

유한요소법으로 계산한 파라메터를 이용한 스위치드 릴렉턴스 모터의 해석

°이 준호, 이상호, 이기식

단국대학교 전기공학과

Analysis of Switched Reluctance Motors using Parameters obtained by Finite Element Method

°Joon-Ho Lee, Sang-Ho Lee, Ki-Sik Lee

Dept. of Electrical Engineering Dankook University

Abstract - The FEM(Finite Element Method) can be used to analysis SRM(Switched Reluctance Motor) as it can account for the salient pole geometry of the stator and rotor and the nonlinear properties of the magnetic materials. However, FEM requirers a lot of computer memory and computing time because, the kind of SRM drivers is verity and the switching strategies are various for one SRM driver. In this paper we proposed the method of analysis of a SRM which results are similar to FEM and has very short computing time. The Inductance and torque for each phase current at each rotor position are calculated by using two-dimensional nonlinear FEM analysis. Using the look-up table of inductance and torque and the voltage equations of SRM we obtained the phase current and torque.

To verify proposed algorithm, 3 phase 6/4 SRM is analysed and found a good agreement with FEM results. And computing time is about 1/1600 of the FEM analysis.

1. 서 론

SRM(Switched Reluctance Motor)은 구조가 단순하고 견고하며 토크대 중량의 비율이 높은 특징을 갖으며 근래의 전력용 스위칭 반도체의 실용화에 힘입어 그 응용 분야가 증가하고 있다[1]. 그러므로 SRM의 성능과 효율을 높이기 위해서는 정확한 특성해석 기법의 연구와 체계적인 설계 기법이 절실히 요구된다.

SRM을 해석하는 기법으로는 수치해석적인 방법의 일종인 유한요소법이 많이 사용되고 있다. 유한요소법은 고정자와 회전자의 돌극형상과 자성 재료의 비선형성을 잘 고려할 수 있으므로 정확한 해석이 가능하다[2]. SRM은 기계적인 모터의 부분과 구동회로 구성되어 있으므로 유한요소해석시 이들

구성 요소를 모두 포함하여 동시에 해석하여야 한다. 그런데 SRM의 구동회로는 매우 다양하고 또한 하나의 구동회로에 대해서도 여러 가지의 스위칭 전략이 있기 때문에 유한요소법으로 해석을 하는 경우에는 많은 컴퓨터의 메모리와 상당한 계산 시간이 요구된다.

본 연구에서는 SRM에 대한 해석을 유한요소해석의 결과와 거의 같은 정확도를 유지하면서 아주 짧은 시간 안에 수행할 수 있는 기법을 다음과 같이 제안하였다. 첫 번째 단계로, SRM의 기계적인 부분을 비선형을 고려한 2차원 유한요소법으로 해석하여 인덕턴스와 토크를 전류와 회전자의 위치에 대한 테이블로 작성한다. 두 번째 단계로, 위에서 얻은 테이블을 SRM의 전압방정식에 대입하여 회전자의 위치에 따른 각 상의 전류를 계산을 한다. 그리고 계산된 각 상의 전류와 토크 테이블로부터 회전자의 위치에 따른 토크를 계산한다.

제시한 알고리즘의 유용성을 검증하기 위하여 3상 6/4 SRM에 대하여 제시한 방법으로 해석하고 이를 구동회로가 포함된 유한요소해석의 결과와 비교하였다.

2. 해석 이론

2.1 SRM의 전압방정식

그림 2.1은 단부효과를 고려한 한 상에 대한 SRM의 등가회로이다. 그리고 한 상에 대한 SRM의 전압방정식은 다음과 같다.

$$V(t) = R i(t) + \frac{d}{dt} \phi(\theta, i) + L_i \frac{di(t)}{dt} \quad (2.1)$$

여기서, $V(t)$ 는 한 상에 인가되는 전원전압, R 은 권선의 저항 그리고 L_i 는 권선의 누설 인덕턴스이다. 또한 $\phi(\theta, i)$ 는 권선을 쇄교하는 자속으로 등가회로의 점선 부분에서 외부 전압원 회로와 전자기 특성해석영역을 연결하는 양이다.

SRM의 권선이 3상이라 하면 전압방정식은 상호 인덕턴스를 고려하여 다음과 같은 행렬의 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \\ &+ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} + L_I \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \\ \frac{di_3}{dt} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

위의 식을 수치해석적인 방법으로 풀게 되면 매스 템에서 각 상의 전류를 구할 수 있다.

