

## 신경회로망을 이용한 비선형 플랜트의 적응제어

# Adaptive Controls for Non-linear Plant using Neural Network

정 대 원

호남대학교 전기전자공학부

**Abstract** - A dynamic back-propagation neural network is addressed for adaptive neural control system to approximate non-linear control system rather than static networks. It has the capability to represent the approximation of non-linear system without mathematical analysis and to carry out the on-line learning algorithm for real time application. The simulated results show fast tracking capability and adaptive response by using dynamic back-propagation neurons.

**Key Words** : 동적 역전과 신경회로망, 적응제어 신경회로망, 시스템식별 신경회로망, 온-라인 학습.

### 1. 서 론

최근 문자와 음성인식을 비롯한 각종 패턴인식과 로봇 공학에서 호평을 받고 있는 신경회로망은 다수의 뉴-런원소가 동시에 동작하는 병렬연산처리를 수행함으로써 빠른 연산속도와 외부입력에 따라 학습을 통해 적용된 가중치를 저장하는 학습능력의 특징을 갖고 있다. 이 신경회로망은 순차적 연산처리를 하는 기존의 컴퓨터에 비해 함수근사화 능력을 갖고 있어 1960-80년대에 제어시스템에 적용할 연구가 관심을 보이면서 이 분야의 많은 발전을 거듭해오고 있다. 신경회로망을 이용한 제어의 가장 큰 장점은 기존의 해석적인 방법으로 쉽게 처리할 수 없었던 비선형특성을 갖는 플랜트 모델의 불확실성의 문제와 파라메타 시변에 따른 적용된 제어문제들을 수학적 해석없이 쉽게 해결한다. 특히, 제어분야에서 이상적인 제어구현이 가능한 실시간 적응제어문제를 쉽게 접근하고 빠른 제어연산을 수행하여 흥미로운 발전이 이어왔다. 적응제어의 목적은 비선형 플랜트의 운전환경 변화에 적응하여 외란에 강인하도록 플랜트 출력요구에 잘 추종하여 안정적인 제어를 실현하는데 있다.

적응제어문제에서 해결해야할 문제들중에서 모델 불확실성을 포함한 미지의 비선형 시스템의 입출력 데이터로부터 원래 시스템을 근사적으로 유추해 내는 시스템 식별문제와 실시간 제어에서 해결해야할 또다른 실제적인 문제로 온-라인으로 학습된 연결가중치가 새로운 제어환경에서 과도현상없이 제어목적에 절대적으로 수렴하는 문제와 비선형 모델의 근사화와 가변구조의 제어를 위해 신경망의 구조를 정립하고 학습방법을 결정하는 문제이다. 이러한 실제적 문제에 대하여 본 논문에서 원론적으로 고찰하여 적절한 방법을 제시한다. 지금까지 제어문제에서 주로 다루어 온 학습방법은 오프-라인 학습형태로써 이는 제어시간 전 구간에서 걸쳐 학습을 해야하는 관계로 시간구간이 미정인 자유변수로 취급되어야 하고 무한정의 메모리 용량이 요구되어 실제 제어문제에서는 현실적으로 적합하지 않아 적절한 개선점이 요구되고 있다. 이러한 문제고찰에서 신경회로망은 동적 플랜트의 근사화를 위해 동적인 구조를 갖는 역전과 신경회로망으로 구성하였고 신경망 학습은 널리 알려진 Widrow-Hoff의 일반화된 delta 규칙에서 변형된 동적 요소들을 고려한 학습률을 적용하도록 하였다. 적응제어 신경회로망의 성능은 모의실험을 통해 분석하여 평가하였다

