

## 퍼지신경망을 이용한 비선형 데이터 모델링에 관한 연구

### A Study on Nonlinear Data-based Modeling Using Fuzzy Neural Networks

°권오국\*, 장 옥\*, 주 영훈\*\*, 최 윤호\*\*\*, 박 진배\*

\* 연세대학교 전기공학과( Tel: +82-2-361-2773, E-mail : jbpark@bubble.yonsei.ac.kr )

\*\* 군산대학교 제어계측공학과( Tel: +82-654-469-4706, E-mail: yhjoo@knusun1.kunsan.ac.kr )

\*\*\* 경기대학교 전자공학과( Tel: +82-331-40-7826, E-mail: yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr )

**Abstract** This paper presents models of fuzzy inference systems that can be built from a set of input-output training data pairs through hybrid structure-parameter learning. Fuzzy inference systems has the difficulty of parameter learning. Here we develop a coding format to determine a fuzzy neural network(FNN) model by chromosome in a genetic algorithm(GA) and present systematic approach to identify the parameters and structure of FNN. The proposed FNN can automatically identify the fuzzy rules and tune the membership functions by modifying the connection weights of the networks using the GA and the back-propagation learning algorithm. In order to show effectiveness of it we simulate and compare with conventional methods.

**Keyword** fuzzy inference system, genetic algorithm, back-propagation, fuzzy neural network

#### 1. 서 론

퍼지 추론 시스템은 전문가 지식을 언어적인 표현을 사용하여 근사화하는 것이다[1]. 퍼지 추론에 있어 퍼지 규칙을 결정하는 것은 전문가의 지식을 필요하지만 이를 결정하는 것은 어려운 문제이다. 따라서 자기 조정 방법을 사용하여 퍼지 규칙을 생성하고 매개 변수들을 조정하는 것이 작업 능력을 수행하는데 바람직하다. 이러한 자기 조정 방법의 하나로 신경회로망의 학습 능력을 가진 퍼지 신경회로망(fuzzy neural networks, FNN)이 제안되었으며 이는 실제로 퍼지 추론 규칙을 조정하는데 매우 뛰어난 방법이다[2].

퍼지 추론에 있어 주된 연구 대상은 전문가 지식의 획득과 파라미터의 최적화이다. Horikawa[1-2]는 오차 역전파(back-propagation) 알고리즘을 사용한 퍼지 신경망을 제안하였고, Jang[3]은 오차 역전파와 최소 제곱 오차법(least square method)을 이용한 적응 퍼지 추론 시스템(ANFIS)을 제안하였다. 하지만 이러한 논문들은 퍼지 추론 규칙의 생성 및 소속 함수의 동정에 있어 국소 최적해 문제를 완전히 해결해주지 못했다. 따라서 경사법과 오차 역전파 알고리즘을 사용하여 학습하는 기존의 퍼지 신경망이나 신경 회로망에선 전역 탐색 알고리즘이 필요하다. Son[4]은 규칙의 최적화와 경사법의 국소 최적해 문제를 해결하기 위해 유전 알고리즘을 사용한 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 퍼지 신경망에서 퍼지 추론 규칙의 결정과 오차 역전파 알고리즘의 단점을 해결하기 위해 전역 탐색 알고리즘인 유전 알고리즘을 사용한 퍼지 신경망을 제안한다. 제안된 방법은 두가지 조정 단계를 갖는다. 하나는 성긴 조정(coarse tuning) 단계로 전역 탐색을 하는 유전 알고리즘을 사용하여 파라미터와 퍼지 추론 규칙을 동조하게 된다. 유전 알고리즘은 전역 탐색을 하므로 국소 최적해가 많은 복잡한 시스템을 모델링 하는데 적합하다. 다른 하나는 미세 조정(fine tuning) 단계로 여기서는 성긴 조정 단계에서 결정된 소속함수의 파라미터와 퍼지

추론 규칙을 조정하게 된다. 따라서 퍼지 추론 시스템은 성긴 조정 단계를 거친후 미세 조정을 하게 된다. 이러한 조정 단계를 거쳐 우리는 최적의 퍼지 추론 시스템을 구성하게 된다.

