

유도전동기의 적응 비선형제어

윤성식*, 남기범*, 박청호*, 윤태웅*, 최의**, 김광배**

* 고려대학교 전기전자전파 공학부 제어시스템 연구실

** 한국과학기술연구원 정보전자연구부

Adaptive Nonlinear Control of an Induction Motor

Seong-Sik Yoon*, Kibeom Nam*, Changho Park*, Tae-Woong Yoon*,

Ick Choy**, Kwang-Bae Kim**

* Control Systems Lab., School of Electrical Engineering, Korea Univ.

** Div. of Information and Electronics, KIST

Abstract - 본 논문에서는 유도전동기의 적응 비선형 제어에 대해 논한다. 제어 목적은 회전자저항의 불확실성에도 불구하고 유도전동기의 속도 및 자속을 분리하여 제어하는 것이며, 이를 위해 백스테핑(Backstepping) 기법을 사용한 비선형제어기와 회전자 저항 추정기를 결합한다. 제안된 적응제어 시스템은 내부의 모든 변수가 유계(Bounded)되어 있다는 점에서 안정하며, 더불어 그 개선된 성능을 모의실험을 통해 보인다.

I. 서 론

Blaschke에 의해 직류전동기와 유사하게 유도전동기를 제어할 수 있는 벡터제어가 개발된 이후, 유도전동기의 고성능제어에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다. 한편, Marino는 유도전동기를 위한 궤환선형화 제어기법을 제시하였는데, 이러한 궤환선형화 제어는 속도제어와 회전자자속의 제어를 분리할 수 있다는 점에서 벡터제어에 비해 우월하다[1][2]. 또한 [1]에서와 같이 파라메터 추정법칙과 적절하게 결합되어 적응궤환선형화 제어기로도 효과적으로 사용될 수 있다. 그러나 [1]은 의란인 부하토크를 시스템상수처럼 회전자 저항과 더불어 추정한다는 한계점을 아울러 갖는다.

한편 Kanellakopoulos는 Pure parametric feedback 형태의 비선형시스템에 대해 단계적으로 파라메터 추정법칙과 가상의 안정화 제어법칙을 설계하여 최종적인 제어법칙을 유도해내는, 이른바 적응 백스테핑 기법을 개발하였다[3][4].

본 논문에서는 백스테핑 기법과 비선형댐핑을 사용하여 회전자저항 추정오차와 부하토크의 영향에 강인한 적응 비선형 제어기를 설계하였고, 상수부하를 갖는다는 가정이 비현실적이라고 보아 회전자 저항만을 추정하며, 부하토크의 영향은 적분기를

사용하여 감쇄시키고자 한다. 그리고 이같은 제어 시스템의 모든 상태변수가 유계임을 보인다.

2. 유도전동기의 비선형제어

2.1 유도전동기의 모델

유도전동기의 비선형모델은 다음과 같다[5].

$$\dot{x} = f(x) + u_a g_a + u_b g_b + R_f f_1 + T_L d \quad (1)$$

여기서 $x = [w \ \phi_a \ \phi_b \ i_a \ i_b]^T$ 이고, w 는 회전자속도, ϕ_a 와 ϕ_b 는 회전자자속, i_a 와 i_b 는 고정자 전류, R_f 은 회전자저항, T_L 은 부하토크, 입력 u_a 와 u_b 는 고정자전압, $f(x)$ 와 $f_1(x)$ 는 R_f 에 무관한 알려진 벡터함수, 그리고 g_a , g_b , d 는 적절한 상수벡터이다.

2.2 비선형 제어기

식 (1)의 비선형모델을 백스테핑에 적합한 Pure parametric feedback 형태로 변환하기 위해 다음과 같은 좌표변환을 고려한다.

