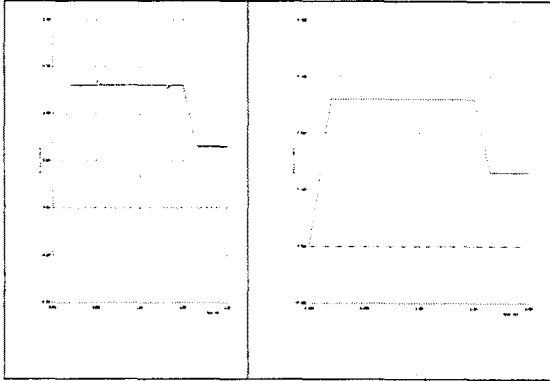


그림 1 [2]의 기준 유도기 자속과 출력 유도시 자속
그림 2 특이섭동방식에의한 기준 유도기 자속과 출력 유도기 자속

그림1은 [2]의 유도기 회전자속으로 토오르가 주어질 때 큰 섭동치를 보이고있다. 본논문에에서 제안한 유사정상상태의 근사 모델의 유도기의 회전자속을 나타내는 그림2는 그림1에 비해 많이 감소된것을 볼수 있다.

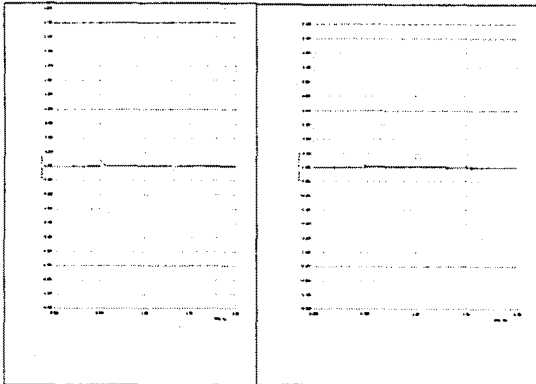


그림3 [2]의 기준 유도기 자속과 출력 유도기 자속 오차
그림 4 특이섭동 방식에의한 기준 유도기 자속과 출력 유도기 자속 오차

그림3,4는 회전자속의 오차를 각각 나타낸 것이다. 따라서 근사화한 유사안정상상태 모델에의한 회전자속제어 성능이 [2]의 제어결과보다 우수함을 보였다.(그림 4의 오차배율: 10배)

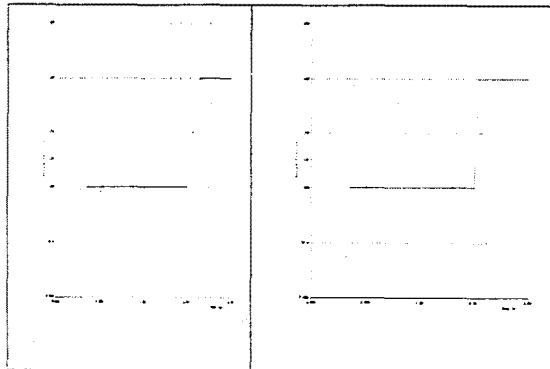


그림 5 [2]의 기준 유도기 속도 와 출력 유도기 속도
그림 6 특이섭동 방식에의한 기준 유도기 속도와 출력 유도기 속도

그림5,6은 [2]의 출력 각속도로 나타낸 것이다. 토오르 발생시에 나타나는 섭동에 대해 [2]의 결과보다 제시한 알고리즘이

섭동치가 많이 개선됨을 보였다.

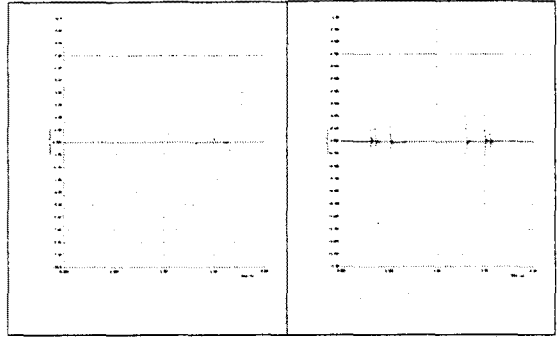


그림 7 [2]의 기준 유도기 속도와 출력 유도기 속도오차
그림 8 특이 섭동 에의한 기준 속도와 출력 속도오차

그림7,8은 유도기의 기준각속도와 출력각속도 오차를 나타낸다. 그림에서 보는바와 같이 제시한 알고리즘이 [2]의 결과보다 개선됨을 보였다. (그림8의 오차배율: 100배)

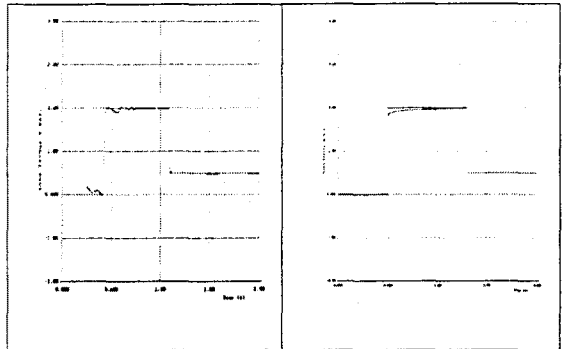


그림 9 [2]의 기준 로드 토오르와 추정 토오르
그림10 특이섭동 방식에의한 기준 로드 토오르와 추정 토오르

그림9, 10은 외부에서 발생하는 기계적 토오르 추정치이다. 제시한 알고리즘이 [2]의 결과보다 빠르게 따라감을 알수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 미지의 회전자저항을 고정값으로 가정하고 로드토오르의 실제값을 점근적으로 추종하였다. 그리고 회전자 각속도와 회전자 자속에 대한 오차의 크기가 향상되도록 특이섭동방식에의한 근사화모델로 해결방법을 제시하였다. 또한 경계면층시스템이 지수적으로 안정하면서, 유사정상시스템이 지수적으로 수렴하게되면 원래의 근사화시키지 않은 완전한 모델 시스템을 제어하는 것과 같음을 입증해 보였다. 향후 미지의 초기값에 대한 회전자속과 회전자 저항을 추정하기 위한 관측자의 적용에 대해 연구하고자 한다.

[참 고 문 헌]

- [1] Peter V. Kokotovic, Hassan K.Khalil and John O'Reilly, "Singular Perturbation Method in Control: Analysis and Design." Academic Press, New York,1986
- [2] Marino ,R., S. Peresada and P.Tomei, "Adaptive observer-based control of induction motors with unknown rotor resistance".Int. Journal of Adaptive,1996. Control and Signal Processing,vol.10,345-363.
- [3] Shuzhi S.Ge. "Adaptive Controller Design for Flexible Joint Manipulators".Automatica,vol.32, pp.273-278,1996.
- [4] Jean-Jacques E.Slotine and Weiping Li. " Applied Nonlinear Control". Prentice-Hall,Englewood Cliffs,NJ,1991.
- [5] Marino ,R., S. peresada and P.Valigi. "Adaptive input-output linearizing control of induction motors". IEEE Trans. Automatic Control AC-38,208-221.1993.