

## 3차원 다중 로봇의 동적 성능 평가

### Evaluation of Dynamical Performance of 3 Dimensional Multi-Arm Robot

°김기갑\*, 김충영\*\*

\* 용인공업전문대학 기계설계과(Tel:+82-335-37-1981; Fax:+82-335-36-9536)

\*\* 삼성전자 주식회사(Tel:+82-331-200-2451; Fax:+82-331-200-2434)

**Abstracts** Multi-arm cooperation robot system is required for more specific and dexterous jobs such as transferring very large or heavy objects, or grasping work piece while processing on it. There is little research on 3-dimensional multi-arm robot. Here we propose two performance indices presenting isotropy of end-effector's acceleration and velocity capabilities with constraints of joint torques, that is Isotropic Acceleration Radius [IAR] and Isotropic Velocity Radius [IVR]. Also the procedure to find 3-dimensional IAR, IVR is proposed, where available acceleration set concept is used. The case of 3-dimensional two 3 joint robot system was simulated and the distributions of IAR, IVR was studied.

**Keywords** 3-dim Multi-arm Robot, Acceleration Set, Isotropic Acceleration Radius, Isotropic Velocity Radius

## 1. 서론

다중 로봇(multi-arm robot)이란 기존의 단일 로봇들을 두 대이상 이용하여 공동작업을 시키는 경우의 로봇 집합을 말하며 각 단일 로봇의 기저는 일반적으로 일체화되어있다. 로봇은 그 동안 인간을 대신하여 많은 일을 해왔으나 점차 단순 작업에서 복잡한 고도의 작업이 요구되고 있다. 즉 기존에는 고정된 작업장에 놓여진 작업물을 대해 단일 로봇의 End-effector만이 움직여서 작업하는 것이 일반적이었으나 다중 로봇의 경우 하나 및 그 이상의 로봇으로 공간상에 작업물을 춰부하고 다른 로봇들로 운반, 절단, 그리고 용접등의 작업을 행하는 것이 가능하다. 예로서 물체밀에 깔린 다른 물체를 집어 올리는 등의 작업이 가능하다. 사람의 경우 두손과 각 다섯 손가락을 이용하여 사파를 각는 작업이 대표적인 다중 로봇의 사례이다.

이상과 같이 로봇의 활용도를 한층 더 높이기 위해서는 다중 로봇의 이용이 필요하며 또한 다중 로봇에 대한 활용도 평가를 위한 성능지수 마련도 중요하다. 단일 로봇에 대한 2차원적 성능 지수에 대한 연구는 많이 진행되었으나 아직 다중 로봇의 특성에 대해서 발표된 연구는 미비하며 더욱이 3차원 다중 로봇의 경우 거의 없다. Yoshikawa[1]는 기구학적 지수인 조작성 타원체를 동역학적 관점으로 확장시켰다. 즉 단위 크기를 갖는 임의의 구동 토크로서 구현 가능한 말단부의 가속도 집합을 동조작성 타원체(Dynamic Manipulability Ellipsoid: DME)라고 정의하고 그 체적을 나타내는 값을 동조작성 지수로 제안하였다. Thomas et al[2]는 구동기의 허용 토크 범위 내에서 말단부가 임의의 방향으로 가질 수 있는 속도와 가속도의 크기로서 로봇의 동적 응답 특성을 나타내었다. Graettinger와 Krogh[3]는 대국적 성능 지수인 가속도 반경을 제안하였다.

Lee[4]는 두 대의 로봇으로 이루어진 시스템에 대해 각 로봇의 조작성 타원체를 구한 후 이들의 교차 부분의 체적으로서 Dual-arm Manipulability Measure(DAMM)이라는 조작성 지수를 제시하였다. 김충영 등[5]은 다중 로봇의 2차원적 동적해석 및 평가방법에 대한 연구를 수행하였다.

## 2. 다중 로봇의 동역학

### 2.1 작업 물체의 동역학적 관계

먼저 다중 로봇을 Fig. 1과 같이 L개의 단일 로봇이 작업 물체를 협력하여 잡고 운동하는 것으로 한다. 각 단일 로봇 $i$ 의 끝단에서의 힘과 모멘트를 각각  $f_i, n_i$ 라 하면 질량  $m_c$ 인 작업 물체 중심에서의 힘  $f_c$ 과 모멘트  $n_c$ 는 다음과 같이 표현할 수

$$f_c = \sum_{i=1}^L f_i + m_c g \quad (1)$$

$$n_c = \sum_{i=1}^L (p_i \times f_i + n_i) \quad (2)$$

있고  $F_c = [f_c^T \ n_c^T]^T$  와  $F_i = [f_i^T \ n_i^T]^T$ 로서 식(1)과 식(2)를 하나의 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_c = WF + G_c \quad (3)$$