$$\begin{aligned} z_1 &= w - w_{ref} \triangleq \phi_1 - w_{ref} \\ z_2 &= L_f \phi_1 \\ z_3 &= \phi_a^2 + \phi_b^2 - |\psi|_{ref}^2 \triangleq \phi_2 - |\psi|_{ref}^2 \\ z_4 &= \widehat{R}_f L_f \phi_2 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 \widehat{R}_f 은 R_f 의 추정값이고, $L_f(\cdot)$ 은 함수 f 에 관한 \cdot 의 Lie derivative이다. 위에서 ϕ_1 과 ϕ_2 는 출력변수로서 유도전동기의 속도와 회전자자속의 크기이고 w_{ref} 와 $|\psi|_{ref}^2$ 는 이들에 대한 기준입력이다. 식 (2)로부터 다음과 같은 Pure parametric feedback 시스템을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - \frac{1}{J} T_L - \dot{w}_{ref} \\ \dot{z}_2 &= v_a + L_f L_f \phi_1 \partial \\ \dot{z}_3 &= z_4 + L_f \phi_2 \partial - |\psi|_{ref}^2 \\ \dot{z}_4 &= v_b + \widehat{R}_f L_f \phi_2 \partial \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ∂, v_a, v_b 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\partial &\triangleq R_r - \widehat{R}_r \\ v_a &\triangleq L_f^2 \phi_1 + \widehat{R}_r L_{f_1} L_{f_2} \phi_1 + L_{g_1} L_{f_1} \phi_1 u_a + L_{g_2} L_{f_1} \phi_1 u_b \\ v_b &\triangleq \frac{d\widehat{R}_r}{dt} L_{f_1} \phi_2 + \widehat{R}_r L_{f_2} L_{f_1} \phi_2 + \widehat{R}_r^2 L_{f_1}^2 \phi_2 \\ &\quad + \widehat{R}_r L_{g_1} L_{f_1} \phi_2 u_a + \widehat{R}_r L_{g_2} L_{f_1} \phi_2 u_b\end{aligned}\quad (4)$$

윗 식으로부터 원래의 제어입력 u_a, u_b 와 새로운 제어입력 v_a, v_b 사이에는 다음과 같은 관계가 성립 한다.

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = D^{-1} \begin{bmatrix} v_a - \xi_1 \\ v_b - \xi_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 D, ξ_1, ξ_2 는 아래와 같다.

$$D = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f_1} \phi_1 & L_{g_2} L_{f_1} \phi_1 \\ \widehat{R}_r L_{g_1} L_{f_1} \phi_2 & \widehat{R}_r L_{g_2} L_{f_1} \phi_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\xi_1 &= L_{f_1}^2 \phi_1 + \widehat{R}_r L_{f_1} L_{f_2} \phi_1 \\ \xi_2 &= \frac{d\widehat{R}_r}{dt} L_{f_1} \phi_2 + \widehat{R}_r L_{f_2} L_{f_1} \phi_2 + \widehat{R}_r^2 L_{f_1}^2 \phi_2\end{aligned}$$

식 (3)의 시스템을 안정화하는 v_a, v_b 를 [4]에서와 같이 백스테핑 기법을 이용하여 설계하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}v_a &= (2c_0 - c_0^2 + c_1)e_0 + (-2 + c_0^2 + c_0c_1 + c_1^2)e_1 \\ &\quad - \{c_0 + c_1 + c_2 + k_1(L_{f_1} L_{f_2} \phi_1)^2\}e_2 + w_{ref} \quad (7) \\ v_b &= \frac{1}{g_1}(g_2 e_3 + g_3 e_4 + |\dot{\psi}|_{ref}^2)\end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}g_1 &\triangleq 1 + \frac{2k_2 L_{f_1} \phi_2}{\widehat{R}_r} e_3, \\ g_2 &\triangleq -1 + \{c_3 + k_2(L_{f_1} \phi_2)^2\}^2 + \frac{2k_2(L_{f_1} \phi_2)^2}{\widehat{R}_r} \frac{d\widehat{R}_r}{dt}, \\ g_3 &\triangleq -c_4 - \{c_3 + k_2(L_{f_1} \phi_2)^2\} - k_3\{\widehat{R}_r L_{f_1}^2 \phi_2 \\ &\quad + (c_3 + k_2(L_{f_1} \phi_2)^2)L_{f_1} \phi_2 + 2k_2(L_{f_1} \phi_2)L_{f_1}^2 \phi_2 e_3\}^2, \\ c_i &> 0, i=0,1,2,3,4, k_i > 0, i=1,2,3.\end{aligned}\quad (8)$$

