

## 가우스 분포에 의해 정식화된 에버렐 함수의 특성

\*홍선기, \*\*김홍규, \*\*이창환, \*\*정현교  
 \* 호서대학교 전기전자제어공학부    \*\* 서울대학교 전기공학부

### Characteristics of Everett Function Formulated with Gaussian Distribution

\*Sun-Ki Hong, \*\*Hong-Kyu Kim, \*\*Chang-Hwan Lee, \*\*Hyun-Kyo Jung  
 \*Electrical Eng., Hoseo Univ., \*\*Electrical Eng., Seoul National Univ.

**Abstract** - 에버렐 함수는 상호자계 축을 따라 가우스 분포를 가지므로 정식화될 수 있다. 본 연구에서는 에버렐 함수의 정식화 원리를 설명하고, 오차를 최소화하기 위해 최소 자승법을 도입한다. 이로부터 얻은 에버렐 함수로부터 히스테리시스 루프를 시뮬레이션하고, 이를 통해 제안된 방법의 타당성을 확인한다.

#### 1. 서 론

히스테리시스 현상은 모든 전기기기의 자성재료에서 나타나는 특성이다. 프라이자흐 모델은 이러한 히스테리시스 현상을 가장 잘 설명해주는 모델로 알려져 있다[1]. 이러한 특성 계산에 절대적으로 필요한 분포함수나 에버렐 함수는 실험에서 구하는 것이 가장 바람직하지만, 매우 복잡한 방법이다. 이러한 수고를 덜기 위해 이들을 수식화하려는 연구가 많이 진행되어 왔으며, 분포함수가 보자력 축에 대해서는 가우스 분포를 이룬다고 하기 곤란하지만, 상호자계 축에 대해서는 가우스 분포를 갖는다는 것으로 알려져 있다[2]. 따라서, 이를 정식화하려는 노력이 많이 있었지만, 수식화하는 모델이 적절하지 못하거나 필요로 하는 파라미터가 복잡해서 실제적으로 이용하기에는 부족한 점이 있었다[3]. 이 중, 에버렐 함수를 상호자계 축에 대해 가우스 분포를 갖도록 정식화하고, 구하여야 할 파라미터를 3개로 하여 포화곡선과 2개의 전이곡선으로부터 파라미터를 결정할 수 있는 방법이 제시되어[4], 매우 실용적인 방법이 제시되었다.

본 연구에서는 에버렐 함수를 구하는 경우 최소 자승법을 이용하여 정식화함으로써 실험에서 오는 오차를 최소화하고, 이에 대한 시뮬레이션 결과를 통해 최소한의 실험을 통해 비교적 정확한 히스테리시스 루프를 모사할 수 있음을 보인다.

#### 2. 에버렐 함수

실험에서 얻어진 1차 전이곡선은 에버렐 함수를

만드는데 직접 이용되어 다음과 같이 된다[4].

$$E(\alpha, \beta) = \frac{1}{2}(M_\alpha - M_{\alpha\beta}) \quad (1)$$

여기서,  $M_\alpha$ 는 음의 포화 상태에서 자계를 증가시켜 자계 값이  $\alpha$ 에 이르렀을 때의 자화값,  $M_{\alpha\beta}$ 는 자계가  $\alpha$ 에서 다시  $\alpha\beta$ 까지 감소했을 때의 자화값이다. 분포함수를 수식화하는 방법은 전이곡선을 실험에서 구하지 않고, 분포함수의 분포가 그림 1과 같이 프라이자흐 평면을 상호작용 자계  $H_i$  및 보자력 자계  $H_c$ 에 대해 분포함수가  $H_i$  및  $H_c$ 에 대해 가우스 분포를 이룬다고 하는 가정 하에서 만든 경우가 있다[3]. 여기서  $H_i$ ,  $H_c$ 는 다음과 같다.

$$H_i = \frac{H_\alpha + H_\beta}{2}, \quad H_c = \frac{H_\alpha - H_\beta}{2} \quad (2)$$

그러나 실제 보자력에 대하여 분포함수는 일반적으로 가우스 분포를 이루지 않고 또한, 보자력 자계가 0일 때에도 분포함수의 값은 0이 아니다[5]. 그러나, 에버렐 함수를 이용하면, 에버렐 함수에는 자체로서 가역 자화를 포함하고 있기 때문에 이에 대한 특별한 고려가 필요 없다.

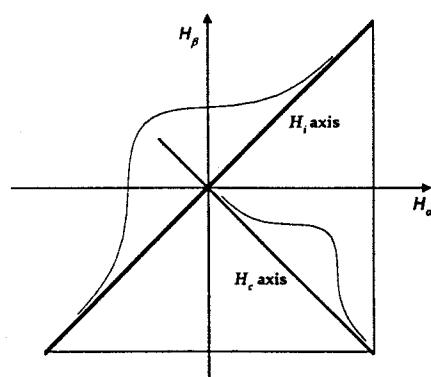


그림 1. 프라이자흐 평면과 상호작용 및 보자력  
자계와의 관계

### 3. 에버렐 함수의 정식화

에버렐 함수는 분포함수를 적분한 함수이므로, 그림 3에서와 같이, 상호자계의 절대치가 무한히 커질 때, 점근선이 되는  $B_{nd}$ 를 갖게 되며, 이 값은 보자력 자계에 따라 달라진다. 따라서, 이 값은 보자력 자계  $H_c$ 에 대한 함수  $E_{nd}(H_c)$ 로 표시된다.

