

1 차원모델을 이용한 초전도 변압기의 누설인덕턴스 계산

김태기, 나완수, 차귀수*, 한송엽**

성균관대학교 전기공학과, *순천향 대학교 전기공학과, **서울대학교 전기공학부

One Dimensional Leakage Inductance Calculation of Superconducting Transformer

Taeki Kim, Wansoo Nah, Guee Soo Cha*, Song Y. Hahn**

Department of Electrical Engineering, Sung Kyun Kwan University

*Department of Electrical Engineering, Soonchunhyang University

**Department of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - This paper describes on the leakage inductance calculations of superconducting (s/c) transformer. When s/c transformer quenches, the magnetic energy stored in the leakage inductance dissipates in the form of Joule heating. So, it is highly desired to estimate the leakage inductances of a s/c transformer as it is designed. In this paper, we calculated the leakage inductance of s/c transformer, using zeroth and first order model, and the calculated results were compared with the measured ones. It shows that 1st order model is enough to estimate the leakage inductance of s/c transformer.

1. 서론

초전도변압기에 펜치가 발생할 때 누설인덕턴스에 저장된 에너지가 주울열의 형태로 방출되게 된다. 따라서 초전도변압기의 누설인덕턴스를 변압기의 설계단계에서부터 정확하게 예측하는 것은 설계되는 변압기의 펜치특성을 예측하는 데에 매우 중요하다. 즉, 누설인덕턴스는 초전도변압기의 중요한 설계파라메타중의 하나이다. 본 논문에서는 초전도변압기를 1 차원으로 모델링하여 누설인덕턴스를 계산하였다. 1 차원 모델을 설명하기 위하여 먼저 무차원 모델을 도입, 설명하였으며 또, 제시한 계산 방법의 타당성을 입증하기위하여 실제로 제작된 변압기(상전도변압기)를 LRC 메타로 측정하여 계산치와 측정치를 비교하였다.

주지하다시피 변압기의 1차, 2차 권선은 절연된 별개의 공간을 차지하고 있기 때문에 1차, 2차 권선에만 쇄교하는 누설자속이 존재한다. 이것은 누설인덕턴스를 발생하게하는 원인이며 자기인덕턴스와 상호인덕턴스의 상대적 수치이다. 기존의 누설인덕턴스 계산방법은 그 형상에따라 제약을 받고 복잡

할뿐만아니라 일반적인 각각의 권선비를 고려하지 않았다. [6] 여기에서는 계산이 비교적 간단하면서도 권선비가 다른경우에도 쉽게 계산이 되는 방법을 제시한다. 이것을 위해서 우선 누설인덕턴스의 정의부터 시작한다.

2. 누설인덕턴스의 정의

그림 1와 같은 두 개 코일의 자기인덕턴스(self inductance) 가 각각 L_a , L_b 일 때, 상호인덕턴스(mutual inductance) L_{ab} 는 다음 식과 같이 표현된다.

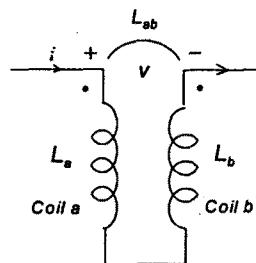


그림 1 누설 인덕턴스의 정의

Fig. 1 Definition of stray (leakage) inductance

$$L_{ab} = k\sqrt{L_a \cdot L_b} \quad (1)$$

k : combined coefficient ($0 \leq k \leq 1$)

이 때 누설인덕턴스 L_{ab} (leakage inductance or stray inductance, 여기부터 누설인덕턴스는 σ 의 첨자를 사용함.)는 그림 1의 양단전압을 전류변화율과의 곱으로 나타내는 인덕턴스로서, 두 코일의 자기인덕턴스 L_a , L_b 와 두 코일간의 상호인덕턴스 L_{ab} 에 의하여 다음과 같은 형태로 정의된다.

$$v_{ab} = L_{\sigma ab} \frac{di}{dt},$$

$$L_{\sigma ab} = L_a + L_b - 2L_{ab}$$
(2)