### 2. Dynamic Back-Propagation 신경회로망

#### 2.1 개요

정적인 구조와 연산특성을 갖고 있는 역전과 신경망 (Back- Propagation Neural Network)은 입력층으로부터 수신된 신호(혹은 입력패턴)가 은닉층의 비선형함수의 신호 처리기를 거쳐 출력층의 뉴-런으로 전송되어 출력층의 출력신호와 출력목표신호간에 발생하는 오차를 검출하여 그 오차를 최소화하도록 학습을 통하여 출력층에서 입력층의 뉴-런으로 역전과하여 연결가중치의 강도를 최적으로 조절한다. F.J. Pineda[5]에 의해 소개된 동적 역전과 신경회로망(Dynamic Back-Propagation Neural Network)은 그림 1과 같은 구조를 갖고서 정적인 응답특성의 역전과 신경망의 출력층에서 출력신호를 활성화함수의 전단에 재귀환시켜 전이함수가 동특성응답 특성을 갖고 있는 점이 특징이다. 이 구조는 출력층을 신경망의 입력층에 재귀환시키서 자율경쟁학습을 유도하는 재귀적 호-필드망(Recurrent Hopfield Nets) [1]과는 구조와 응답특성에서 구별된다. 이 동적 역전과 신경망은 식 (1)과 같이 표현되는 비선형 동특성함수에 부합되도록 설계되었다. 이 것은 정적인 구조를 갖고 있는 역전과망이 주로 오프-라인 학습을 통해 연결가중치를 조정하는 학습방법과 달리 온-라인 학습이 가능하여 실시간 제어문제에서 해결해야 할 온-라인 학습을 통해 제어목표를 과도시간이 없이 적용하여 추경(Tracking)할 수 있는 점이 장점이다. 일반적으로 비선형제어문제는 다음과 같은 동특성 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u, t) \\ y &= g(x, u, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{혹은, } y_{k+1} = f(y_k, u_k) \quad (2)$$

이산치의 비선형제어계는 식 (2)로 표현된다. 식 (1)로 표현되는 제어시스템의 비선형함수를 근사화하기 위한 신경회로망은 비슷한 동특성구조를 가져야 하고 이는 다음과 같이 상태방정식으로 표현된다.

$$T_j \dot{y}_j(t) = -y_j(t) + f(s_j) + u_j, \quad f(s_j) = \sum_{i=1}^N w_{ij} y_i \quad (3)$$

여기서,  $T_j, i, j$ : 각각 뉴-런의 학습시정수, 입력유니트 갯수, 연결 뉴-런의 갯수이며,  $f(s_j)$ 는 뉴-런의 활성화함수,  $u_j$ 는 뉴-런의 입력신호,  $w_{ij}$ 는 연결 가중치,  $-y_j$ 는 출력의

피드백 신호를 각각 나타낸다. 한편, 그림 1에서 이 신경망을 구성하고 있는 뉴런의 구성을 보면  $p$ 개의 입력뉴런,  $q$ 개의 은닉층 뉴런과  $r$ 개의 출력층 뉴런으로 구성된다. 즉,  $N=(p, q, r)$ 개의 뉴런으로 구성된다. 출력신호  $[y_k(t)]$ 는  $T_i=0, w_{ij}=0$ 으로부터 구해지며 입력된 신호는 연결선의 가중치조정을 통해 상태신호와 출력의 피드백 신호와 합쳐 전이함수를 통해 출력층에 전달된다. 전이함수는 적용형 선형요소의 특성을 갖는다.

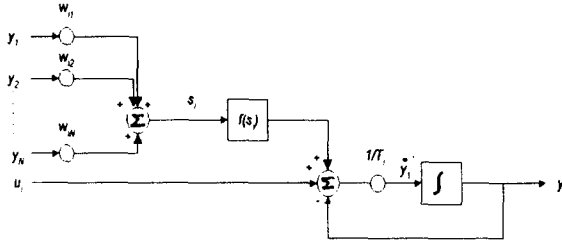


그림 1. 동적 역전파 뉴런의 구조

## 2.2 동적 역전파 신경망의 학습방법

동적 역전파 신경망의 학습을 위해 다음의 목표출력오차인 평가함수를 최소화 하도록 연결가중치를 조정한다.

$$E = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t [(d(\tau) - y(\tau))^T (d(\tau) - y(\tau))] d\tau \quad (4)$$

여기서,  $d(\tau)$ 는 출력목표치 벡터이며,  $y(\tau)$ 는 뉴런의 출력치 벡터이다. (단,  $()^T$ 은 전치행렬을 뜻함). 한편, 식 (3)에서 과정의 단순화를 위해 응답시정수  $T_i=1$ 로 두고 양변을 가중치 ( $w_{ij}$ )로 편미분하면 식 (5), (6)를 얻는다.

