

퍼지 학습법을 이용한 crane의 과도 진동 제어

Control for Crane's Swing using Fuzzy Learning Method

°임 윤 규, 정 병 목

영남대학교 기계공학부(tel: 053) 815-5399; E-mail: yeungnam.chunma.ac.kr@p9714401)

**Abstract** : An active control for the swing of crane systems is very important for increasing the productivity. This article introduces the control for the position and the swing of a crane using the fuzzy learning method. Because the crane is a multi-variable system, learning is done to control both position and swing of the crane. Also the fuzzy control rules are separately acquired with the loading and unloading situation of the crane for more accurate control. The result of simulations shows that the crane is just controlled for a very large swing angle of 1 radian within nearly one cycle.

**Keywords** : Crane system, Fuzzy control, Learning algorithm, Multi-variable system

1. 서론

산업계 전반에서 무거운 장비나 운반물을 옮길 때 크레인 은 매우 유용하게 쓰이고 있다. 그래서 크레인에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다[6, 7]. 그러나 크레인 제어기 설계에 대한 연구들은 10° 내외의 작은 진동에 대한 것이 대부분이다. 그리고 대부분의 퍼지 제어기는 각각의 독립된 퍼지 규칙을 구성해 왔었다. 즉, 진동에 대한 제어규칙, 트레일러의 이동 거리에 대한 제어 규칙, 이 두 규칙을 조합하는 규칙 혹은 보다 많은 독립된 규칙들을 구성해왔었다[5]. 이들 제어규칙의 값들을 정하는 데도 많은 어려움과 노력을 기울여왔었다. 크레인의 고유진동수는 고정된 것이 아니라 운반물을 잡고 놓는 과정에서 변하게 된다. 즉, 크레인의 고유진동수는 트레일러의 하중, 로프에 매달린 크레인 하중과 운반물의 하중의 합한 하중과 로프의 길이에 의해 결정된다. 만약, 로프의 길이가 일정하다면 트레일러의 하중과 크레인 및 운반물의 하중 비에 의해 고유진동수가 결정된다. 이 비에 의해 크레인이 운반물을 잡기 전의 고유 진동수와 잡고 난 후의 고유진동수가 다르며, 얼마만한 하중의 운반물을 잡느냐에 따라 달라진다는 것이다. 또한 크레인 제어기는 작업환경을 고려한다면 외란에 강건해야한다. 그리고 다변수 시스템이기 때문에 트레일러의 정확한 이동거리와 크레인의 진동을 동시에 제어하는 제어기가 필요하다[7]. 이 제어기를 설계하는 것은 인간의 경험이나 전문가의 지식[5]에 의해서는 불가능하기 때문에, 본 논문에서는 퍼지 학습법을 쓰고자 한다. 논제에서 사용한 퍼지 학습법은 기존의 성능지수표 대신에 원하는 진동각과 운반물의 실제 진동각 사이의 에러와 에러 변화량, 그리고 원하는 트레일러의 이동 거리와 실제 이동거리 사이의 에러와 에러 변화량을 포함하는 함수를 목적 함수로 정하여 이를 최소화하는 학습법이다 [1-4]. 이 학습법을 이용하여 로프의 길이를 일정하게 두고, 운반물을 잡으러 갈 때의 제어기와 운반물을 잡고 옮길 때의 제어기를 설계하였다. 제어기는 4차원 제어 규칙으로 구성되어 보다 큰 진동에 유연하게 대처하며, 원하는 이동거리에 가도록 제어하는데 그 목적을 두었다.

2. 시스템의 운동 방정식

크레인 시스템은 그림1.에서 보듯이 상단에 트레일러가 이동할 수 있는 궤도가 있고, 아래쪽으로 로프에 매달려서 운반물을 잡을 수 있는 크레인이 있고, 이 크레인 안에 담긴 운반물로 구성되어 있다. 트레일러가 이동할 때마다 로프에 매달린 크레인과 운반물의 흔들림이 발생하고, 크레인과 운반물의 흔들림에 의해 트레일러가 궤도 위에서 좌우로 흔들린다. 이러한 시스템의 운동 방정식은 아래 식(1)과 (2)로 나타낼 수 있다.