3. 무차원 모델을 이용한 누설 인덕턴스

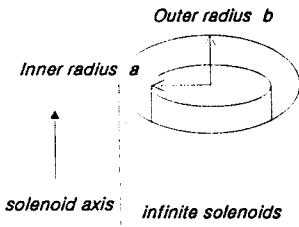


그림 2 누설 인덕턴스 계산을 위한 무차원 모델

Fig. 2 Zeroth order approximation model of stray (leakage) inductance

본 논문에서의 무차원 모델은 그림 2와 같이 코일들의 두께가 없고 또 길이가 무한대인 이상적인 형상을 지칭한다. 이러한 모델을 이용하면 내부에 철심이 있는, 길이 l 에 n 회씩 권선되어 있는 두 코일들의 자기, 상호 및 누설 인덕턴스를 각각 다음과 같이 쉽게 계산할 수 있다.

$$L_a = \frac{\mu_0 n^2 \pi a^2}{l},$$

$$L_b = \frac{\mu_0 n^2 \pi b^2}{l},$$

$$L_{ab} = \frac{\mu_0 n^2 \pi a^2}{l},$$

$$L_{\sigma ab} = \frac{\mu_0 n^2 \pi a^2}{l} \cdot (b^2 - a^2)$$
(3)

이 경우 누설 인덕턴스 $L_{\sigma ab}$ 는 임의의 반경 γ 에 위치하는 코일과의 누설인덕턴스의 합 또는 차이로 표현할 수 있다. 즉,

$$L_{\sigma ab} = L_{\sigma_{a\gamma}} + L_{\sigma_{b\gamma}}$$

$$= \mu_0 \pi n^2 (\gamma^2 - a^2) + \mu_0 \pi n^2 (b^2 - \gamma^2)$$

$$(a < \gamma < b)$$

$$L_{\sigma ab} = L_{\sigma_{a\gamma}} - L_{\sigma_{b\gamma}}$$

$$= \mu_0 \pi n^2 (\gamma^2 - a^2) - \mu_0 \pi n^2 (\gamma^2 - b^2)$$

$$(a < b < \gamma)$$

$$L_{\sigma ab} = L_{\sigma_{\gamma b}} - L_{\sigma_{\gamma a}}$$

$$= \mu_0 \pi n^2 (b^2 - \gamma^2) - \mu_0 \pi n^2 (a^2 - \gamma^2)$$

$$(\gamma < a < b)$$
(4)

무차원의 모델은 이상적인 형상으로서 누설인덕턴스를 계산하기는 쉽지만 실제로 제작하기란 불가능하다. 그러므로 이보나 더 고차원모델이 요구된다.

4. 1차원 모델을 이용한 누설 인덕턴스 (권선수가 같은 경우)

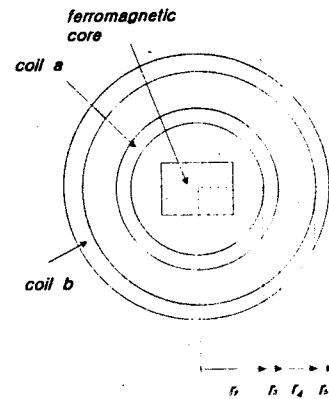


그림 3 누설 인덕턴스 계산을 위한 1 차원 모델

Fig. 3 1st order approximation model of stray (leakage) inductance

1 차원 모델은 그림 2와 같이 변압기의 권선이 축 방향으로 무한대이지만 권선들의 두께가 유한한 모델을 지칭한다. 위의 모델에서 축방향 길이 l 인 두 코일들의 자기, 상호 및 누설 인덕턴스는 코일의 권선부 두께를 고려하여 계산한다. 여기부터 계산의 개념 자체는 비교적 단조로우나 많은 양의 계산을 수행하여야하며, 본 논문에서의 계산은 모두 Maple software[5]를 사용하여 출력하였다. 코일 a 및 코일 b의 자기 인덕턴스 L_a , L_b 는 식 (5) 와 같고 상호인덕턴스 L_{ab} 는 식 (6)과 같이 계산된다.