이 제안된 혼합 자기 동조 기법은 입력력 사이의 관계를 자동적으로 퍼지 규칙으로 표현하고 조합하여 언어적 특성을 가진 하나의 시스템으로 만든다. 본 논문에서 제안한 방법의 우수성과 정확성을 증명하기 위해 비선형 시스템에 적용하여 기존의 논문들과 비교해 평가해 본다.

#### 2. 퍼지 신경망

퍼지 신경망은 오차 역전파 알고리즘을 사용하여 신경망의 연결 강도를 갱신함으로써 자동적으로 퍼지 규칙을 동정하고 소속함수를 조절할 수 있는 퍼지 추론 시스템의 자기 동조 기법이다.

그림 1은 식 (1)과 같은 퍼지 추론 규칙을 모델링하기 위한 퍼지 신경망의 구조이다. 그림 1에서 알수 있듯이 사용된 퍼지 신경망은 기존의 신경회로망 모델에 퍼지 구조인 퍼지화와 비퍼지화가 존재한다. 퍼지 소속 함수의 파라미터는 신경망의 학습 방법인 오차 역전파에 의해 갱신된다.

$$\text{Rule } i: \text{ If } x_1 \text{ is } A_{i1}, \dots, x_n \text{ is } A_{in}, \text{ then } y_i \text{ is } \omega_i \quad (1)$$
$$(i=1, \dots, c)$$

식 (1)에서 Rule  $i$ 는  $i$ 번째 규칙( $1 \leq i \leq c$ )을 말하며,  $x_j$  ( $1 \leq j \leq n$ )은  $j$ 번째 입력 변수,  $y_i$ 는  $i$ 번째 규칙의 출력,  $c$ 는 퍼지 규칙의 수를 나타낸다. 식 (1)에서 전제부의 소속 함수  $A_{ij}$ 는 가우시안 함수로 아래의 식 (2)로 표현한다.

$$A_{ij} = \exp\left(-\frac{(x_{ij} - \mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right) \quad (2)$$

여기서  $x_{ij}$ 는 입력 데이터이고  $\mu_{ij}$ 는 가우시안 함수의 중심이고  $\sigma_{ij}$ 는 분산으로 함수의 폭을 나타낸다.

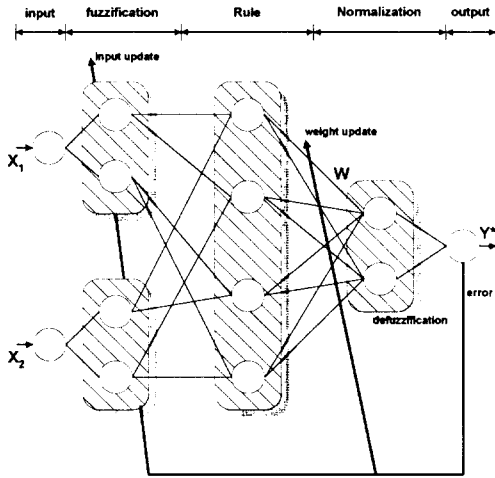


그림 1 퍼지신경망의 구조  
Fig. 1 The structure of fuzzy-neural network

퍼지 신경망의 구조의 그림 1과 같은데 입력, 퍼지화, 규칙, 비퍼지화, 출력의 5가지 층으로 구성된다. 입력층은 입력 데이터  $x_1, x_2$ 를 받는다. 두 번째 층은 퍼지화 층으로 식 (2)의 가우시안 함수를 소속 함수로 사용한다. 여기서 퍼지 입력 공간의 분할은 격자 분할 방법(grid partition)을 사용한다. 그림과 같이 두 개의 데이터의 입력 공간을 두 개로 분할하게 되면 4개의 규칙이 형성된다. 이와같이 입력 공간을 격자 분할을 할 경우 규칙 노드의 수는 입력 공간의 분할수에 의존한다. 규칙수는 입력의 수와 입력 공간의 분할 수가 증가함에 따라 지수적으로 증가하므로 입력의 수와 입력 공간의 분할 수를 결정하는 것은 매우 중요한 일이다. 세 번째 층은 규칙으로 형성된 규칙의 입력을 받아 식 (3)과 같이 T-norm을 계산한다.