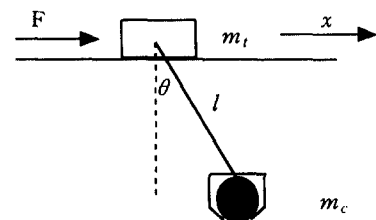


그림1. 크레인 시스템 모델링

$$\ddot{x} = \frac{m_c \sin \theta (l \dot{\theta}^2 + g \cos \theta) + F}{m_t + m_c \sin^2 \theta} \tag{1}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-g \sin \theta - \cos \theta \ddot{x}}{l} \tag{2}$$

여기서,  $m_t$ 는 트레일러의 하중,  $m_c$ 는 크레인과 운반물의 하중,  $l$ 는 로프의 길이,  $F$ 는 힘, 그리고  $g$ 는 중력 가속도이다. 위 식(1)은 트레일러의 이동에 대한 운동방정식이고, 식(2)는 크레인의 진동에 대한 운동 방정식이다. 이들 식에서 고유값(eigen value)  $\lambda$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\lambda \begin{bmatrix} \theta \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g}{l}(1 + \gamma) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ x \end{bmatrix} \tag{3}$$

여기서,  $\gamma$ 는 트레일러와 크레인 및 운반물의 하중 비( $\frac{m_c}{m_t}$ )이다.

식(3)에서 알 수 있듯이 고유진동수(natural frequency)는 로프의 길이  $l$ 와  $\gamma$ 에 의해 좌우된다. 여기서 로프의 길이를 일정하게 둔다면, 고유진동수는  $\gamma$ 만에 의해 좌우된다. 즉, 크레인이 운반물을 잡을 때와 잡지 않았을 때의 고유진동수가 달라진다. 또한 트레일러와 크레인 및 운반물의 하중비가 얼마인 것을 쓰느냐에 따라 진동 정도가 달라진다.

### 3. 퍼지 제어

퍼지 논리 제어이란 프로세스의 입력과 출력의 애매한 관계를 인간의 경험과 지식을 기초로 한 언어적 제어규칙으로 표현하여, 이를 제어원리로 변환시킨 것이다[5].

일반적인 제어입력  $u(k)$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(k) = f[y_d(k+n), \dots, y_d(k+1), y(k), \dots, y(k-p+n), u(k-1), \dots, u(k-m+n)] \quad (4)$$

여기서,  $n$ 은 시스템의 시간지연,  $m$ 은 입력 차수,  $p$ 는 시스템 차수,  $y(k)$ 는  $k$ 번째 출력,  $y_d(k+n)$ 는 원하는  $(k+n)$ 번째 출력이다.

$u(k)$ 은 과거의 입력과 출력뿐만 아니라 미래의 출력으로 이루어진 함수이다. 즉 미래의 출력에 대한 정확한 예측이 가능해야만 현재의 제어 입력을 제대로 추정할 수 있다. 따라서 시스템의 역모델을 구하기 위해 식(5)와 같이 퍼지 제어 입력을 에러와 에러 변화율들에 대한 함수로 나타낼 수 있다.

$$u(k) = F[e_i(k), c_i(k)], \quad (i = \theta, x) \quad (5)$$

여기서,  $e_i(k) = y_d(k) - y_i(k)$ ,  $c_i(k) = \frac{e_i(k) - e_i(k-1)}{\Delta t}$  이다.

퍼지 합 R은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$R: E_\theta(e_\theta) \wedge C_\theta(c_\theta) \wedge E_x(e_x) \wedge C_x(c_x) \rightarrow v \quad (6)$$

여기서, 퍼지 후건부의 값  $v$ 는 비퍼지 값(defuzzified value)이다.

$k$ 번째 제어규칙  $R_k$ 를 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_k: E_{\theta k}(e_{\theta k}) \wedge C_{\theta k}(c_{\theta k}) \wedge E_{xk}(e_{xk}) \wedge C_{xk}(c_{xk}) \rightarrow v_k \quad (k=1, 2, 3, \dots, M) \quad (7)$$

여기서,  $M$ 은 전체 규칙의 개수이다.

