

자기시스템의 전자력 밀도 해석

이세희*, 최명준, 김창욱, 박일한
숭실대학교 전기공학과

Electromagnetic Force Density Analysis of Magnetic System

Se-hee Lee*, Myung-jun Choi, Chang-wook Kim, and Il-han Park
Dept. of Electrical Eng., Soongsil Univ.

Abstract - As electromagnetic systems have the complexity and high performance, they should be designed to take into account the vibration, noise and strain of mechanical aspect as well as electrical problems. Until now, mechanical approaches have been tried to analyze the subject, but it is difficult to figure out the matter in mechanical consideration. Because they are mainly related to electromagnetic phenomena. This paper deals with the theories and numerical formulations of magnetic force density. Several methods are applied to an actuator and DC machine model to calculate magnetic force density. These results are compared with the total force obtained by maxwell stress tensor and virtual work principle.

1. 서 론

최근의 전자기 시스템들은 소형화, 정밀화, 고속화, 고신뢰성화되면서 기기의 진동, 소음, 기계적 변위 등을 고려해야하는 결합문제가 대두되기 시작하였으며, 선진 외국에서는 전자장과 기계의 변형을 이용한 신소재 개발과 새로운 개념의 전기기기 개발에 따라 이러한 문제가 확대되고 있다. 대부분 전자기 시스템에서의 진동, 소음, 변형의 근본적인 원인은 전자기적 현상인 전자기력에 의해 발생한다. 이를 이해하기 위해서는 대상체에 가상변위를 임의로 설정하여 힘을 계산하는 가상변위법과 응력텐서로 표현되는 맥스웰응력법 등을 이용한 전체힘(global force)과는 달리 대상체 각부에서 발생하는 힘의 분포인 국부힘(local force)의 정량적인 해석이 요구된다. 따라서, 본 논문에서는 그동안 다양한 방법이 제기되고 의견 또한 분분한 자력밀도 해석에 초점을 두어 연구되었으며 이의 해석방법으로 연속체적 접근에 의한 Korteweg-Helmholz의 일반적인 자력밀도식과 이의 개선된 방법으로 Reynne의 응력텐서법, 그리고 자하법에 대해서 고찰하였으며 이를 수치해석적으로 접근하였다[1].

[2],[3]. 이외에 개략적으로 자력밀도를 파악할 수 있는 B^2 법과 전체힘을 구하는 맥스웰응력법을 자력밀도 해석에 적용시켜 보았으며 각 방법에서 국부힘을 모두 더하여 구한 전체힘과 이를 가상변위법과 맥스웰응력법으로 구한 전체힘과 서로 비교, 검증해 보았다.

2. 전자력 밀도의 일반적 표현

자계에서 자력밀도를 유추하기 위하여 상태함수를 도입하여 자속 밀도와 자계의 세기를 정의한다.

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \vec{H}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \vec{B}) \\ \vec{B} &= \vec{B}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \vec{H})\end{aligned}\quad (1)$$

여기서, \vec{B} 는 자속 밀도, \vec{H} 는 자계의 세기, α_i 는 매질특성을 나타내며 위치의 함수이다. 전기적 성질은 매질에 부착되어 물질의 이동에 따라서 같이 움직인다. 이를 이용하여 매질의 미소변위에 대한 전기적 에너지 변화와 전기적 원인에 의한 힘, 그리고 그에 따른 기계적인 일의 관계를 에너지 보존법칙을 이용하면 다음과 같은 자력밀도 일반식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\vec{F}^0 &= \vec{J} \times \vec{B} - \sum_i \alpha_i \nabla \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \\ &= \vec{J} \times \vec{B} + \sum_i \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \nabla \alpha_i - \nabla \sum_i (\alpha_i \frac{\partial W}{\partial \alpha_i})\end{aligned}\quad (2)$$

여기서, \vec{F}^0 는 Korteweg-Helmholz의 자력밀도 일반식, \vec{J} 는 전류밀도, W 는 에너지밀도이다. 첫째항은 로렌쯔의 전자기력, 둘째, 셋째항은 각각 매질과 압력의 gradient 항이며, 셋째항은 자외 현상을 의미한다. 이 식은 매질의 특성에 따라 다르게 표현되며 본 논문에서는 일반적으로 자기시스템의 매질특성이 전기적으로 선형이며 비압축성을 지닌

다고 가정한다. 따라서 비압축성 매질에서 셋째항은 변형에 기여를 하지 못하므로, 내부적으로 상쇄되어 다음과 같이 표현된다[1].

$$\vec{F}^1 = \vec{J} \times \vec{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \quad (3)$$

여기서, \vec{F}^1 는 선형, 비압축성 매질에 대한 \vec{F}^0 의 변화된 식, μ 는 매질의 투자율이다.