$$L_a = \frac{\mu_0 \pi n^2 (3r_2^2 + 2r_2 r_3 + r_3^2)}{6l},$$

$$L_b = \frac{\mu_0 \pi n^2 (3r_4^2 + 2r_4 r_5 + r_5^2)}{6l}$$
(5)

$$L_{ab} = \frac{\mu_0 \pi n^2 (r_2^2 + r_2 r_3 + r_3^2)}{3l}$$
(6)

식 (2)에서부터 구하고자하는 누설 인덕턴스는 다음 식과 같이 정리 된다.

$$L_{\sigma ab} = \frac{\mu_0 \pi n^2}{6l} (-r_2^2 - 2r_2 r_3 - 3r_3^2 + 3r_4^2 + 2r_4 r_5 + r_5^2)$$
(7)

5. 1차원 모델을 이용한 누설 인덕턴스 (권선수가 다른 경우)

코일 a의 길이 l 당 n_a 회 권선되어 있고, 코일 b는 길이 l 당 n_b 회가 권선되어 있다고 하자. 이 때, 코일 a 및 코일 b의 자기 인덕턴스 L_a , L_b 는 식 (8) 와 같고 상호인덕턴스 L_{ab} 는 식 (9)

과 같이 계산된다.

$$L_a = \frac{\mu_0 \pi n_a^2 (3r_2^2 + 2r_2 r_3 + r_3^2)}{6l} \quad (8)$$

$$L_b = \frac{\mu_0 \pi n_b^2 (3r_4^2 + 2r_5 r_4 + r_5^2)}{6l} \quad (9)$$

$$L_{ab} = \frac{\mu_0 \pi n_a n_b (r_2^2 + r_3 r_2 + r_3^2)}{3l} \quad (10)$$

식 (2)에서부터 구하고자하는 누설 인덕턴스는 다음과 식과 같이 정리 된다.

$$\begin{aligned} L_{\sigma ab} &= \frac{\mu_0 \pi}{6l} (3n_a^2 r_2^2 + 2n_a^2 r_3 r_2 + n_a^2 r_3^2 \\ &\quad + 3n_b^2 r_4^2 + 2n_b^2 r_5 r_4 + n_b^2 r_5^2 - 4n_a n_b r_2^2 \\ &\quad - 4n_a n_b r_3 r_2 - 4n_a n_b r_3^2) \end{aligned} \quad (11)$$

6. 실제 변압기의 형상

실제로 변압기에서는 물론 축방향의 길이가 무한대로 경우는 없고, 권선축은 유한하나 그 자로의 폐루프를 코일을 이용하여 그림 4처럼 형성시킴으로서 누설인덕턴스를 최소화하고 있다. 본 논문에서 사용한 무차원 또는 2 차원 모델은 코아를 없애고 대신 축방향의 길이를 무한대로 취하여 누설인덕턴스를 계산한 것이다.

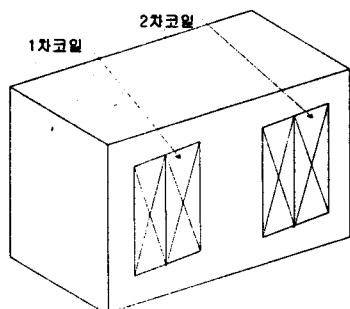


그림 4 실제 변압기의 개념도

Fig. 4 Practical diagram for transformer

위의 실제 변압기의 단면도는 그림 5와 같다. 이와 같은 경우에는 단면이 원의 형태가 아니고 사각형의 경우이므로 따라서 지금까지 유도한 수식들을 곧바로 적용하기는 어렵다. 여기에서는 사각형의 단면 중 짧은거리를 단축, 긴거리를 장축으로 하는 원의 단면을 사용하여 지금까지 유도한 수식들을 사용하여 계산하기로 한다. 실제의 값은 이 장축과 단축을 사용하여 계산한 각각의 인덕턴스값들의 사이에 존재할 것이다. 이러한 사실은 다음절 사례연구를 통하여 확인된다.