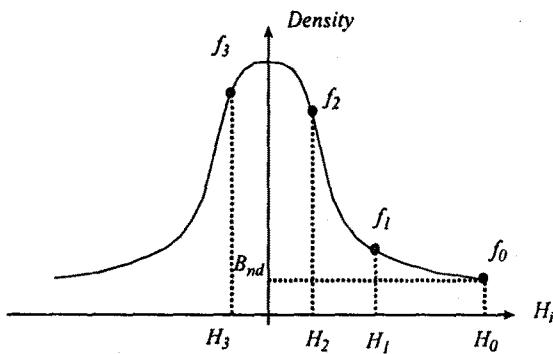


그림 2. 상호자계에 대한 에버렐 함수

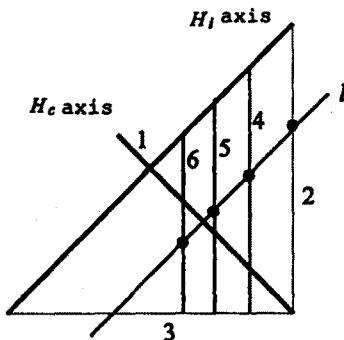
에버렐 함수도 상호자계에 대하여 가우스 분포를 이루게 되며, 그 함수는 다음 식 (3)의 모양을 갖게 된다.

$$V_{ic}(H_i, H_c) = k(H_c) \text{Gauss}(H_i, \mu_i, \sigma_i) + b_{bd}(H_c) \quad (3)$$

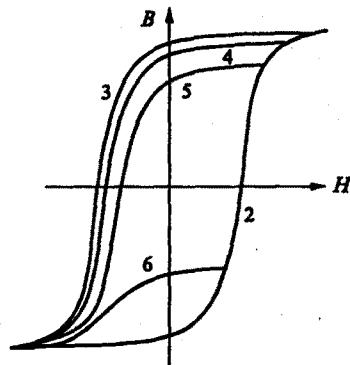
여기서,  $EV_{ic}$ 는  $H_i$  및  $H_c$ 에 대한 에버렐 함수,  $k(H_c)$ 는 보자력 자계에 대한 계수이다.  $\mu_i$ 는 0이 되므로, 결국 미지수는  $k(H_c)$ ,  $\sigma_i(H_c)$  및  $b_{bd}(H_c)$ 가 된다.

한편, 그림 3은 에버렐 평면과 대응되는 자성재료에서의 포화루프 및 1차 전이곡선을 보여주고 있다. 그림 3(a)의 2, 3번은 포화 히스테리시스 루프에서의 자계의 감소 및 증가시의 곡선에 대응된다.

4, 5 및 6은 각각 음의 포화에서 다시 자계가 증가한 후, 다시 자계의 방향이 역전되어 만들어지는 전이곡선에 대응된다. 즉, 포화루프를 측정하면, 그림 3(b) 에버렐 테이블의 직선 2, 3부분의 값을 얻을 수 있으며, 세 개의 1차 전이곡선 4, 5, 6으로부터 에버렐 평면에서 직선 4, 5, 6 부분의 값이 구해진다. 또한, 그림 5와 같이 직선 1에 대하여, 에버렐 값을 상호자계 축에 대하여 그려보면, 양 끝 점의 값을 0으로 볼 때, 역시 가우스 분포를 갖게 된다.



(a) 에버렐 함수 평면



(b) 히스테리시스 루프

그림 3. 에버렐 함수 평면과 대응 히스테리시스 루프

따라서, 에버렐 함수 테이블에서 상호자계 축에 대하여 가우스 분포를 가정하면, 식(6)에서 구하여야 하는 미지수 3개는 그림 2에서와 같이 점  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$  및  $f_3$  네 점의 데이터로부터 식 3개가 만들어지므로, 최소 자승법에 의해 오차를 최소화하면서 결정될 수 있다. 데이터가 많다면 오차는 더욱 감소하겠지만, 최소한의 데이터로부터 에버렐 테이블을 얻고자 하는 것이므로 4, 5점을 취하는 것이 적절하다.