3. 전자력 밀도의 수치해석적 접근

3.1 Korteweg-Helmholz의 개선된 표현식

이 식은 Reyne의 응력 표현식으로 수반에너지(coenergy)를 이용하여 자력밀도를 유추한다.

$$T = \begin{bmatrix} B_x H_x - Z & B_y H_x & B_z H_x \\ B_x H_y & B_y H_y - Z & B_z H_y \\ B_x H_z & B_y H_z & B_z H_z - Z \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Z = \int_0^H \mu \vec{H} \cdot d\vec{H} - \int_0^H \rho \frac{\delta \mu}{\delta \rho} \vec{H} \cdot d\vec{H}$$

여기서, T 는 응력텐서, ρ 는 질량밀도, 아래첨자 x, y, z는 각각 그 방향으로의 성분을 표시한다.

Z 항에서 첫째항은 수반에너지이며, 둘째항은 자외 현상을 고려한 것이다. 이를 인접해 있는 두 매질에 대하여 그림 1과 같이 폐곡면을 형성하여 적분하면 자력밀도에 관한 식을 얻게 된다[2], [3].

$$\vec{F}^2 = \vec{H}_1 (\vec{B}_1 \cdot \hat{n}) - \left(\frac{\vec{B}_1 \cdot \vec{H}_1}{2} \right) \hat{n} \quad (5)$$

$$- \left[\vec{H}_2 (\vec{B}_2 \cdot \hat{n}) - \left(\frac{\vec{B}_2 \cdot \vec{H}_2}{2} \right) \hat{n} \right]$$

여기서, \vec{F}^2 는 Reyne의 자력밀도, \hat{n} 는 법선 성분, 아래첨자 1, 2는 각각 공기와 자성체 영역을 의미한다. 이 방법은 비선형 특성을 그림 1 두 매질의 경계면 고려할 수 있으며 매질특성이 선형성을 지니면 자기에너지와 수반에너지가 같게 되어 $\vec{F}^1 = \vec{F}^2$ 가 성립한다.

3.2 B^2 법과 맥스웰 응력

흔히 알고 있는 것처럼 2차원 장에 대한 B^2 법의 자력밀도는 식 (6)처럼 표현되며, 앞으로 특별히 언급이 없는 한 x-y의 2차원 평면에서만 고려하기로 한다.

$$\vec{F}^3 = - \frac{B^2}{2\mu_0} \hat{n} \quad (6)$$

여기서, \vec{F}^3 는 B^2 법의 자력밀도, μ_0 는 진공상태에서 투자율이다.

이 방법은 해석시 철심의 비투자율이 충분히 크지 않으면 유효성을 잃게 된다. 한편, 대상체의 전체힘을 구하는 맥스웰응력법을 자력밀도 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{F}^4 = \frac{1}{\mu_0} \left[\left\{ \left(B_x^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 \right) l_x + (B_x B_y) l_y \right\} \hat{x} \right. \quad (7)$$

$$\left. + \left\{ (B_x B_y) l_x + \left(B_y^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 \right) l_y \right\} \hat{y} \right]$$

여기서, \vec{F}^4 는 맥스웰응력의 자력밀도, l_x, l_y 는 각각 x, y 방향의 법선 성분, \hat{x}, \hat{y} 는 단위벡터이다. 흔히 국부힘을 구하기 위해 대상체 위의 첫번째 유한요소층(first layer)에 대해 요소마다 힘을 정의하게 된다. 이는 폐곡면을 따라서 적분해 주어야하는 적분양을 요소마다 국소적으로 이산화 시키기 때문에 엄밀히 말하면 수학적으로 올바르지 않다.

3.3 자하법(magnetic charge method)

자기클로킹의 법칙에서 자성체를 등가 자하량으로 환산한 후, 이를 외부 자계와의 곱을 취하면 단위체적당 힘을 구할 수 있다. 즉,

$$\vec{f} = \sigma_m \vec{H}_{ext} = (\mu_0 \vec{M} \cdot \hat{n}) \vec{H}_{ext} \quad (8)$$

여기서, \vec{f} 는 단위 체적당 작용하는 힘, σ_m 은 표면 자하밀도, \vec{H}_{ext} 는 외부 자계의 세기, \vec{M} 는 자화의 세기이다.

공기중에서 $\vec{M} = 0$ 이며, 자성체를 선형이라고 가정했으므로 자성체 내부의 인접한 두 요소 사이의 힘은 서로 소거되어 결국 공기와 접해있는 접면에서만 힘을 발생하게 된다. 즉,

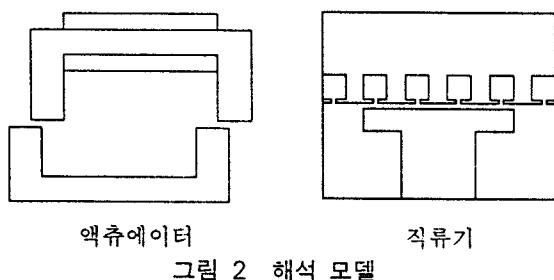
$$\vec{F}^5 = B_{2n} \left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) (H_{ext}^x \hat{x} + H_{ext}^y \hat{y}) \quad (9)$$

여기서, \vec{F}^5 는 자하법에 의한 자력밀도, B_{2n} 은 자성체 내부의 요소면에서의 법선 성분, μ_r 은 자성체의 비투자율, H_{ext}^x, H_{ext}^y 는 각각 $\frac{H_{1x} + H_{2x}}{2}$ 와 $\frac{H_{1y} + H_{2y}}{2}$, 첨자 x, y는 각 방향성분을, 아래첨자 1은 공기, 2는 자성체 영역을 의미한다.