이고 오차변수 $e_i, i=0,1,2,3,4$ 와 가상 안정화입력 $a_i, i=0,1,3$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}e_0 &\triangleq \int_0^t z_1 dt, \quad e_1 \triangleq z_1 - a_0, \quad e_2 \triangleq z_2 - a_1, \quad (9) \\ e_3 &\triangleq z_3, \quad e_4 \triangleq z_4 - a_3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_0 &= -c_0 e_0, \\ a_1 &= (-1 + c_0^2)e_0 - (c_0 + c_1)e_1 + w_{ref}, \quad (10) \\ a_3 &= -(c_3 + k_2(L_{f_1} \phi_2)^2)e_3 + |\dot{\psi}|_{ref}^2\end{aligned}$$

식 (7)에서 부하토크로 인한 정상상태 속도오차를 줄이기 위한 오차의 적분항 e_0 가 존재함을 알 수 있다.

3. 회전자 저항의 추정

회전자저항 추정기를 유도하기 위해 다음과 같은 비선형 방정식을 고려한다.

$$\zeta = \Phi^T(\zeta, v)R_r + \phi(\zeta, v) \quad (11)$$

여기서

$$\zeta \triangleq [\phi_a \ \phi_b \ i_a \ i_b]^T, \quad v \triangleq [u_a \ u_b \ w]^T$$

이고 $\Phi^T(\zeta, v)$ 와 $\phi(\zeta, v)$ 는 적절한 벡터함수이다. 식 (11)은 T_L 에 의존적이지 않고 R_r 에 대해서는 선형적인 식임을 알 수 있다. 식 (11)로부터 다음과 같은 상태예측방정식을 얻는다.

$$\dot{\zeta} = \Phi^T(\zeta, v)\widehat{R}_r + \phi(\zeta, v) - Q\varepsilon \quad (12)$$

여기서 ε 과 $Q\varepsilon$ 는

$$\varepsilon \triangleq \zeta - \widehat{\zeta}$$

$$Q^T B + BQ = -C \quad (13)$$

이고 C 는 임의의 Positive definite 행렬, B 는 식 (13)을 만족하는 Positive definite 행렬이다. $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ 을 만족하는 추정기를 찾기위해 다음과 같은 Lyapunov 후보함수를 고려한다.

$$V_e = \varepsilon^T B \varepsilon + \partial^T G^{-1} \partial \quad (14)$$

여기서 G 는 임의의 Positive definite 행렬이다. 식 (14)를 미분해서 Negative semi-definite가 되도록 추정규칙을 결정하면

$$\dot{R}_r = G \Phi B \varepsilon \quad (15)$$

이고, 이때

$$\dot{V}_e = -\varepsilon^T C \varepsilon \leq 0 \quad (16)$$

이 되어 ε 이 0으로 수렴함을 알 수 있다. 본 논문에서는 식 (15)로부터 얻어진 \widehat{R}_r 이 이른바 Singularity 문제($\det(D) = 0, g_1 = 0$, in (6), (8))를 야기하지 않는다고 가정한다. 그러나 실제로 이와 같은 상황이 발생하면 식 (15)에서의 Gain 행렬 G 의 크기를 가변함에 의해 이같은 문제를 회피할 수 있다.

4. 적용 비선형제어

4.1 적용 비선형제어

적용 비선형제어기는 2.2절의 비선형 제어기와 3절의 회전자 저항 추정기로 구성되며 다음과 같이 안정성을 보장한다.

정리 : 식 (1)로 표현되는 유도전동기에 대해, 식 (5)~(10), (12), (15)의 적용 비선형 제어 알고리즘을 적용하는 경우, 기준입력신호의 2차까지의 미분과 부하토크가 유계되어있고 Singularity 문제가 발생하지 않는다고 가정하면, 모든 상태변수는 유계이다.

증명) 다음과 같은 Lyapunov-like함수를 정의하고

$$V_c = \sum_{i=0}^4 \frac{1}{2} e_i^2$$

이를 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_c \leq -c_n \sum_{i=0}^4 e_i^2 + T_L^2/(4I_1) + \bar{\theta}^2/(4I_2)$$

여기서

$$c_n \triangleq \min\{c_0, c_{11}, c_{21}, c_3, c_4\},$$

$$c_{11} \triangleq c_1 - c_{12} (1/J)^2, \quad c_{21} \triangleq c_2 - c_{22}(c_0 + c_1)^2 (1/J)^2,$$

$$I_1 \triangleq (1/c_{12} + 1/c_{22})^{-1}, \quad I_2 \triangleq (1/k_1 + 1/k_2 + 1/k_3)^{-1}$$