### 4. 시뮬레이션

그림 4는 실험으로부터 측정된 보자력이 3,500 [AT/m], 잔류 자속밀도가 1.14[T]인 반경질 자성재료의 포화 히스테리시스 루프 및 3개의 1차 전이곡선으로부터 얻어진 에버렐 평면을 3차원적으로 도시한 것이다. 재료는 링형 시편에 1, 2차에 여자 코일 및 유도 코일을 감아 1차측에 자계를 가하고, 2차측에서 자속을 측정하였다. 주어진 데이터는 포화 히스테리시스 루프와 3개의 1차 전이곡선이 전

부지만, 이들 데이터만으로 매우 양호한 데이터가 얻어짐을 알 수 있다. 그림 5는 그림 4로 주어진 에버렐 함수에서 히스테리시스 루프를 시뮬레이션한 결과이다. 자계를 0부터 증가하여 포화에 이른 후 자계를 지수적으로 감소시킨 결과이며, 비교적 매우 매끈한 히스테리시스 루프를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

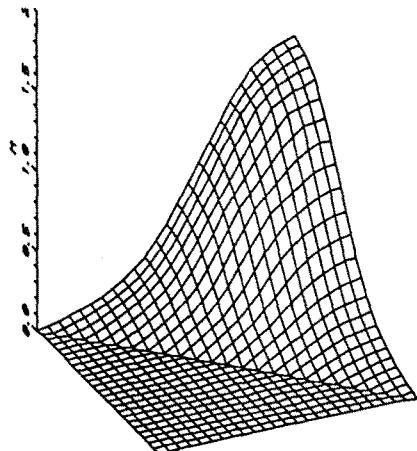


그림 4. 에버렐 함수의 3차원적 도시

이 결과는 간단하고 적은 데이터로부터 양호한 결과의 루프를 얻을 수 있음을 보이고 있다. 여기서 에버렐 테이블은  $50 \times 50$ 으로 구성되어 있다. 이 결과는 단지 포화 루프와 3개의 전이곡선으로부터 임의의 마이너 루프를 얻을 수 있다는 점에서 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있다.

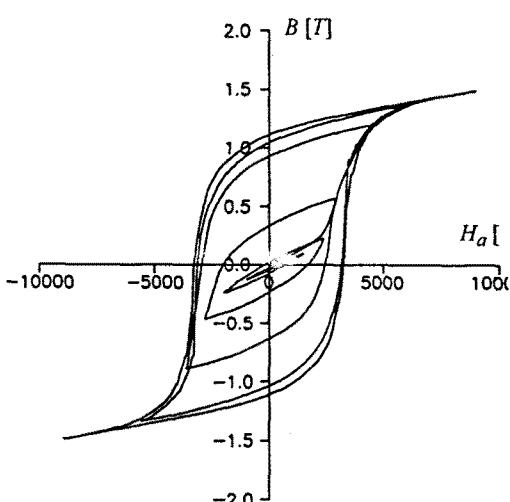


그림 5. 초기자화곡선 및 히스테리시스 루프  
(시뮬레이션)

## 5. 결 론

본 연구에서는 프라이자흐 모델을 이용하여 히스테리시스 현상을 시뮬레이션하는데 필요한 에버렐 함수를 간단히, 포화 히스테리시스 루프와 1차 전이곡선 3개로 구성할 수 있음을 보였다. 즉, 에버렐 함수는 상호자계에 대해 가우스 분포를 이루며, 측정된 전이곡선으로부터 최소 자승법을 이용하여, 필요한 가우스 함수의 분산을 결정하고, 이를 관계로부터 에버렐 함수를 구성할 수 있음을 보였다. 이로부터 계산된 시뮬레이션은 만족할 만한 결과를 보였으며, 실험에서 나타나는 오차는 많은 수의 전이곡선을 측정하지 않고 3개 이상의 전이곡선만으로도 신뢰할 수 있는 에버렐 함수를 얻을 수 있음을 알 수 있게 되었다. 이 방법은 히스테리시스를 고려한 유한요소 해석에 응용되고 있으며, 실험 데이터로 직접 얻어진 경우보다 더욱 안정성을 갖는다.

본 연구는 국방과학 연구소 및 자동제어 특화센터의 연구비 지원에 의한 연구 결과입니다.

## (참 고 문 헌)

- [1] F. Ossart, "Comparison between Various Hysteresis Models and Experimental Data", IEEE Trans. on Mag., Vol.26, No. 5, pp.2837-2839, September 1990.
- [2] C. Papusoi and A. Stancu, "Anhysteretic Remnant Susceptibility and the Moving Preisach Model," IEEE Trans. on Mag., Vol. 29, No. 1, pp.77-81, January 1993.
- [3] F. Vajda and E. D. Torre, "Minor Loops in Magnetization-Dependent Preisach Models," IEEE Trans. on Magn., Vol. 28, No. 2, pp.1245-1248, March 1992.
- [4] 김홍규, 정현교, 홍선기 "일차 전이곡선을 이용한 에버렐 함수의 정식화에 관한 연구", 대한전기학회 추계 학술대회, pp.3-5, 1996.
- [5] L-L.Rouve, Th.Vaeckerle, "Application of Preisach Model to Grain Oriented Steels : Comparison of Different Characterizations for the Preisach Function  $p(\alpha,\beta)$ ", IEEE Trans. on Mag., Vol. 31, No. 6, pp.3557-3559, November 1995