$$\mu_i = A_{i1}(x_{i1}) \times A_{i2}(x_{i2}) \times \dots \times A_{in}(x_{in}) \quad (3)$$

네 번째 층은 비퍼지화 층이다. 규칙 층에서 계산된 퍼지값을 비퍼지화시키기 위해 무게중심법을 사용한다. 간략화된 퍼지 추론 구조이므로 무게중심법은 식 (4)와 같이 표현한다.

$$y_i^* = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_i \omega_i}{\sum_{i=1}^c \mu_i} \quad (4)$$

여기서  $y_i^*$ 는 모델링의 추론된 값으로 비퍼지화 값이고 규칙의 수는  $c$ 개이다.

추론된 출력과 원래 데이터쌍의 출력을 비교하여 오차를 계산한 다음 소속 함수의 파라미터와 결론부의 결선강도(가중치)

를 갱신해 준다.

### 3. 모델링 알고리즘

#### 3.1 최적해 탐색 기법

그림 2에서 최적해에는 전역 최적해, 근사 최적해, 국소 최적해가 있다는 것을 알 수 있다.

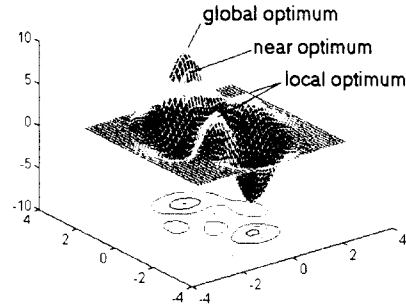


그림 2 최적해들의 예  
Fig. 2 An example of optimums

유전 알고리즘은 전역적으로 해를 탐색하지만 근사 최적해를 탐색한다고 알려져 있으며 경사법은 전역 최적해를 탐색하지는 않으나 국소 최적해를 탐색하는 것에 유리하다고 알려져 있다. 그러므로 본 논문에서는 유전알고리즘을 이용하여 근사 최적해를 탐색한 후 경사법을 이용하여 국소 최적해를 탐색하여 전역 최적해를 구하는 방법을 이용한다.

#### 3.2 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 자연 세계의 진화 현상에 기반한 계산 모델이다. 유전 알고리즘은 풀고자 하는 문제에 대한 가능한 해들을 정해진 형태의 자료 구조로 표현한 다음 이들을 점차적으로 변형함으로써 점점 더 좋은 해들을 생성한다. 유전 알고리즘은 탐색 공간에 대한 제약, 예를 들면 공간의 연속성과 같은 제약 조건을 갖지 않기 때문에 여러 가지 문제에 적용이 가능하고 또한 주어진 상황에 적응적으로 대처해서 탐색을 한다.

유전 알고리즘에서 각각의 가능한 해를 하나의 개체(individual)로 보며 이들의 집합을 개체군(population)이라 한다. 하나의 개체는 하나 또는 여러 개의 염색체(chromosome)로 구성되며 염색체를 변형하는 연산자를 유전 연산자(genetic operator)라고 한다. 유전 연산자에는 재생 연산자, 교차 연산자, 그리고 돌연변이 연산자가 있다. 자연 선택에서 각 개체는 재생산을 위한 기회를 얻기 위해 경쟁하고 돌연변이에 의해 각 개체에 새로운 형질이 도입된다[6].

**재생 연산자** : 재생은 적합도 함수 값에 의해서 개별적인 스트링이 복제되는 과정이다. 2개의 스트링이 재생을 위해 선택되면, 스트링의 복제가 이루어지고 복제된 스트링은 다음의 유전 연산을 위해 교배 풀(mating pool)에 놓이게된다.