$$\dot{y}_k = -y_k + f(s_k) + u_k, \quad k=1, \dots, N \quad (5)$$

$$\frac{\partial \dot{y}_k}{\partial w_{ij}} = -\frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}} + f(s_k) [\delta_{ik} y_i + \sum_{l=1}^N w_{kl} \frac{\partial y_l}{\partial w_{ij}}] \quad (6)$$

여기서,  $f(s_k) = \sum_{k=1}^N w_{ij}^k y_k$

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{if } i=k \\ 0, & \text{if } i \neq k \end{cases} \quad \text{: Kronecker delta}$$

$k=1, 2, \dots, N$  : 뉴런의 수

식 (4)의 목적함수에서 모든 뉴런의 학습시간을 포함한 평가함수는 다음 식 (7)로 표현되고, 이 오차의 편차량은 식(8)로 정리된다.

$$E = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \sum_{k=1}^N (d_k(\tau) - y_k(\tau))^2 d\tau, \quad t \rightarrow \infty, \quad (7)$$

$$\delta E = - \sum_{k=1}^N \int_{t_0}^t [e_k(\tau) \delta y_k] d\tau \quad (8)$$

여기서,  $e_k(\tau) = \begin{cases} d_k(\tau) - y_k(\tau), & \text{if } y_k(\tau) = \text{출력층신호} \\ 0, & \text{그외의 경우,} \end{cases}$

또한,  $w_{ij}$ 는 독립변수이므로 출력편차량은 식 (9)로 된다.

$$\delta y_k = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}} \delta w_{ij} \quad (9)$$

그리고,  $p_{ij}^k \equiv \frac{\partial y_k}{\partial w_{ij}}$ 로 정의하면, 식 (8)로부터 식 (10)의 가중치에 대한 목적함수의 변화량인 편미분을 얻는다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = - \sum_{k=1}^N \int_{t_0}^t [e_k(\tau) p_{ij}^k(\tau)] d\tau \quad (10)$$

$$p_{ij}^k = -p_{ij}^k + f(s_k) [\delta_{ik} y_i + \sum_{l=1}^N w_{kl} p_{ij}^l] \quad (11)$$

$$\dot{w}_{ij} = -\frac{\alpha}{T_i} \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}, \quad (12)$$

$$p_{ij}^k(t_0) = 0 \quad (13)$$

여기서,  $\alpha$ 는 학습계수(학습율)로써  $0 < \alpha \leq 1$ 이다. 결국 재귀적 역전파망의 학습 알고리즘은 식 (10), (11), (12) 및 (13)으로 정리되어, 식 (12)은 Widrow의 일반화 델타룰에서 학습시정수만이 고려된 형태이고,  $p_{ij}^k$ 를 재귀적연산으로 구하여 가중치( $w_{ij}$ )를 갱신하는 형태로 요약된다. 여기서, 출력의 초기조건 ( $y_k(t_0)$ )은 가중치 ( $w_{ij}$ )에 무관하므로  $\delta y_k(t_0) = 0$ 이고, 식 (11)로부터 온라인으로 구할 수 있다. 따라서, 실시간 적용제어에서 새로운 환경에 적응하기 위해 필요한 제어 정보를 실시간으로 취득하고 적용된 정보는 회로망 결선강도에 저장되어 같은 상황이 반복될 시에 과도현상없이 곧 바로 응답하는 장점을 갖고 있다. 이 경우에도 온-라인 상태에서 수렴하는 안정성이 엄격히 보장되어야 한다.