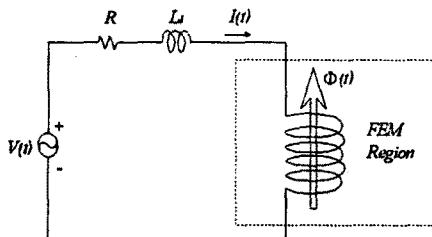


그림 2.1 SRM의 등가회로

식 (2.2)를 이용하여 각 상의 전류가 구해지면 발생 토크는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$T = \sum_{k=1}^3 T_k(\theta, i_k) \quad (2.3)$$

여기서 $T_k(\theta, i_k)$ 는 유한요소법을 이용하여 구한 토크 테이블을 이용하여 계산된다.

2.2 인덕턴스와 토크 테이블 계산

SRM은 축방향으로 계의 변화가 없다는 가정을 하여 2차원 유한요소법을 적용하면 다음과 같이 인덕턴스를 구한다. j 번쨰 권선에 흐르는 전류에 의해 k 번쨰 권선에 쇄교되는 자속은 다음과 같이 계산된다.

$$L_{kj} = \frac{N_k \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l}}{i_j} \quad (2.4)$$

또한 인덕턴스의 비선형성을 고려하여 회전자의 위치와 전류를 변화시키면서 식 (2.4)를 반복하여 계산하면 $L_k(\theta, i)$ 에 대한 테이블을 얻을 수 있다.

토크의 계산은 다음과 같이 맥스웰 스트레스 텐서법을 이용하여 계산한다. 회전자가 받는 힘은 회전자를 둘러싸고 있는 요소들의 법선방향의 힘과 접선방향의 힘의 합으로 계산할 수 있다.

$$F_n = \mu_0 (H_n^2 - H_t^2)/2 \quad (2.4)$$

$$F_t = \mu_0 H_n H_t \quad (2.5)$$

여기서 H_n 과 H_t 는 각각 자체의 세기의 법선성분과 접선성분을 의미하고 μ_0 는 자유공간의 투자율이다. 토크는 식 (2.5)의 접선성분의 힘을 이용하여 다음과 같이 계산한다.

$$T = \sum_{e=1}^{ne} r_e \times F_t^e \quad (2.6)$$

여기서 r_e 는 축으로부터 해당 요소까지의 거리이다. 토크도 인덕턴스의 경우와 마찬가지로 회전자의 위치와 전류에 대한 함수이므로 k 번쨰 권선의 전류에 의해 발생된 토크를 $T_k(\theta, i_k)$ 의 형태로 만들 수 있다.

2.3 인덕턴스와 토크의 보간

미분방정식으로 표현된 식 (2.2)를 수치해석적인 방법으로 계산하면 SRM의 각 상의 전류가 구해지는데 이 과정에는 인덕턴스 테이블로부터 임의의 회전자 위치와 전류에 대하여 인덕턴스 값과 이의 편미분 값을 보간하는 과정이 필요하다. 즉, 2변수 함수의 보간과 그의 편미분 값의 보간이 필요하다. 하나의 인덕턴스 테이블이 θ 방향(회전자의 위치)으로 m 개 그리고 i 방향(전류의 크기)으로 n 개가 주어지면 먼저, $L(\theta, i_k)$, $k=1, 2, \dots, n$ 과 $L(\theta_j, i)$, $j=1, 2, \dots, m$ 을 3차스플라인함수로 각각 만든다. 그리고 회전자의 위치가 θ_p 이고 전류의 크기가 i_q 일 때의 인덕턴스와 편미분 값의 계산은 다음과 같다. $L(\theta_p, i_q)$ 를 n 개 계산하여 이것을 다시 3차스플라인함수로 보간 하면 $L(\theta_p, i_q)$ 가 구해지고 이를 θ 에 대해 미분을 하면 $\frac{\partial L(\theta_p, i_q)}{\partial \theta}$ 를 계산할 수 있다. 마찬가지로 $L(\theta_p, i_q)$ 를 m 개 계산하여 역시 3차스플라인함수로 보간 하여 이것을 i 에 대해 미분을 하면 $\frac{\partial L(\theta_p, i_q)}{\partial i}$ 가 구해진다.

토크에 대한 보간은 토크 테이블로부터 임의의 회전자 위치와 전류에 대하여 토크 값을 보간 하면 되는데 그 과정은 인덕턴스의 경우와 같다. 단, 이 경우에는 편미분 값의 보간은 필요 없다.

3. 사례 연구

본 장에서는 2장에서 제시한 알고리즘을 3상 6/4 SRM에 적용하였다. SRM의 고정자 및 회전자의 단면과 권선분포를 그림 3.1에 나타내었다. 여자 시퀀스를 $B-C-A-B$ 의 반시계방향으로 하면 모타는 시계방향으로 회전하는 구조를 갖고 있다.