**교차 연산자** : 교배 풀에서 두 스트링은 임의적으로 자신의 짝을 결정한다. 스트링 A의 교차 지점 이후의 모든 내용들은 그림 3에서 도시한 바와 같이 스트링 B의 그에 상응하는 내용들로 교체된다

돌연변이 연산자 : 돌연변이는 재생 및 교배와 함께 사용될 때 중요한 개체의 조기 손실을 막아준다. 스트링이 2진 스트링이라면 코드 상에서 돌연변이는 임의의 스트링의 위치에서 1을 0으로, 0을 1로 바꾸는 것을 의미한다. 돌연변이 연산자의 작동 원리를 그림 4에 도시하였다.

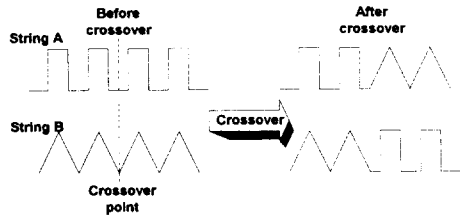


그림 3 교차연산자  
Fig. 3 crossover operator

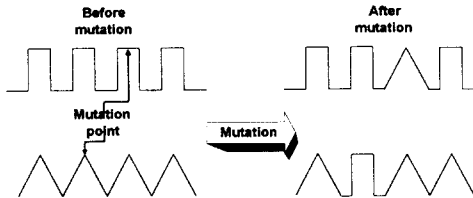


그림 4 돌연변이 연산자  
Fig. 4 mutation operator

유전 알고리즘에 의한 퍼지 모델링은 먼저 퍼지 모델의 유전 암호화로부터 시작된다. 하나의 문제에 대한 잠재적인 해들이 어떻게 암호화 되는지는 유전 알고리즘의 성능에 중요한 역할을 한다. 즉, 하나의 퍼지 규칙이 하나의 염색체에 의해서 표현되는 방식은 유전 알고리즘에 의해 제공되는 해의 자질과 해를 발견하는 속도에 큰 영향을 주게 된다. 제안된 알고리즘의 염색체 구조 및 암호화는 그림 5와 같다.

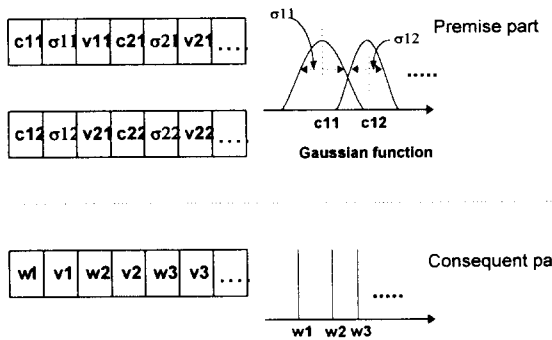


그림 5 제안된 GA의 염색체 구조

Fig. 5 The structure of the chromosome in proposed GA

염색체 스트링은 전반부와 후반부로 나누어 암호화된다. 전반부에서는 소속 함수의 파라미터와 소속 함수의 유효성을 나타내는 이진 스트링으로 구성되며, 후반부는 가중치와 유효도로 구성된다.

적합도 함수는 성능지수(performance index, PI)의 음의 지수 형태를 갖는다. 목적함수는 오차와 규칙수의 향으로 구성된다.

$$PI = \alpha \cdot \sum_{i=1}^{N_{dat}} \frac{(y^* - y_i)^2}{N_{dat}} + \beta \cdot \frac{N_{Rule}}{N_{max}} \quad (5)$$

여기서  $\alpha, \beta$  는 0과 1사이의 수로 가중치를 나타내고,  $N_{dat}$ ,  $N_{Rule}$ ,  $N_{max}$  는 각각 데이터쌍의 수, 유효한 규칙수, 최대 규칙수이다. 그리고 적합도 함수는 식 (6)과 같이 쓰여진다.