## 2.3 동적 역전파 신경망의 안정도

온-라인 학습알고리즘에서 특히 보장되어야 할 안정도와 수렴성을 조사하기 위해 Cohen-Grossberg 이론[2]으로 증명한 결과를 이용한다. 참고문헌 [2]로부터 동적네트워크의 일반적 상태방정식은 다음 가정하에 식 (14)으로 정리된다. [가정]

- 1)  $w_{ij} \geq 0$  이고  $w_{ii} = w_{ii}$ 이다.
- 2)  $a_i(\xi)$ 은  $\xi \geq 0$ 에 대해 연속함수이고,  $\xi > 0$ 에 대해 정(Positive)이다.
- 3)  $b_i(\xi)$ 은 연속함수이다.
- 4) 전이함수  $f_i(\xi) \geq 0$ 은 모든  $\xi \in (-\infty, +\infty)$ 에 대해 미분가능한 단순 증가함수이다.
- 5)  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} [b_i(\xi) - w_{ii} f_i(\xi)] < 0$ 이다.
- 6)  $\lim_{\xi \rightarrow 0} b_i(\xi) = \infty$ 이다.

위 가정의 조건은 비선형제어에서 일반적으로 성립하는 명제이므로 증명은 생략한다. 식 (5)를 보다 일반적으로 표현하여 식 (14)로 표현한다.

$$\dot{y}_i = a_i(y_i) [b_i(y_i) - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j(y_j)], \quad i=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

식 (14)에 대한 리아프노프 함수를 위 가정 1), 2), 3), 4)로부터 식 (15)으로 정의한다.

$$V(y) = \sum_{i=1}^N \int_0^{y_i} b_i(\xi) f_i(\xi) d\xi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j(y_j) f_i(y_i) \quad (15)$$

식 (15)를 시간함수의 미분을 취하면 식 (16)을 얻는다.

$$\dot{V}(y) = - \sum_{i=1}^N a_i(y_i) f_i(y_i) [b_i(y_i) - \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j(y_j) f_i(y_i)]^2 \quad (16)$$

그리하여, 식 (16)의 시간 미분함수는 위의 가정 2)와 4)에 의해서  $\dot{V}(y) \leq 0$  으로 리아프노프 정리 [2]가 성립되어 동적 역전과 신경망의 출력은 점근적으로 수렴하고 안정성이 보장된다.

### 3. 적응 제어 신경회로망

적응제어를 위한 신경회로망은 시간에 따라 제어환경 변화시 혹은 외란 발생시에도 플랜트 입출력신호로부터 계속하여 변화량을 인지하여 새로운 환경에 적응하도록 제어 이득을 가변 조절하고, 이 적응제어기는 제어시스템이 비선형 응답을 갖을 때 특히 성능이 우수하다. 재귀적 역전과 신경망은 다수의 뉴-런층으로 구성되고 Feedforward 구조를 갖는다. 적응제어를 위한 전체 제어시스템의 구성은 그림 2에 나타난 바와 같고, 플랜트 추정을 위한 식별기 회로망(System Identification Networks)과 제어기 회로망(Control Computation Networks)으로 구성된다. 식별기 회로망은 플랜트 입출력신호로부터 실시간으로 기준모델을 추정하여 그 오차를 검출하고 이 오차를 최소화하도록 학습한다. 제어기 회로망은 식별기 회로망의 기준모델을 바탕으로 플랜트 응답의 적응성과 안정성을 보장하도록 최적의 제어기 이득을 매 샘플링마다 가변조절한다. 적응신경망 출력층의 활성화함수는 연속적이고 미분가능한 Hyperbolic Tangent 함수를 사용한다. 즉,

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \tanh(x) \quad (17)$$

적응제어에 사용될 식별기 및 제어기 뉴-런층의 구조와 뉴-런의 갯수는 플랜트의 비선형 차수정도와 입출력신호 및 응답추적 요구조건에 따라 결정되고 재귀적 역전과망울 구성한 각 신경회로망의 학습규칙을 고찰한다.