이다. 양변을 적분하면 다음이 성립한다.

$$\|e(t)\|^2 \leq \|e(0)\|^2 e^{-2c_n t} + 1/4c_n \{ \|T_L\|_\infty^2/I_1 + \|\bar{\theta}\|_\infty^2/I_2 \}$$

여기서 $e \triangleq [e_0 \ e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4]^T$ 이다. 따라서 e_i 가 유계이고 식 (2), (9), (10)의 관계에 의해 모든 상태 변수가 유계임을 알 수 있다. ■

4.2 모의실험

모의실험의 시나리오는 다음과 같다.

$t \in [0, 1]$	상황
$t = 0$	$\hat{R}_s(0) = 1.5R_s$
$t = 0.5$	T_L 이 0에서 40 [Nm]로 증가.

표 1 모의실험 시나리오

표 1의 시나리오는 저항의 초기 추정치가 실제값의 1.5배이고, 0.5초부터 40 [Nm]의 부하가 걸리는 상황을 가정한 것이다. 이같은 상황에서 비적용 비선형 제어를 수행한 결과 회전자저항의 오차를 극복하지 못하고 회전자 자속의 크기가 0이 되면서 Singularity문제가 발생되어 발산하게 되었다. 회전자 저항오차를 고려하여 비선형 램프만을 추가한 비적용 비선형제어의 경우에는 모델오차로 인해 정상상태 오차가 발생하였다.

반면에 그림 1에 보여진 바와 같이 적응 비선형 제어를 수행한 경우에는 회전자저항의 신속한 추정 및 적분작용으로 인해, 회전자저항의 불확실성 및 부하변동에도 불구하고 속도와 회전자자속이 기준값을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.

본 모의실험에서는 회전자자속의 측정이 현실적으로 어렵다는 것을 감안하여 [6]에서와 같은 자속관측기를 사용하였다.

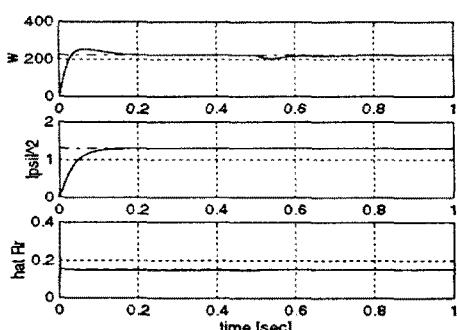


그림 1 적응 비선형제어

5. 결 론

본 논문에서는 회전자저항의 불확실성에도 불구하고 유도전동기의 속도 및 자속을 분리하여 제어하기 위해 백스테핑과 비선형댐핑기법을 결합하여 비선형제어기를 설계하였고, 회전자 저항과 부하로 인한 정상상태오차를 능동적으로 극복하기 위해 추정기를 추가한 적응비선형제어기를 제안하였다. 또한 설계된 제어기가 전체 시스템의 안정도를 보장함을 보였으며, 모의실험을 통해 초기추정치의 불확실성에도 불구하고 제안된 제어기의 개선된 성능을 확인하였다.

【참고문헌】

- [1] Riccardo Marino, Sergei Peresada and Paolo Valigi, "Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors", IEEE Trans. of Automatic Control, Vol.38, No.2, February, 1993.
- [2] Riccardo Marino, Sergei Peresad and Patrizio Tomei, "Output Feedback Control of Current-Fed Induction Motors with Unknown Rotor Resistance", IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol.4, No.4, July, 1996.
- [3] I. Kanellakopoulos, P.V. Kokotovic', and A.S. Morse, "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems", IEEE Trans. Automatic Control, Vol.36, pp. 1241-1253, 1991.
- [4] Miroslav Krstic', Ioannis Kanellakopoulos and Peter Kokotovic', Nonlinear and Adaptive Control Design, John Wiley & Sons Inc., 1995.
- [5] Paul C. Krause, Oleg Wasynzuk and Scott D. Sudhoff, Analysis of Elelctric Machinery, IEEE Press, pp. 133-209, 1995.
- [6] George C. Verghese and Seth R. Sanders, "Observers for Flux Estimation in Induction Machines", IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol.35, No.1, Feburary, 1988.