멤버쉽함수는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\mu_{R_k} = \mu_{E_{\theta k}(e_{\theta k})} \wedge \mu_{C_{\theta k}(c_{\theta k})} \wedge \mu_{E_{xk}(e_{xk})} \wedge \mu_{C_{xk}(c_{xk})} \rightarrow v_k \quad (8)$$

제어 입력을 결정할 때, 후건부의 값을 얼마나 반영해야 할 것인가를 결정하는  $k$ 번째 규칙의 적합도(fitness)  $\phi_k$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\phi_k = \frac{\mu_{E_{\theta k}(e_{\theta k})} \wedge \mu_{C_{\theta k}(c_{\theta k})} \wedge \mu_{E_{xk}(e_{xk})} \wedge \mu_{C_{xk}(c_{xk})}}{\sum_{k=1}^M \mu_{E_{\theta k}(e_{\theta k})} \wedge \mu_{C_{\theta k}(c_{\theta k})} \wedge \mu_{E_{xk}(e_{xk})} \wedge \mu_{C_{xk}(c_{xk})}} \quad (9)$$

식(9)에서 구해진  $k$ 번째 적합도와  $k$ 번째 후건부 값을 곱하면  $k$ 번째 규칙에 의한 제어 입력량이 계산되고, 마찬가지로 각각의 규칙에 대한 제어 입력의 합을 계산하면 플랜트에 적용하게 될 최종적인 제어입력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u = \sum_{k=0}^M \phi_k \times v_k \quad (10)$$

### 4. 학습 알고리즘

크레인 시스템을 제어하기 위한 제어 규칙의 학습은 모델구분형 퍼지 학습 제어를 사용하여 원하는 출력과 시스템의 실제 출력의 차이를 구한 다음, 이를 퍼지 제어 규칙에 피드백하여 과거에 사용되었던 규칙을 수정하는 학습법이다. 이 학습법을 그림 2와 같이 나타내었다.

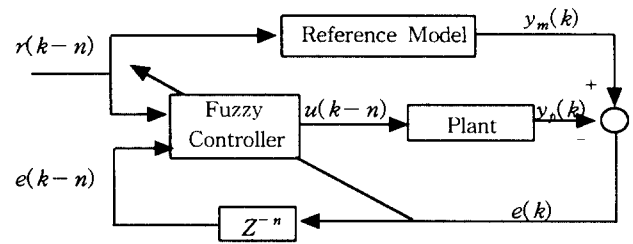


그림2. Block diagram of the Model Based Fuzzy Control

여기서,  $n$ 스텝은 시스템의 시간지연이고,  $r(k-n)$ 는 모델의 입력이고,  $u(k-n)$ 는 시스템의 입력이고,  $y_m(k)$ 는 모델의 출력이고,  $y_p(k)$ 는 시스템의 실제 출력이고,  $e(k)$ 는 모델의 출력과 시스템의 출력차이다.  $y_p(k)$ 와  $y_m(k)$ 이 일치하도록  $u(k-n)$ 를 결정하는 것이 제어기의 역할이다.

시스템 출력이 모델의 출력과 일치하도록 하기 위해서 비용함수를 식(11)과 같이 에러와 에러변화율들의 함수로 설정하였다.

$$J(h) = \frac{w_{e_\theta}}{2} e_\theta(h)^2 + \frac{w_{c_\theta}}{2} c_\theta(h)^2 + \frac{w_{e_x}}{2} e_x(h)^2 + \frac{w_{c_x}}{2} c_x(h)^2 \quad (11)$$

여기서,  $w_{e_\theta}$ ,  $w_{c_\theta}$ ,  $w_{e_x}$ ,  $w_{c_x}$ 는 weighting 상수이다. 그리고  $e_\theta$ ,  $c_\theta$ 은 크레인의 진동각에 대한 에러, 에러 변화율이고,  $e_x$ ,  $c_x$ 은 트레일러의 이송거리에 대한 에러, 에러 변화율이다.

현재의 입력은 미래의 출력에만 영향을 미치므로 비용함수는 식(12)와 같은 학습법칙으로 수정되어야한다.

$$\Delta v_i \propto - \frac{\partial (\sum_{k=0}^{\infty} J(k+h))}{\partial v_i} \quad (12)$$

현재의 입력이  $n$ 스텝 지난 후의  $k$ 번째 출력에 가장 큰 영향을 준다고 가정하여 이 출력에 대한 비용함수만 최소화하도록 퍼지 제어 규칙을 수정한다면 식(12)는 식(13)과 같이 표현되어

온라인 학습이 가능하게 된다.

