

유한요소법을 이용한 애자의 전계해석 및 최적형상 설계

이향범¹, 박일한², 한송엽³

¹ 군산대학교 전기공학과, ² 숭실대학교 전기공학과 ³ 서울대학교 전기공학부

Analysis and Optimum Design of Ceramic Insulator Using FEM

Hyang-beom Lee¹, Il-han Park² and Song-yop Hahn³

¹ Kunsan Nat'l Univ., ² Soongsil Univ., ³ Seoul Nat'l Univ.

Abstract - In this paper the analysis and optimum design of ceramic insulator is studied. The finite element method (FEM) is used for the electromagnetic solution and the design sensitivity analysis is used for the optimization. The parameterization of design variables and movable points is introduced and the linear function is used as a interpolation function.

1. 서 론

전력을 송전하는 과정에서 애자의 사용은 필수적이다. 송전전압이 점차 높아짐에 따라 절연물로 사용되는 애자연의 길이가 점차 길어지고 있다. 이에 따라 철탑의 높이도 점차 높아져 절연비용이 증가하고 있다. 이와 같은 문제를 해결하는 방법중의 하나가 애자의 크기를 줄이는 방법인데 이는 애자에 걸리는 전계분포를 정확히 계산함으로써 가능하다. 또한 정확한 해석을 기반으로 전계의 집중을 낮출 수 있는 애자의 형상을 설계하여야 한다. 따라서, 본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 애자의 전계해석을 하였다. 또한, 민감도를 이용한 최적형상설계기법을 이용하여 전계의 집중을 완화시킬 수 있는 최적형상설계를 하였다. 최적설계에는 해석적미분법중 유한요소법에 근거한 이산적접근법에 의한 민감도해석을 이용하였다. 민감도해석결과는 설계된 후 제품의 가공이 편리하도록 설계변수와 움직일 수 있는 점사이의 연관관계를 매개화(parameterization)하여 형상설계하였다. 즉, 설계된 형상이 직선, 원호 또는 스플라인(Spline)과 같이 수식으로 쉽게 표현될 수 있도록 하였다. 해석모델은 축대칭문제로 계산이 가능하므로, 본 문제는 축대칭 정전장문제로 모델링하였다.

2. 애자의 전계해석

본 논문에서 다룬 모델인 애자는 축대칭문제이므

로 축대칭 정전계를 표현하는 수식으로부터 문제를 해석하여야 한다. 축대칭 정전계를 표현하는 포아슨방정식(Poisson's Equation)인 편미분방정식은 다음과 같다.

$$-\nabla(\epsilon \nabla \psi) = \rho_s \quad (1)$$

여기서 ϵ : 유전율

ψ : 전기스칼라포텐셜

ρ_s : 전하밀도

축대칭 원통 좌표계에서 전기스칼라포텐셜 ψ 는 $\hat{\phi}$ 방향성분만 존재하므로, 2차원 (r, z) 좌표에서만 고려하면, 식 (1)은 다음과 같다.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \epsilon \frac{\partial \psi}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon \frac{\partial \psi}{\partial z}) = -\rho_s \quad (2)$$

위 식(2)에 유한요소법을 적용하면 식 (3)과 같은 전기스칼라포텐셜 ψ 에 대한 대형행렬방정식이 얻어진다.

$$[K][\psi] = [Q] \quad (3)$$

한 요소에서의 요소행렬, 요소 전기스칼라포텐셜, 요소 구동항 $[K]^e, [\psi]^e, [Q]^e$ 는 다음과 같다.

$$K_{ij}^e = \int_{\Omega_e} \epsilon \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) 2\pi r dr dz \quad (4)$$

$$\psi = \sum_{i=1}^{n_e} \psi_i^e N_i(r, z) \quad (5)$$

$$Q_i^e = \int_{\Omega_e} \rho_s N_i 2\pi r dr dz \quad (6)$$

여기서 n_e : 한 요소에 정의된 절점 갯수

ψ_i^e : i 절점에서의 전기스칼라포텐셜

N_i : i 절점에서 정의된 형상함수

유한요소망으로부터 식 (3)의 대형행렬방정식을 구하여 계산하면 각 절점에서의 전기스칼라포텐셜을 구할 수 있다.

3. 애자의 최적형상설계

애자에서 전계의 집중을 완화시킬 수 있는 최적형상설계방법으로 민감도해석법을 사용하였다. 민감도는 설계변수에 대한 성능의 상대적인 변화로 정의되며, 수학적으로는 설계변수에 대한 목적함수의 전미분(total derivative)으로 표현된다. 민감도 계산은 크게 수치적미분법과 해석적미분법의 두 가지가 있으며, 본 논문에서는 유한요소법에 쉽게 적용할 수 있는 이산적 접근에 의한 해석적미분법을 사용하였다. 또한, 본 논문에서는 한번의 상태방정식 계산으로 민감도 계산이 가능한 보조변수식을 도입하였다.