4. 수치해석 적용 예

앞 절에서 언급한 방법들을 그림 2처럼 전자석 액츄에이터와 직류기 모델에 적용하여 검증하였다. z축은 단위길이로 하여 2차원 해석을 하였으며 공극은 각각 5mm와 4mm이며 철심의 비투자율은 모두 1000으로 가정하였다. 유한요소 해석시 공극 부분에서는 B 값이 다른 부분에 비하여 상대적으로 큰 오차가 발생하므로 많은 수의 요소로 분할하였다. 액츄에이터는 요소수 9900개, 절점수 4975개 그리고 직류기는 각각 7264, 3655개로 분할하였으며 해석 결과는 그림 3, 4, 5와 같다.

4.1 액츄에이터와 직류기 해석모델



액츄에이터

그림 2 해석 모델

4.2 각 방법의 자력밀도 분포의 비교

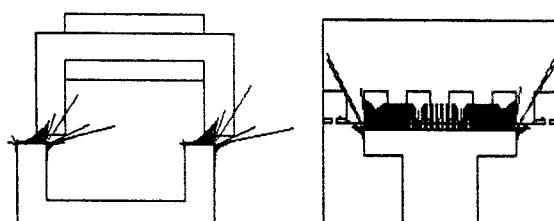


그림 3 Korteweg-Helmholz의 개선된 방법
(Reyne의 응력법)을 적용한 경우

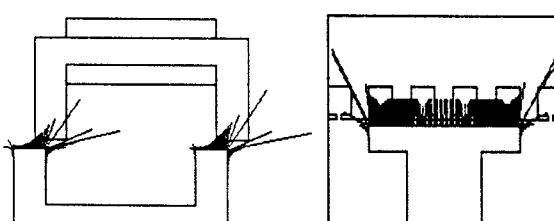


그림 4 맥스웰응력법을 적용한 경우

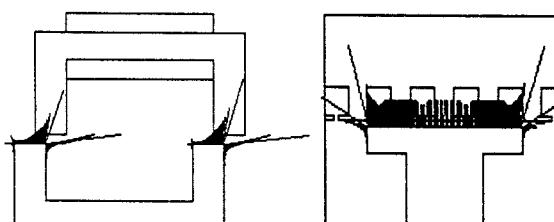


그림 5 자하법을 적용한 경우

4.5 각 성분별 비교

표 1은 전체힘과 국부힘을 모두 더해서 얻은 전체국부힘을 성분별로 표시하였다. Reyne 방법과 맥스웰응력법은 거의 비슷한 결과를 보였으며 자하법은 비교적 안정된 결과를, B^2 법은 상대적으로 작은 자력밀도를 나타내고 있음을 알 수 있었다. Reyne 방법에서 매질 경계조건을 적용하여 서로 인접한 요소의 B 값을 추정하였는데 자성체에서 공기부분을 추정하였을 경우 B 값이 상대적으로 작아 전체힘도 작았으며, 공기를 중심으로 하였을 때는 반대의 결과를 얻었다. 이는 서로 다른 두 매질의 경계면 사이에 내재하는 오차에 의한 것으로 생각된다.

표 1 해석 결과의 비교

분류	방법	액츄에이터		직류기	
		F_x	F_y	F_x	F_y
전체힘 [N]	맥스웰응력법	0.204	0.594		
	가상변위법	0.199	0.596		
국부힘에 의한 전체힘 [N]	Reyne법	0.236	0.593	0.020	10.312
	B^2 법	0.169	0.559	0.066	10.128
	맥스웰응력법	0.236	0.594	0.021	10.325
	자하법	0.203	0.577	0.014	10.228

5. 결 론

본 논문에서는 자력밀도를 계산하는 여러 방법에 대하여 이론적으로 정리하고 이를 토대로 유한요소법을 사용하여 수치해석적으로 접근하였다. 각 방법마다 조금씩 자력밀도 분포의 차이가 있었으나, 비교적 일정한 패턴으로 나타나 선형 자기시스템의 자력밀도 해석에 적용될 수 있을 것으로 사료된다. 한편 대부분의 전기 기기는 자성체를 충분히 활용하기 위하여 포화점에 이르도록 설계되기 때문에 자성체의 비선형성이 고려된 전자기력 계산이 앞으로 연구되어야 할 것이다.

(참 고 문 헌)

- [1] J.R.Melcher, Continuum Electromechanics, M.I.T Press, pp3.9-3.15, 1981
- [2] G.Reyne, et.al, "A survey of the main aspects of magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials under magnetisation," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 23, No. 5 pp.3765-3767, 1987
- [3] G.Reyne, et.al, "Magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials. Presentation and results on the theoretical, experimental and numerical approaches," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 24, No. 1, pp.234-237, 1988