$$fitness = \exp(-PI) \quad (6)$$

### 3.2 BP 알고리즘을 이용한 미세조정

유전 알고리즘을 사용하여 근사 최적해를 구한 다음 전역 최적해를 구하기 위해서는 오차역전파를 사용하여 미세조정단계를 거쳐야 한다. 오차 역전파는 근본적으로 확장된 경사법의 의해 구할 수 있다. 즉 오차 역전파 알고리즘은 사슬 법칙(chain rule)을 사용하여 출력층의 결선강도부터 역방향으로 결선강도를 갱신해 주는 것이다. 갱신된 결선강도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w[n+1] &= w[n] + \Delta w \\ &= w[n] + \eta \left( -\frac{\partial E}{\partial w} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서  $\eta$  는 학습률이고  $n$  은 학습 회수이다.  $w$  는  $c, \sigma, w_b$  로 퍼지 신경망의 소속 함수와 결론부의 파라미터를 가리킨다.  $\Delta w$  는 체인법칙(chain rule)에 따라서 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta w = -\frac{\partial E}{\partial w} = -\frac{\partial E}{\partial y_i^*} \frac{\partial y_i^*}{\partial w} = (y_{id} - y_i^*) \frac{\partial y_i^*}{\partial w} \quad (8)$$

$\frac{\partial w}{\partial w}$  는 각각 파라미터에 따라 사슬법칙에 의해 식 (9)- 식 (10)과 같이 구해진다.

$$\frac{\partial y_i^*}{\partial w_{b_i}} = \mu_i \quad (9)$$

$$\frac{\partial y_i^*}{\partial w_j} = \frac{\sum_{i=1}^K a_i w_{b_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial w_j} - \sum_{i=1}^K a_i \frac{\partial \mu_i}{\partial w_j} \sum_{i=1}^K \mu_i w_{b_i}}{\sum_{i=1}^K \mu_i - \left( \sum_{i=1}^K \mu_i \right)^2} \quad (10)$$

$$\text{단, } a_i = \begin{cases} 1 & w_{b_i} \neq 0 \\ 0 & w_{b_i} = 0 \end{cases}$$

$n$  은 규칙을 최적화하기 전의 규칙 수이고  $K$  는 최적화하여 규칙을 줄인 후의 규칙 수이다. 그리고  $w_j$  는  $c_j, \sigma_j$  를 나타내는 것으로 각각 대입하여 계산하면 된다.

## 4. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서 제안한 퍼지 신경망 모델의 자동 동조 기법을 평가하기 위해 비선형 시스템의 데이터 쌍을 모델링한다. 본 논문에서 사용한 비선형 시스템은 식 (11)과 같다.

$$y = (1 + x_1^{-1} + x_2^{-1.5})^2$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq 5$$
(11)

식 (11)은 입력이 두 개, 출력이 하나인 비선형 시스템이며, 입력은 0과 5사이에서 무작위로 추출한 데이터 50개를 기반으로 학습한다. 모의 실험을 위한 초기 설정값은 표 1과 같다.

표 1 모의 실험을 위한 초기 파라미터  
Table 1 initial parameters for the simulation

PI		Genetic algorithm	
parameter	value	parameter	value
$\alpha$	1.0	population size	50
$\beta$	0.2	generation number	5000
$N_{dat}$	50	crossover probability	0.9
$N_{max}$	9	mutation probability	0.08

성능 지수(PI)에선  $\beta$ 를 작게 하여 규칙수보다는 오차가 작은 것이 더 좋은 성능을 보이도록 하였다. 여기서 규칙수는 입력 공간의 분할수에 영향을 받는다. 초기에 입력 공간은 각 입력에 대해 3개로 하였다. 유전 알고리즘을 사용하여 최적화된 결과 각각 입력은 각각 두 개의 소속 함수를 가졌다. 표 2는 유전 알고리즘을 사용하여 최적화된 결과를 나타내는 것이다.

표 2 동정된 소속 함수의 매개변수  
Fig. 2 identified parameters of membership functions

premise				consequence		
$x_1$		$x_2$		$w$		
center	variance	center	variance			
0.7175	9.8966	<b>0.7060</b>	<b>13.8942</b>	<b>-0.6934</b>	28.5838	1.38013
<b>1.0401</b>	<b>0.6183</b>	-5.7752	4.2652	<b>0.4082</b>	-1.1103	<b>5.2897</b>
0.2461	1.0587	3.2898	100.00	<b>6.2205</b>	15.2853	3.88032

표 2에서 어두운 블록은 소거되어 더 이상 유효하지 않은 파라미터를 나타내고, 밝은 블록만이 유효한 파라미터이다. 입력 공간 중 각각 1개씩 제거되어 총 규칙수는 4개가 되었다. 이때 평균제곱오차(MSE)는 0.05390으로 Sugeno[7]의 0.079보다 향상되었다(표 4).