#### 3.1 식별기 신경회로망

동적 신경회로망을 플랜트 식별에 적용하기 위해 추정된 비선형 신경망의 출력은 식 (18)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{y}_{k+1} &= \hat{f}(y_k, \dots, y_{k-p}, u_k, \dots, u_{k-q}) \\ &= f\left(\sum_{i=0}^N w_i x_i\right) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $y_k \in R^n$  : 시스템 출력벡터

$u_k \in R^m$  : 시스템 제어입력 벡터

$x_i \in R^{n+m}$  : 각 뉴런의 입력벡터

$p, q$  :  $(y_k, u_k)$ 의 출, 입력의 차수

$\hat{y}_k \in R^n$  : 뉴-런의 예측된 출력벡터

이때 학습에 이용될 평가함수는 식 (19)와 같다.

$$E_k = \frac{1}{2T_s} \left( \sum_{i=k-T+1}^k \sum_{j=1}^n r_j [y_j(i) - \hat{y}_j(i)]^2 \right) \quad (19)$$

여기서,  $y_j, \hat{y}_j$  : j번째요소소의 시스템 출력과 뉴-런의 출력

$r_j$  : 평가함수의 가중치 계수

$T_s$  : 뉴-런의 온-라인 학습시점수

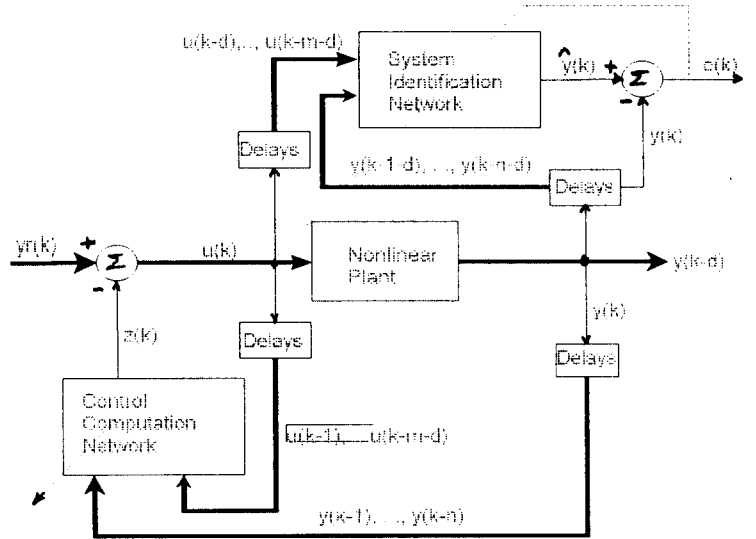


그림 2. 온라인 적응학습 제어시스템의 구조

이 평가함수를 최소화하는 학습규칙의 Gradient 방법으로 학습된 연결 가중치벡터는 식 (20)으로 정리된다.

$$w^i(k+1) = w^i(k) - \frac{\alpha}{T_s} \sum_{i=k-T+1}^k \Delta E_m(W, i) \quad (20)$$

여기서,  $\alpha$  : 학습계수 (학습율)

$\Delta E_m(W, k)$  : 시간 k에서의 Gradient 벡터로써 식 (21)로 표현된다.

$$\Delta E_m(W, k) = - \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j) \frac{\partial f(s_j)}{\partial s_j} h_j = - \sum_{j=1}^n \delta_{y_j} h_j \quad (21)$$

여기서,  $\delta_{y_j} = (y_j - \hat{y}_j) \frac{\partial f(s_j)}{\partial s_j}$  : 출력층 뉴-런의 델타

$h_j = g\left(\sum_{k=0}^N v_{jk} x_k\right)$  : 은닉층의 출력

#### 3.2 제어기 신경회로망

제어기 회로망의 학습은 식별기로부터 시스템의 정보를 받아 식 (26)으로 정의된 목적함수를 최소화한다.

$$E_c(k) = \frac{1}{2T_s} \left( \sum_{i=k-T+1}^k \sum_{j=1}^n q_j [d_j(i) - y_j(i)]^2 \right) \quad (26)$$

여기서,  $q_j$ 는 평가함수의 가중치 계수와  $d_j(i)$ 는 j번째 출력요구량의 목표치 벡터이다. 이때 제어입력은 다음 식 (27)으로 정의된다.

$$u_k = g(y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-s}, u_{k-1}, \dots, u_{k-r}) \quad (27)$$

여기서,  $s, r$ 은 제어입력의 차수이다. 또한, 학습규칙은 식 (28)으로 정리되어 식 (20)의 식별기 학습 규칙과 동일한 형태이다.

$$W_c(k+1) = W_c(k) - \frac{\alpha}{T_s} \sum_{i=k-T+1}^k \Delta E_c(W_c, i) \quad (28)$$

여기서,  $\alpha$  : 학습계수 (학습율)

$\Delta E_m(W, k)$  : 시간 k에서의 Gradient 벡터로써 식 (21)로 표현된다.