유한요소법으로 SRM의 파라메타를 구하기 위해 회전자의 위치를 $0^\circ \sim 90^\circ$ 까지 2° 씩 등 간격으로 하고 각 상의 전류는 $0, 1, 3, 5, 7, 10, 12, 15$ [A]로 하여 매 상당 매 회전자위치당 매 전류에 대한 안덕턴스와 토크를 각각 계산하였다. 이때 자기코아의 비선형성 처리를 위하여 Newton Raphson법을 사용하였다. 그림 3.3과 그림 3.4는 A 상의 전류에 의한 인덕턴스와 토크를 유한요소법으로 계산한 결과이다.

그림 3.4는 본 논문에서 사용한 SRM의 컨버터를 나타내고 있는데 이는 한 상(A 상)에 대한 것이고 다른 나머지 상도 같은 구조로 되어 있다. 여기서 트랜지스터 T_1 과 T_2 를 제어함으로써 SRM을 구동하게 되는데 이때 SRM의 컨버터는 다음과 같이 세 가지의 모드를 갖는다. 모드 1은 T_1 과 T_2 를 터온시킨 상태이며 A 상에 전류가 흘러 시계 방향의 토크를 발생시킨다. 모드 2에서는 T_1 과 T_2 를 터오프시켜 A 상에 $-V_{dc}$ 의 역전압을 인가하여 A 상의 전류를 급속히 감소시킨다. 이는 A 상에 저장되어 있는 에너지를 전원에 반환하고 또한 A 상의 전류가 지속되어 반시계방향의 토크가 발생되는 것을 막기 위함이다. 모드 2에서 A 상의 전류가 감소하여 영이 되면 다이오드 D_1 과 D_2 가 역방향으로 바이어스 되어 A 상에는 전원이 공급되지 않는 편이 상태가 모드 3이다.

그림 3.4의 컨버터에서 T_1 과 T_2 를 제어하는 방법은 여러 가지가 있으나 그림 3.5와 같이 스위칭 각도 α 를 두어 시뮬레이션을 하였다. 본 논문에서 제시한 방법의 유용성을 알아보기 위하여 $\alpha = 15^\circ$ 로 하여 트랜지스터 T_1 과 T_2 를 제어했을 때 SRM의 상전류와 토크를 구하고 이를 유한요소해석의 결과와 비교하였다. 그림 3.6과 그림 3.7은 SRM의 각 상의 전류와 토크를 제안한 방법과 유한요소해석의 결과를 나타내고 있다. 제안한 방법을 유한요소해석의 결과와 비교하여 그 오차를 살펴보면 상전류의 최대 오차는 최대 전류 값의 1.6%이고 토크의 최대 오차는 최대 토크 값의 3.6%이다.

유한요소해석시 컴퓨터 계산 시간은 7시간 15분이며 기종은 HP-712를 사용하였다. 제안한 방법으로는 16초 (4초 : 인덕턴스와 토크의 테이블을 만드는 시간, 12초 : SRM의 전압방정식 푸는 시간)가 소요되었으며 기종은 IBM-PC(CPU 처리속도는 HP-712와 비슷)를 사용하였다.

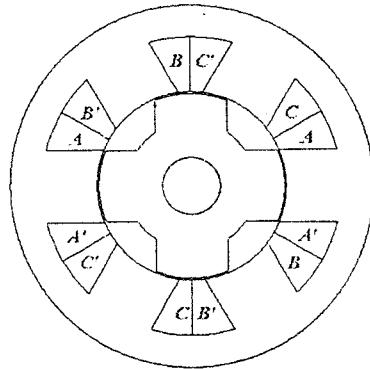


그림 3.1 SRM의 형상 및 권선분포
(회전자 위치: 0 [Deg])

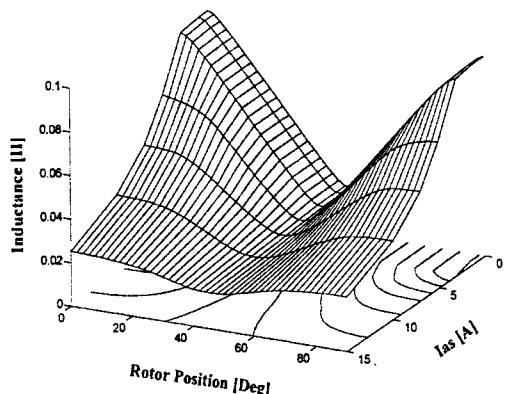


그림 3.2 A 상의 자기 인덕턴스 ($L_{11}(\theta, i)$)