여기서  $F_c$ 와  $F$ 는 각각 물체중심 및 각 단일 로봇의 끝단에서의 힘과 모멘트를 포함하는 일반힘이다. 그리고  $W$ 는 각 단일로봇이 작업 물체를 잡은 위치를 나타내는 grasp matrix로서  $p_i$ 로 표현된다. 마지막으로  $G_c$ 는 작업 물체의 자중에 의한 항이다.

$$W = [W_1 \cdots W_L] \in R^{6 \times 6L} \quad (4)$$

$$W_i = \begin{bmatrix} I & 0 \\ S_i & I \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (5)$$

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 & -p_{ix} & p_{iy} \\ p_{ix} & 0 & -p_{iz} \\ -p_{iy} & p_{iz} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{where, } p_i = (p_{ix}, p_{iy}, p_{iz}) \in R^{3 \times 1}$$

$$G_c = \begin{bmatrix} m_c g \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1} \quad (7)$$

$F_c$ 의 경우 위치 벡터  $r$  및 방향 벡터  $\phi$ 의 조합  $x = [r^T, \phi^T]^T \in R^{6 \times 1}$ 로 나타내면 식(8)과 같다.

$$F_c = M_c(X)\dot{X} + H_c(X, \dot{X}) \quad (8)$$

$$\text{여기서 } M_c(X) = \begin{bmatrix} m_c I_3 & 0_3 \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6}, I_3: \text{단위 행렬}$$

$$H_c(X, \dot{X}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} X \dot{\phi} \end{bmatrix} \in R^{6 \times 1}$$

으로 표현할 수 있다.

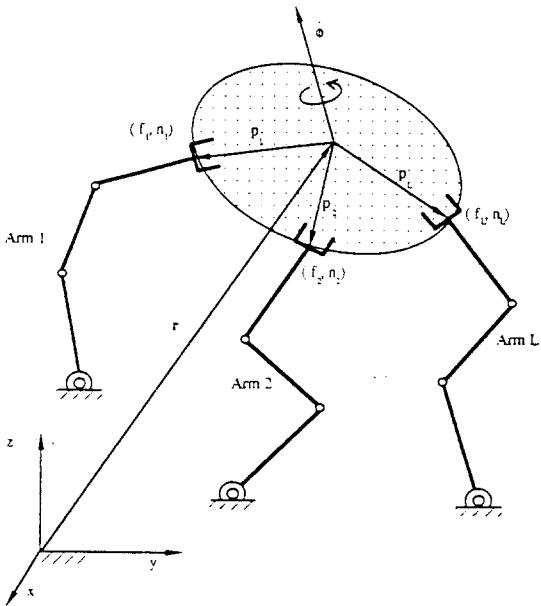


그림 1 3차원 다중 로봇 시스템

Fig. 1 3-dimensional multi-arm robot system

## 2.2 다중 로봇에 대한 동역학 관계

먼저 단일 로봇의 운동방정식을 관절 공간에서 표현한다.

$$\tau_i = D_i(q_i)\ddot{q}_i + V_i(q_i, \dot{q}_i) + G_i(q_i) \quad (9)$$

여기서  $q_i$ ,  $i=1, \dots, L$ 은 로봇  $i$ 의 관절 각도 벡터이며  $D_i(q_i)$ 는 관성행렬,  $V_i(q_i, \dot{q}_i)$ 는 코리올리와 원심력을 포함하는 벡터이다. 작업 물체가 있는 경우를 고려하기 위해 먼저 작업 물체의 위치 벡터  $X_c$ 와 로봇  $i$ 의 관절 각도  $q_i$ 의 관계를 알아보자.

$$X_c = \Psi(q_i)$$

$$\dot{X}_c = J_i(q_i)\dot{q}_i$$

$$\ddot{X}_c = J_i(q_i)\ddot{q}_i + f_i(q_i)\dot{q}_i \quad (12)$$

$$\text{여기서 } f_i(q_i) = \frac{\partial \Psi_i(q_i)}{\partial q_i}$$

관절토크와 물체중심 좌표의 관계로 나타내면 식(13)과 같다.

$$\tau_i = M_i(X_i)\ddot{X}_c + H_i(X_c\dot{X}_c) + G_i(X_c) + J_i^T(q_i)W_iF_i \quad (13)$$

$$M_i(X_c) = D_iJ_i^{-1}$$

$$H_i(X_c, \dot{X}_c) = V_i(q_i, \dot{q}_i) - D_iJ_i^{-1}f_i\dot{q}_i$$

이상의 결과를 이용하여 로봇들과 작업물체로 이루어진 로봇의 운동방정식을 구성해 본다. 윗 식(9)와 식(13)으로부터

$$M_c(X)\ddot{X} + H_c(X, \dot{X}) - G_c(X) = WF \quad (14)$$

$$WF = \sum_{i=1}^L W_iF_i$$

$$W_iF_i = J_{i-1}(\tau_i - M_i\ddot{X} - H_i - G_i)$$

를 얻을 수 있다. 윗식을  $\tau_i$ 에 대해 정리하면

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L J_{i-1}\tau_i &= \left( \sum_{i=1}^L J_i^{-T}M_i + M_c \right)\ddot{X} + \sum_{i=1}^L J_i^{-T}H_i \\ &\quad + H_c + \sum_{i=1}^L J_i^{-T}G_i - G_c \end{aligned} \quad (15)$$