유전 알고리즘은 근사 최적해를 탐색하는 단점이 있다. 물론 많은 세대를 거쳐 진화시키면 최적해에 가까이 접근하지만 시간이 많이 걸리는 단점이 있다. 따라서 유전 알고리즘으로 어느 정도 진화시킨 후 신경망의 학습 방법인 오차 역전파 알고리즘을 사용하여 미세 조정 단계를 거친다. 표 3은 미세 조정 단계를 거친 결과이다.

표 3 미세 조정된 소속 함수의 매개변수  
Fig. 3 fine-tuned parameters of membership functions

premise				consequence	
$x_1$		$x_2$		$w$	
center	variance	center	variance		
0.7182	8.6162	-5.7351	3.9637	40.9037	1.5201
0.2007	1.0595	3.2898	37.6087	16.5290	4.2733

미세 조정 단계를 거친 후 평균 제곱 오차는 0.05390에서 0.48637로 향상되었다. 제안된 모의 실험은 유전 알고리즘을 통한 탐색과정과 오차 역전파 알고리즘을 사용한 미세 조정 단계로 구분되며 이들은 서로의 단점을 보완해 준다.

표 4 다른 접근 방법과 비교  
Fig. 4 Comparison our method with other methods

	No. of rule	MSE	Etc.
Sugeno's	6	0.079	[7]
Son's	5	0.052	[4]
Ours	4	0.0539	after coarse tuning
Ours	4	0.0486	after fine-tune

위의 표 4는 기존의 모의 실험 결과와 비교한 것이다. 모의 실험 결과 Sugeno[7]나 Son[4]의 모의 실험 결과보다 규칙수나 평균 제곱 오차면에서 향상되었다.

## 5. 결 론

본 논문은 퍼지 추론 시스템의 자기 동조 기법으로 유전 알고리즘을 사용한 퍼지 신경망을 제안하였다. 유전 알고리즘은 전역 탐색 방법으로 최적해에 근사한 해를 탐색한다. 따라서 유전 알고리즘은 극소 최적해가 많은 복잡한 시스템에 적합한 탐색 방법이다. 제안된 자기 동조 기법은 파라미터뿐만 아니라 규칙의 수도 동시에 동조하게 된다. 모의 실험을 통해서 제안된 자기 동조 기법은 기존의 퍼지 추론 시스템보다 우수한 성능을 보였다.

## 참 고 문 헌

- [1] T. Hasegawa, S. Horikawa et al., "On design of adaptive fuzzy controller using fuzzy neural networks and a description of its dynamical behavior", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.71, pp. 3-23, 1995.
- [2] S. Horikawa, T. Furuhashi and Y. Uchikawa, "On fuzzy modeling using fuzzy neural networks with the back-propagation algorithm", *IEEE Trans. Neural Networks* vol. 3(5), pp. 801-806, 1992.
- [3] J. S. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference systems", *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, vol. 23(3), pp. 665-684, 1993.
- [4] 손 유석, 장 욱, 박 진배, 주영훈, "유전 알고리즘을 이용한 복잡한 시스템의 퍼지 모델링", *JCEANF '96*, pp. 70-73, 1996.
- [5] C. T. Lin and C.S.G. Lee, *Neural Fuzzy Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1996.
- [6] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [7] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-logic-based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy sys.*, Vol. 1, No. 1, pp. 7-31, Feb. 1993.
- [8] C. L. Karr, "Design of a Cart-Pole Balancing Fuzzy Logic Controller using a Genetic Algorithm", *SPIE Conf. on Appls. of AI*, Bellingham, WA, 1991.