$$\begin{aligned} \Delta v_i &= \frac{\partial J(k+n)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial v_i(k)} \\ &= [w_{e_s} \frac{\partial y_\theta(k+n)}{\partial u(k)} e_\theta(k+n) \\ &+ w_{c_s} \frac{\partial y_\theta(k+n) - y_\theta(k+n-1)}{\partial u(k)} c_\theta(k+n) \\ &+ w_{e_x} \frac{\partial y_x(k+n)}{\partial u(k)} e_x(k+n) \\ &+ w_{c_x} \frac{\partial y_x(k+n) - y_x(k+n-1)}{\partial u(k)} c_x(k+n)] \frac{\partial u(k)}{\partial v_i} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $\frac{\partial y_i(k+n) - y_i(k+n-1)}{\Delta t} = \dot{y}_i(k+n)$ 이고,  
 $\frac{\partial u(k)}{\partial v_i} = \phi_i$ 이므로, 식(13)은 식(14)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta v_i &= [w_{e_s} \frac{\partial y_\theta(k+n)}{\partial u(k)} e_\theta(k+n) \\ &+ w_{c_s} \frac{\partial \dot{y}_\theta(k+n)}{\partial u(k)} \Delta t c_\theta(k+n) \\ &+ w_{e_x} \frac{\partial y_x(k+n)}{\partial u(k)} e_x(k+n) \\ &+ w_{c_x} \frac{\partial \dot{y}_x(k+n)}{\partial u(k)} \Delta t c_x(k+n)] \phi_i \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, 각각의  $\frac{\partial y_i(k+n)}{\partial u(k)}$ ,  $\frac{\partial \dot{y}_i(k+n)}{\partial u(k)}$ 를 정리하면 다음 식과 같은 자코비안 매트릭스로 나타낼 수 있다.

$$Jaco = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_\theta(k+n)}{\partial u(k)} & \frac{\partial \dot{y}_\theta(k+n)}{\partial u(k)} & \frac{\partial y_x(k+n)}{\partial u(k)} & \frac{\partial \dot{y}_x(k+n)}{\partial u(k)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

이 자코비안 매트릭스  $Jaco$ 의 부호가 변하지 않는다고 가정한다면 식(14)은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta v_i &= [\eta_{e_s} e_\theta(k+n) + \eta_{c_s} c_\theta(k+n) \\ &+ \eta_{e_x} e_x(k+n) + \eta_{c_x} c_x(k+n)] \phi_i \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $\eta_{e_s}$ ,  $\eta_{c_s}$ 는 크레인의 진동각에 대한 에러, 에러변화율의 학습율이고,  $\eta_{e_x}$ ,  $\eta_{c_x}$ 는 트레일러의 이송거리에 대한 에러, 에러변화율의 학습율이다.

식(16)은 목적함수를 최소화하는 방향의 기울기를 나타내므로, 규칙의 학습은 식(17)과 같이 이루어질 수 있다.

$$v_{i(new)} = v_{i(old)} + \Delta v_i \quad (17)$$

## 5. 시뮬레이션

시뮬레이션 조건은 로프의 길이를 2 m로 고정시키고, 초기 진동각을 57° (1 rad), 이동거리를 1 m, 운반물을 잡지 않았을 때  $\gamma$ 를 2(0.61[hz])로, 운반물을 잡았을 때의  $\gamma$ 를

10(1.17[hz])으로 설정하여 실험하였다.

퍼지 학습에 있어서 설계변수는 각각의 입력 변수에 대한 퍼지 집합의 개수와 멤버십함수의 형상, 학습지연시간 그리고 각각의 입력 변수에 대한 학습율이다. 본 실험에서는 진동각도에 대한 에러와 에러변화율 그리고 위치에 대한 에러와 에러 변화율을 입력변수로 하였다. 이 퍼지 집합의 개수는 5<sup>4</sup> (5×5×5×5)이며, 멤버십함수는 전 영역을 포함하는 강건성이 있는 가우스함수[1]를 사용하였다. 그리고 퍼지 양자화(quantization)는 그림3에 나타내었다. 학습지연 시간(n)은 2스텝으로 설정하였고, 학습율은 다음과 같이 설정하였다.