전기기기의 설계를 위한 기준으로서의 목적함수는 일반적으로 설계변수와 시스템 상태변수의 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F = F[p, \psi(p)] \quad (7)$$

여기서 $[p]$ 는 설계변수벡터이다. 윗식에서 상태변수 ψ 는 설계변수에 따라 바뀌기 때문에 설계변수의 함수이다. 주어진 목적함수에 대한 민감도식은 최종적으로 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dp} = \frac{\partial F}{\partial [p]} + [\lambda]^T \frac{\partial}{\partial [p]} \{ [Q] - [K][\psi] \} \quad (10)$$

또한 보조변수식(adjoint variable equation)은 다음과 같다.

$$[K]^T [\lambda] = \frac{\partial F}{\partial [\psi]^T} \quad (11)$$

설계변수의 결정은 최적화의 성공에 상당한 영향을 미친다. 만일 설계변수를 모델의 움직이고자 하는 절점들과 일대일 대응 시켰다면 다음과 같은 문제점이 나타날 수 있다. 첫째로 유한요소해석 프로그램에 의한 해석오차에 의해서 민감도 계산의 오차가 생긴다. 두 번째로 민감도 계산에 의해서 얻어지는 형상은 가공하기 쉬운 형상이 아닌 요철이 심한 형상이 될 수 있다. 따라서, 이러한 문제를 해결하기 위해서는 움직이는 절점들이 설계변수와 어떠한 연관을 가져야 한다. 이를 사이의 관계를 매개화(parameterization)시킬 수 있는데, 매개화는 보간함수를 이용하여 정의할 수 있다. 따라서 민감도식은 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dc} = \frac{d[p]}{dc} \frac{dF}{dp} \quad (12)$$

여기서 $[c]$ 는 설계변수벡터이고, $[p]$ 는 움직일 수 있는 절점으로 구성된 벡터이다. 식 (12)에서 설계변수와 움직일 수 있는 절점 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{d[p]}{dc} = w_{ij}, \quad (i=1, \dots, np, j=1, \dots, nc) \quad (13)$$

여기서 nc 는 설계변수의 갯수이고, np 는 움직일

수 있는 절점 수이며, w_{ij} 는 파라메터 $[c]$ 에 대한 절점 $[p]$ 의 가중치이다.

4. 사례연구

본 논문에서 제안한 방법을 철탑에 적용된 애자에 적용하였다. 철탑에 적용된 애자연중 애자 1개를 분리하여 해석 및 설계를 하였다. 애자의 상부에는 0[V]의 전압을 인가하였으며, 하부에는 100[V]의 전압을 인가하였고 애자의 비유전율은 4로 하였다. 상부와 하부의 전위차가 100[V]로 인가되어 해석되었지만 실제 문제에서 큰 전위차가 인가되어도 본 해석의 결과에 비례하여 분포하기 때문에 본 해석결과와 전위분포는 동일한 형태가 얻어진다. 그리고 애자상부의 전위인가는 애자와 쇠덮개 사이의 접착 시멘트를 도체의 성질을 갖는 것으로 놓고 전압을 쇠덮개와 동일하게 인가하였다. 해석영역은 애자와 그 주위의 공기영역인데 쇠덮개는 도체이기 때문에 도체 내부에서는 전계가 영(zero)이 되고 전위는 일정한 한 값을 갖는다. 따라서 쇠덮개는 그 표면의 전위가 경계조건으로 처리되고 해석영역은 애자와 그 주위의 공기영역이다. 그럼 1에 애자의 전계해석결과를 등전위선을 이용하여 나타내었다. 전위차 100[V]를 20등분하여 표현한 것으로 인접한 등전위선 사이의 전위차는 5[V]이다. 애자의 전계분포를 살펴보면 전계의 세기가 가장 큰 부분이 애자의 목부분이며, 즉 이 부분에서 절연파괴가 많이 일어난다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 애자의 목부분의 전계를 약화시키는 방향으로 형상을 최적화 시켜서 절연파괴를 방지하는 것을 목적으로 하였다. 애자의 전계를 약화시키는 목적의 목적함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$F = \sum_{i=1}^{no} (|E_i| - E_o)^2 \quad (14)$$

여기서 no 는 해석모델에서 전계가 계산되는 애자부분의 요소수이고, E_i 는 각 요소에서의 전계세기, E_o 는 전계세기의 목표치이다. 전계세기의 목표치는 초기 형상일 때의 값을 기준으로 약 65%인 10(kV/m)로 하였다.

설계변수와 움직이는 절점사이의 연관관계인 매개화를 1차함수를 사용하여 수행하였다. 최적형상설계방법으로는 민감도해석법을 사용하였으며, 특히 유한요소법에 쉽게 적용할 수 있는 이산적접근에 의한 해석적미분법을 사용하였다. 설계최적화 알고리즘은 최대 경사법(steepest descent method)을 사용하고, 진행거리는 목적함수를 선형화하여 계산하였다.