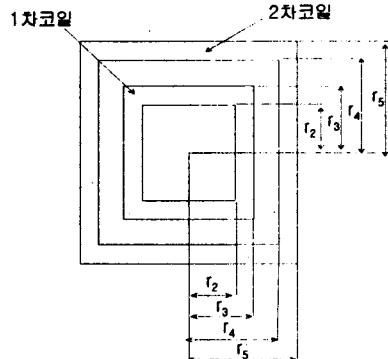


그림 5 변압기의 단면도

Fig. 5 Cross sectional view of transformer

7. 사례연구

지금까지 언급한 수식들의 타당성을 검증하기 위하여 3 가지의 경우에 대하여 변압기(상전도변압기)의 누설인덕턴스를 계산, 측정하여 그 값을 비교하여 보았다. 반경이 원통형인 변압기와 같이 직사각형의 단축(가로방향), 장축방향(세로방향)을 원의 직경으로 취하여 누설인덕턴스를 계산하였으며, 실제로 LRC 메터를 이용하여 측정한 값과 비교한 결과, 그 최소값과 최대값 사이에 누설인덕턴스 측정치가 존재함을 확인하였다. (그림 6) 이것은 단축과 장축의 평균값으로 취한 직경을 이용하여 계산한 인덕턴스값이 실제값과 거의 유사하다는 의미를 지닌다는 것을 예측할 수 있으며, 실제로 평균값을 이용하여 계산한 누설인덕턴스의 값은 측정치와 잘 일치하였다. 그림 6의 결과는 1 차축과 2 차축의 선재두께가 거의 비슷한 경우의 결과이고 선재의 두께 차이가 많을 경우에는 심한 오차를 발생하였다. 이는 변압기의 크기와 코일의 직경 그리고 선재의 상대적인 크기가 서로 복잡한 변수가 되어 누설인덕턴스값을 결정함을 의미한다고 하겠다.

8. 결 론

지금까지 이상적인 무차원 및 1 차원 모델을 이용하여 실제 변압기에 적용 가능한 누설인덕턴스의 이론적 계산식을 유도하였다. 유도한 수식을 실제의 변압기 형상에 적용한 결과 실제의 측정값과 잘 일치하였다. 본 논문에서 제시한 핵심은 2 차원 해석을 하지 않고도 실제적으로 사용하기에 오차가 충분히 적은 누설 인덕턴스의 값을 1 차원 해석으로 손쉽게 계산하여 사용할 수가 있다는 것이다. 그러나 7 장에서 지적한 바와 같이 1 차와 2 차의 선재두께가 심한 차이를 가지고 있으면 계산결과가 측정치와 많은 차이를 가진다. 차기 연구에는 변압기의 크기와 코일의 두께 그리고 1, 2 차 선재의 두

께를 고려하여 본 수식이 적용가능한 범위를 제시할 계획이다. 아울러 2 차원 해석도 수행하여 1 차원해석의 결과와 실측치와의 오차도 비교, 분석하고자 할 예정이다.