크레인 시스템은 다변수 시스템이며, 어느 한 쪽을 좋게 하면 다른 한쪽이 나빠지는 간섭(coupling)효과가 있다. 이 때문에 학습율을 공평하게 주는 것이 당연하나, 트레일러의 과잉 응답(overshot)을 더 고려함으로써 다른 요소의 응답은 다소 나빠지지만 전체로 보았을 때는 이익이 된다. 그래서 학습율을 16.7%( $\eta_{e_s}$ ), 16.7%( $\eta_{c_s}$ ), 16.7%( $\eta_{e_x}$ ), 50%( $\eta_{c_x}$ )로 선정하였다. 그 결과는 그림 4-1~5-2에 나타내었다. 그림4-1과 4-2는 운반물을 잡지 않았을 때 운반물의 진동  $\theta$ 와 트레일러의 이송거리  $x$ 를 학습한 결과이고, 학습 횟수는 192회이다.  $\theta$ 의 과잉 응답은 크지만,  $\theta$ 의 정착시간과  $x$ 의 과잉 응답이 적고 정착 시간은 작다. 그림5-1과 5-2는 운반물을 잡았을 때  $\theta$ 와  $x$ 에 대한 학습 결과이고, 학습 횟수는 307회이다.  $x$ 의 정착 시간이 길지만,  $x$ 의 과잉응답과  $\theta$ 의 과잉응답과 정착 시간이 작다.

그림6-1과 6-2는 학습된 4차원의 퍼지 규칙 결과들을 3차원 평면으로 나타낸 그림이다. 그림6-1은  $\gamma=2$  일 때의 학습 후 규칙이고, 그림6-2는  $\gamma=10$  일 때의 학습 후 규칙이다. 그리고  $z$ 축은 입력  $u(k)$ 이고,  $x$ 축과  $y$ 축의 평면은  $c_x$ 와  $e_x$ 로 이루어진 작은 규칙 평면(5×5)이 격자 모양으로  $e_\theta$ 와  $c_\theta$ 로 이루어진 전체 평면(5개의 규칙 평면×5개의 규칙 평면)을 구성하고 있다.

## 6. 결론

본 논문에서는 크레인 시스템의 고유 진동수를 변화시키는 요인이 크레인을 지지하는 로프의 길이와 크레인 및 운송물의 하중과 트레일러의 하중 비(ratio)임을 알 수 있었다. 크레인 시스템의 운행에 있어서 운송물을 잡고 놓는 행동을 반복하기 때문에 본 논문에서는 로프의 길이를 고정시키고 이 비가 달라지는 경우인 운송물을 잡은 경우와 잡지 않은 경우에 대해 각각의 제어기를 규범모델을 이용한 퍼지 학습법에 의해 설계하였다. 이 설계된 제어기의 성능은 과도한 진동에도 불구하고 실험에서 보여진 것처럼 과잉 응답이나 정착시간이 작음을 알 수 있었다.

## 7. 참고 문헌

[1] B. Chung and J. Oh, "Control of dynamic systems using fuzzy learning algorithm", *Fuzzy sets and Systems*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-14, 1993.

[2] B. Chung and J. Oh, "Autotuning method of membership function in a fuzzy learning control", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 4, pp. 335-349, 1993.

[3] B. Chung and Y. Lim, "Hybrid Fuzzy Learning Controller for an Unstable Nonlinear System", *IASTED*, Vol. 1, pp. 79-81, 1996.

[4] S. Lee and R. Kil, "A Gaussian Potential Function Network with Hierarchically Self-Organizing Learning", *Neural network*, Vol. 4, pp. 207-224, 1991.

[5] T. Procyk and E. Mandani, "A linguistic self-organizing process controller", *Automatica* Vol. 15, No. 1, pp. 15-30, 1979.

[6] 이 호훈 and 조 성근, "An anti-swing control for 2 axis overhead cranes", *KACC*, Vol. 5, No. 1, pp. 1428-1431, 1996.

[7] 임 태승 and 변 증남, "Design of fuzzy logic controller for the system with multi-objectives", *KFIS*, Vol. 5, No. 1, pp. 44-49, 1995.