#### 4. 사례 연구

본 논문의 재귀적 역전과 신경망의 사례와 성능을 평가하기 위해 설정된 플랜트는 식 (29)으로 표현되는 전형적인 비선형 특성을 지닌 그림 3의 역추(Inverted Pendulum) 운동에 대해서 고찰하였다.

$$(M+m)\ddot{x} + mL\cos\theta\ddot{\theta} - mL\sin\theta\dot{\theta}^2 = u$$

$$m\cos\theta\ddot{x} - mL\ddot{\theta} - mg\sin\theta = 0 \quad (29)$$

여기서,  $M$ 은 수레의 질량(80g),  $m$ 은 추의 질량(20g),  $L$ 은 추의 길이(2.00m)이고,  $x$ 는 수레의 위치,  $\theta$ 는 추의 기울어진 각변위,  $u$ 는 수레의 외부 힘으로써 플랜트의 제어 입력이다. 각 신경회로망의 입력신호로써 식별기의 입력은  $x_i = [y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, u_k, u_{k-1}, 1]$ 을, 제어연산기의 입력은  $x_c = [y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, u_{k-1}, 1]$ 을 사용하였으며, 온-라인 학습 샘플링시간은 식별기는 10초로, 제어기는 1초로 설정하였다. 또한, 제어를 학습하기 위한 목적함수는 식 (30)로 선정하였다.

$$E_k = \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^N (0.1(d_k - y_k)^2 + 0.3u_k^2) \right] \quad (30)$$

식별기의 학습에서 플랜트의 응답에서 불안정되는 것을 방지하기 위해 식별기의 출력과 제어기입력에서 동작범위에 제한을 두었다. 식별기의 뉴-런은 (6, 40, 1)개로 제어기의 뉴-런은 (5, 30, 1)개의 입력층, 은닉층 및 출력층에 각각 선정하였다. 그림 5에서 초기치 ( $x=0, \theta=-0.3$ )와  $u_k = -0.9 \cos(k)$ 로 설정시 식별기의 성능을 보여준다. 실제 플랜트에 잘 추종되고 있음을 알 수 있다. 또한, 그림 6에서 기준출력 변화시에 제어기의 입력신호와 플랜트 출력을 보여주고 기준출력에 잘 추종되고 있음을 알 수 있다.

#### 5. 결론

지금까지 적응제어를 위해 설계된 온-라인 학습을 위한 동적 역전과 신경망의 이론적인 배경과 실제 및 적용 학습을 위한 예를 시뮬레이션하여 살펴보았다. 그 결과 제어 시스템에 불확실성이 존재하거나, 시간에 따라 운전특성이 변화하는 시변계와 미지의 시스템에 대해서 좋은 성능을 갖고 있는 것으로 확인되었다. 이러한 신경망의 제어구현은 온-라인 학습을 통해 실시간으로 시스템을 추정하고 제어를 실현하여 수학적 모델이 수반되지 않아도 된다는 장점을 갖고 있다. 또한, 실시간 제어에서 가장 중요한 안정성도 보장받으며 제어 성능도 우수함이 고찰되었다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Jacek M. Zurada, "Introduction to Artificial Neural Systems", 1992, West Publishing Company.
- [2] K. Warkwick, et al., "Neural Networks for Control and Systems", IEE Control Engineering Series 46.
- [3] Fu-Chuang Chen, "Back-Propagation Neural Networks for Non-linear Self-Tuning Adaptive Control", IEEE Control System Magazine, 1990, April.
- [4] Derrick H. Nguyen and Bernard Widrow, "Neural Networks for Self-Learning Control System", IEEE Magazines, 1990 April.
- [5] F.J. Pineda, "Recurrent Back-Propagation and the Dynamical Approach to Adaptive Neural Computation.", Neural Computation, 1:161-172, 1989.