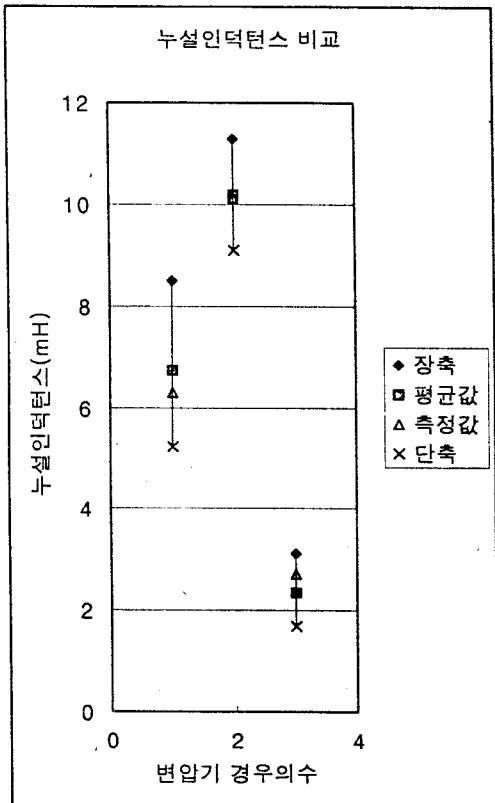


그림 6 누설 인덕턴스 계산값과 측정값의 비교
Fig. 6 Comparison of calculated and measured leakage inductances

본 연구는 통상산업부의 에너지자원기술개발지원센타의 지원에 의한 것임을 밝히며 이에 감사드립니다.

[참 고 문 헌]

- [1] Sven Hornfeldt, Ove Albertsson, et al. : "Power transformer with superconducting windings", IEEE Transactions on Magnetics, Vol.29, No.6, November 1993
- [2] M. Iwakuma, K. Funaki, H. Kanetaka, K. Tasaki, M. Takeo, and K. Yamafuji : "Quench analysis in a 72 kVA superconducting four-winding power transformer", Cryogenics, Vol. 29, November 1989
- [3] G.R. Slemon and A. Straughen, " Electric machines", Addison-Wesley Publishing Co. 1980

표 1 계산에 사용된 변압기의 사양
Table 1. Transformer specifications

| 구분 | 변압기1 | 변압기2 | 변압기3 | 구분 |
|---------|-----------------|-------|-------|-------|
| 공통 | n_a | 520 | 549 | 710 |
| | n_b | 650 | 516 | 540 |
| | l | 29 | 34 | 23.5 |
| | L_a | 2500 | 634 | 10000 |
| | L_b | 2500 | 522 | 4170 |
| 단축 | r_2 | 13.0 | 11.3 | 11.0 |
| | r_3 | 16.0 | 14.3 | 12.7 |
| | r_4 | 16.0 | 20.5 | 12.7 |
| | r_5 | 20.0 | 24.1 | 14.0 |
| | $L_{\sigma ab}$ | 5.2 | 9.1 | 1.68 |
| 장축 | r_2 | 15.5 | 12.0 | 16.8 |
| | r_3 | 19.7 | 15.6 | 18.6 |
| | r_4 | 19.7 | 22.8 | 18.6 |
| | r_5 | 25.0 | 26.4 | 20.0 |
| | $L_{\sigma ab}$ | 8.5 | 11.33 | 3.1 |
| 장·단축 평균 | r_2 | 14.25 | 11.65 | 13.9 |
| | r_3 | 17.85 | 14.95 | 15.65 |
| | r_4 | 17.85 | 21.65 | 15.65 |
| | r_5 | 22.50 | 25.25 | 17.00 |
| | $L_{\sigma ab}$ | 6.73 | 10.18 | 2.33 |
| 측정값 | L_{σ} | 6.3 | 10.1 | 2.7 |

단, n_a : 1차권선수, n_b : 2차권선수

l : 권선축의 길이 [mm]

r_2 : 중심축으로부터 1차 권선의 내경 [mm]

r_3 : 중심축으로부터 1차 권선의 외경 [mm]

r_4 : 중심축으로부터 2차권선의 내경 [mm]

r_5 : 중심축으로부터 2차권선의 외경 [mm]

L_a : 1차권선의 자기인덕턴스 [mH]

L_b : 2차권선의 자기 인덕턴스 [mH]

$L_{\sigma ab}$: 누설인덕턴스계산값 [mH]

L_{σ} : 누설인덕턴스 측정값 [mH]

[4] F.van Overbeeke, K.Oordt and L.J.M. van de Klundert, "Design and operation of a protection system for transformers with superconducting windings", Cryogenics, Vol. 25, December 1985

[5] Maple V Release 3.0 for Microsoft Windows, Waterloo Maple Software

[6] 박민호 저 "유도기기", 1990