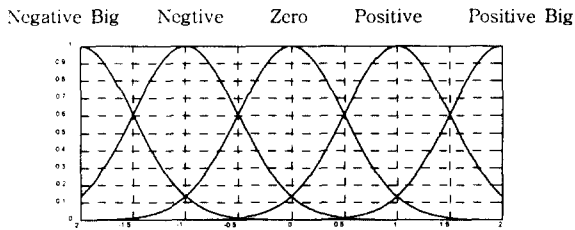


그림3. 크레인과 트레일러의 에러, 에러 변화율에 대한 멤버쉽 함수

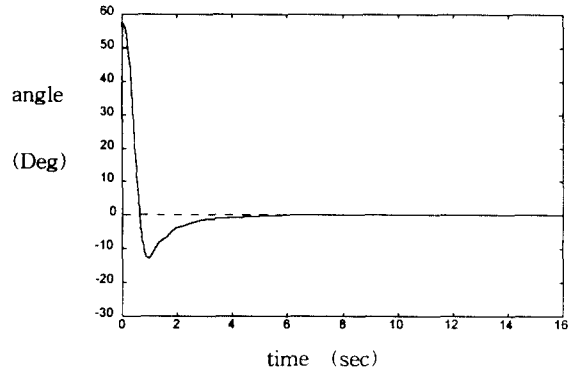


그림5-1.  $\gamma=10$  일 때 크레인의 진동

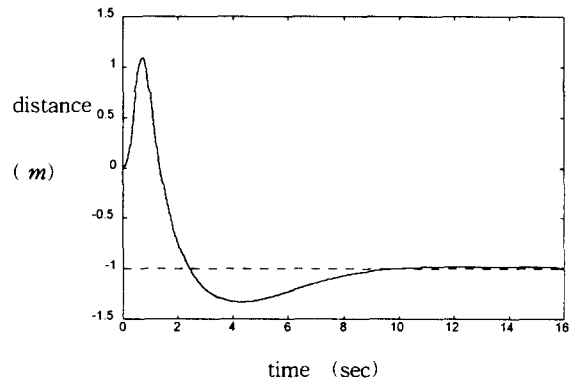


그림5-2.  $\gamma=10$  일 때 트레일러의 위치

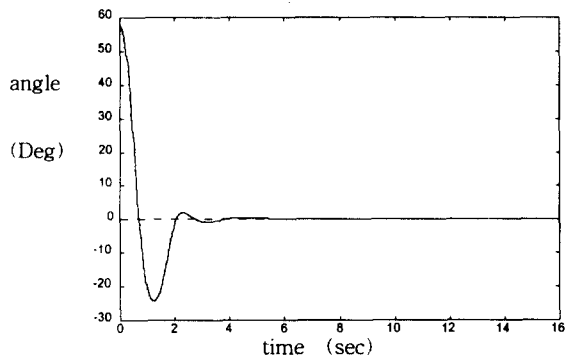


그림4-1.  $\gamma=2$  일 때 크레인의 진동

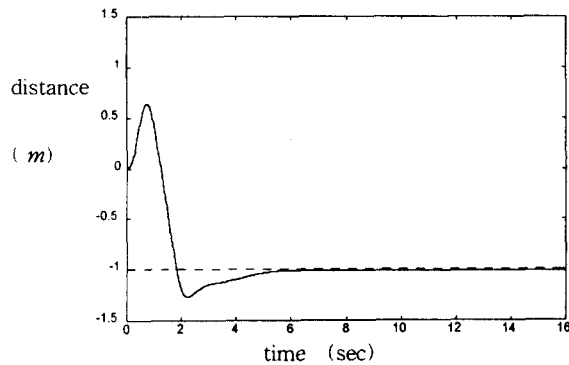


그림4-2.  $\gamma=2$  일 때 트레일러의 위치

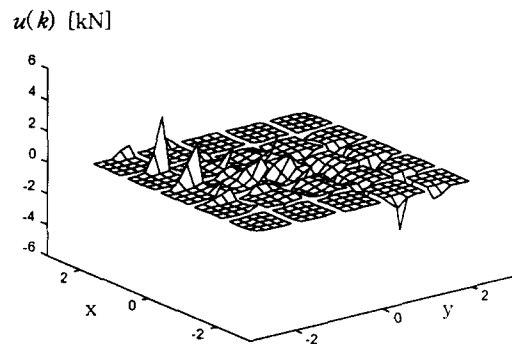


그림6-1.  $\gamma=2$  일 때 학습후의 퍼지 제어 규칙

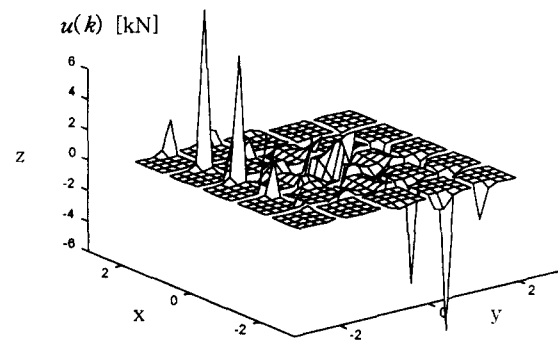


그림6-2.  $\gamma=10$  일 때 학습후의 퍼지 제어 규칙