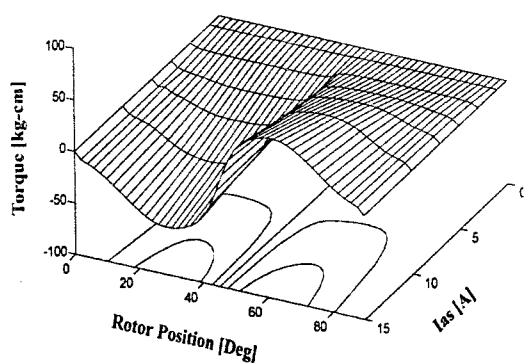


그림 3.3 A 상에 의한 토크 ($T_1(\theta, i)$)

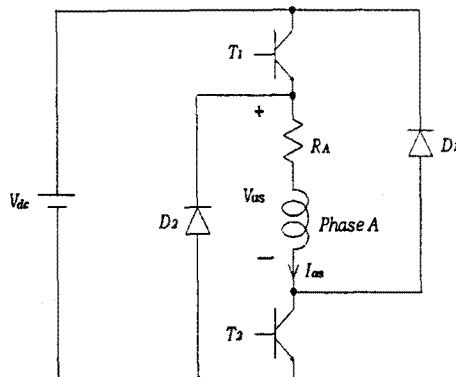


그림 3.4 SRM의 컨버터

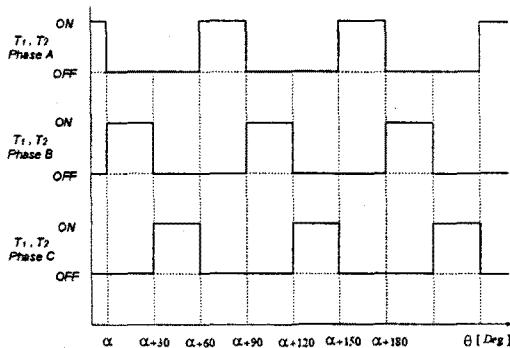


그림 3.5 트랜지스터 T_1 과 T_2 의 제어

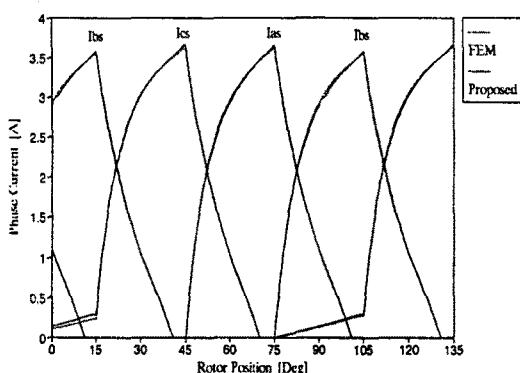


그림 3.6 상전류 비교
(유한요소법 : 제안한 방법)

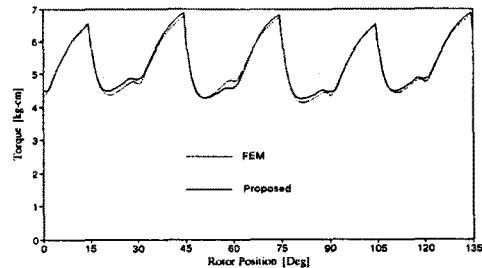


그림 3.7 토크 비교 (유한요소법 : 제안한 방법)

4. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 구한 인덕턴스와 토크를 이용하여 매우 작은 시간 안에 SRM의 특성을 해석하는 기법을 제시하였다. 유한요소법을 이용하여 매 상당 매 회전자위치당 매 전류에 대한 인덕턴스와 토크를 각각 계산하여 테이블화 하고 이것을 이용하여 SRM의 전압방정식을 수치해석으로 풀어 각 상의 전류와 토크를 계산하였다.

제안한 알고리즘의 유용성을 검증하기 위하여 3상 6/4 SRM에 대하여 해석하고 이를 구동회로가 포함된 유한요소해석의 결과와 비교하여 각 상의 전류와 토크가 잘 일치하는 것을 보았다. 또한 컴퓨터 계산시간은 유한요소해석의 경우보다 약 1/1600 정도의 시간만이 소요되었다.

본 연구에서 제시한 알고리즘은 SRM의 구동회로와 스위칭 전략을 변경하면서 여러 가지의 경우에 대하여 해석을 할 경우 유용하게 사용될 수 있으리라 사료된다.

(참 고 문 헌)

- [1] Yasuharu Odachi, Yoshihiro Kawase and Yutaka Miura and Yoji Hayashi, "Optimum Design of Switched Reluctance Motors using Dynamic Finite Element Analysis," IEEE Trans. Magnetics, vol. 33, no. 2, pp. 2033-2036, March 1997.
- [2] GRAHAM E. DAWSON, ANTHONY R. EASTHAN and JERZY MIZIA, "Switched-Reluctance Motor Torque Characteristics: Finite-Element Analysis and Test Results," IEEE Trans. Industry Applications, vol. IA-23, no. 3, pp. 532-537, May 1987.