- [6] 김성식 외 3인, "적교신경망을 이용한 비선형 시스템의 제어", 97 대한전기학회 하계학술대회 논문집, B권-397.
- [7] 배창한, 이광원, "플랜트구조와 신경망 에뮬레이터의 구조와 학습간과의 관계" 97 대한전기학회 하계학술대회 논문집, B권-386 페이지.
- [8] 최진영, 박현주, "신경회로망을 이용한 시스템 모델링 및 제어", 시스템공학학회지(ISSN 1225-9853), 1995년 11월, 제1권 제3호

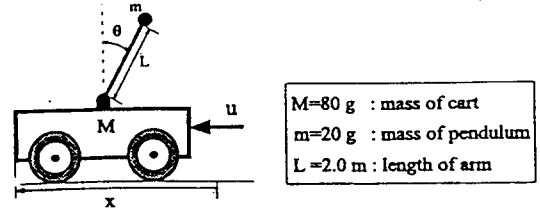


그림 3. 역추운동 제어시스템의 모형도

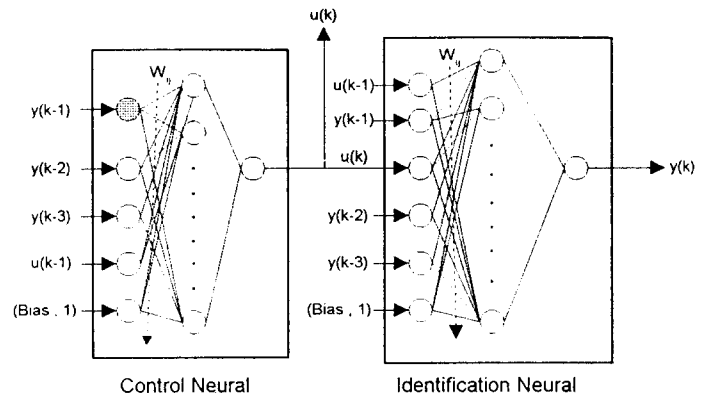


그림 4. 역추운동 온-라인 적응학습의 입출력도

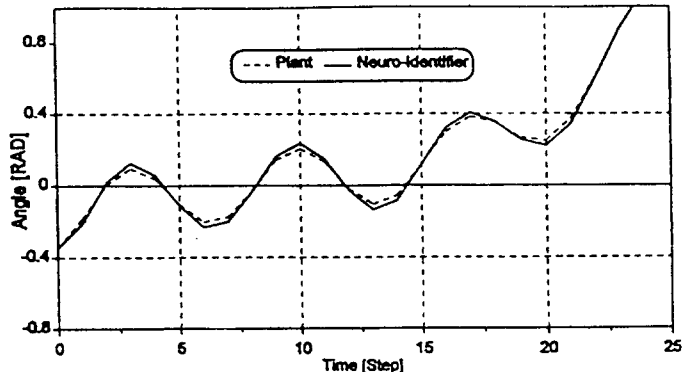


그림 5. 식별기의 플랜트 추종능력

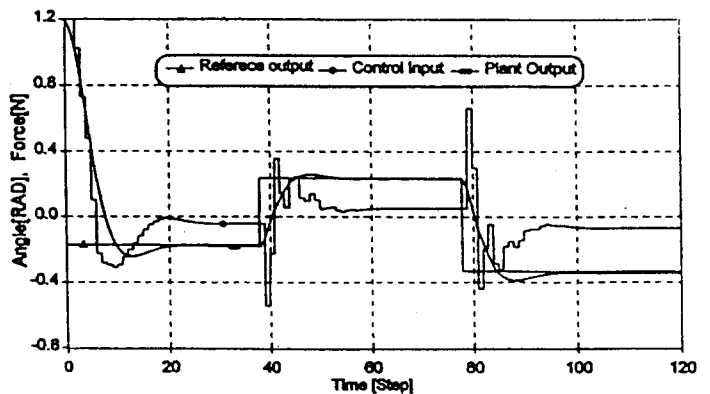


그림 6. 적응 제어기 및 플랜트 출력 추종능력