그림 2에 초기상태에서의 등전위 분포를 나타내었고, 그림 3에 최종단계의 등전위 분포를 나타내

었다. 그림 4는 최적형상설계과정에 따른 전계세기의 최대치를 나타내었다. 형상이 그림 2에서 그림 3에 가까워질수록 전계세기의 최대치가 적어짐을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서 제안한 최적설계기법의 알고리즘이 타당함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 애자의 전계해석 및 최적형상설계를 수행하였다. 애자는 전전장 축대칭문제로 모델링 되었으며, 유전율은 선형으로 근사화 되었다. 최적형상설계방법으로는 민감도해석법을 사용하였다. 특히, 유한요소법에 쉽게 적용할 수 있는 이산적접근에 의한 해석적미분법을 사용하였다. 설계형상의 가공성을 좋게 하기 위하여 설계변수와 움직일 수 있는 점사이의 연관관계인 매개화(parameterization)를 수행하였다. 애자목부분의 전계의 세기를 완화시키는 설계를 수행하였으며, 설계결과로부터 본 논문에서 제안한 해석기법 및 최적설계기법이 타당함을 알 수 있었다.

(참 고 문 현)

- [1] A. J. Davies, The Finite Element Method, Clarendon Press, 1980
- [2] 박일한, 전자소자의 형상최적화를 위한 민감도 해석, 서울대학교 박사학위논문, 1990
- [3] S. B. Park, H. B. Lee, S. Y. Hahn and I. H. Park, "Stator Slot Shape Design of Induction Motors for Iron Loss Reduction", IEEE Trans. on Mag., Vol. 31, No. 3, pp. 2004-2007, 1995

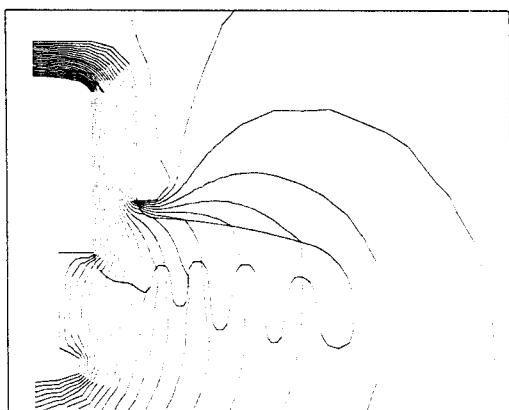


그림 1. 애자의 전계해석결과

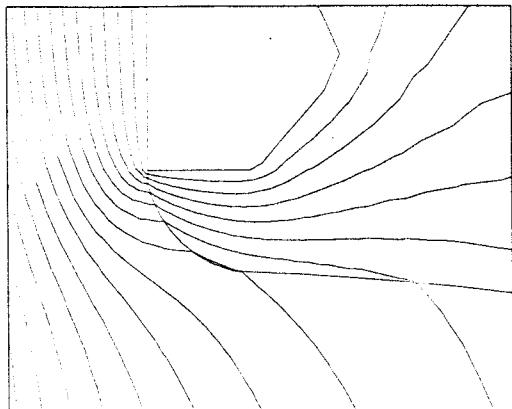


그림 2. 초기형상에서의 전계해석결과

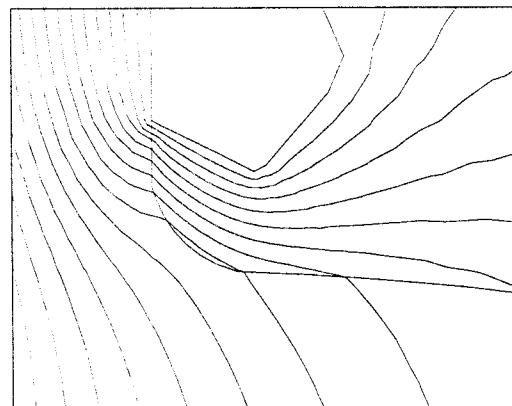


그림 3. 최종형상에서의 전계해석결과

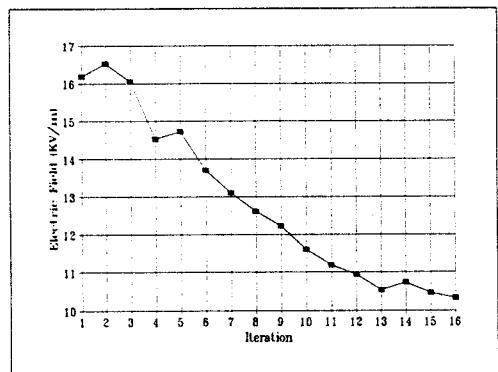


그림 4. 설계에 따른 전계의 변화