가 된다. 그리고 최종적으로 작업물체의 중심가속도를 관절 토크로 표현한 다중 로봇의 운동 방정식은

$$\ddot{X}_c = A(X_c)\tau - Q(X_c, \dot{X}_c) - R(X_c) \quad (16)$$

## 3. 구동 토크에 의한 가속도 집합

작업공간의 물체중심 가속도는 관절토크, 작업물체의 속도, 그리고 중력에 관련된 항으로 나누어지나 본 논문에서는 일반적 작업조건을 고려하여 관절토크의 영향만을 고려한다.

### 3.1 구동 가속도 집합

어떤 임의 물체의 중심 좌표  $X$ 에 대하여 토크  $\tau$ 에 대한 작업 공간 가속 능력은

$$\ddot{X}_r = A(X)\tau \quad (17)$$

로 표현되어 구동 가속도라고 부른다. 일반적으로 구동기는 다음과 같은 토크 한계를 가진다.

$$-\tau_{ij}^{\max} \leq \tau_{ij} \leq \tau_{ij}^{\max}, j=1, \dots, m, i=1, \dots, L \quad (18)$$

여기서  $i$  : 단일로봇의 번호  
 $j$  : 각 단일로봇의 관절 번호

구동기에서 발생 가능한 토크의 집합  $T$ 는

$$T = \{ \tau | |\tau_{ij}| \leq \tau_{ij}^{\max}, j=1, \dots, m, i=1, \dots, L \} \quad (19)$$

으로 주어지며 각 관절의 구동기들은 각 구동기의 최소 및 최대 토크 범위 내에서 서로 독립적으로 토크를 발생할 수 있다. 이러한 구동 토크들로서 얻어지는 구동 가속도들은

$$S_r = \{ \ddot{X}_r | \ddot{X}_r = A(X)\tau, \tau \in T \} \quad (20)$$

와 같으며 구동 토크 집합  $T$ 를 선형 연산자  $A$ 를 이용하여 사상 시킴으로서 구할 수 있다. 이 집합은 구동기가 제한 범위 내의 모든 토크로서 발생 가능한 운동들을 가속도 공간에서 표현한 것이며 이를 구동 가속도 집합이라고 정의한다. 구동 토크 집합  $T$ 의 경우 그 영역은 선형 부동식들의 집합으로 각 면이 직각 평행한 convex polyhedron(볼록 다면체)이다. 다음 구동 가속도 집합  $S_r$ 는 구동 토크 집합  $T$ 의 선형사상으로 그 극점들을 선형 사상시킨 후 이 사상점들의 closed convex hull을 구하면 바로  $S_r$ 이다

### 3.2 공간 다중 로봇의 구동 가속도 집합의 결정

각 단일 로봇의 관절수가  $n$ 개이고  $L$ 개의 단일 로봇으로 구성된 공간 다중 로봇에 대해 식(21)의 가속도 집합을 구해본다. 이때  $n=3$ 이면 비여유 자유도가 되며  $n>3$ 이면 여유 자유도가 되므로 본 논문에서는  $n=3$ 인 경우를 고려한다. 각 관절에 대해

$$\ddot{X}[3 \times 1] = A[3 \times 3L] \tau[3L \times 1] \quad (21)$$

최소 및 최대 토크를 고려한 가속도 영역은 식(22)와 같다.

$$S_{ri} = \{ \ddot{x}_i | \ddot{x}_i = A_i\tau_i, |\tau_i| \leq \tau_i^{\max} \}, i=1, \dots, 3L \quad (22)$$

그리고 전체 가속도 영역은  $S_r$  영역의 공간상의 영역 확장으로 표현된다. 즉 단일 로봇 갯수  $L=2$ 의 경우 각각의  $S_{ri}$ 는 Fig.2 (a)와 같이 점  $A_i\tau_i^{\min}$ 과  $A_i\tau_i^{\max}$ 를 잇는 선분으로 된다.

이제 이 6개의 선분을 이용하여 순서대로 가속 영역을 확장시킨다. 즉  $S_{r1}$ 과  $S_{r2}$ 의 영역확장은 Fig.2 (b)가 되고 다시  $S_{r3}$ 를 확장시키면 Fig.2 (c)가 된다. 계속해서 까지 확장시키면 최종적으로 Fig.2 (d)가 되며 이 영역의 convex hull이  $S_r$ 이다. 여기서 3개까지는 3차원 공간이므로 별도의 convex hull을 고려할 필요가 없으나  $S_4$ 부터는 고려해야 한다.

### 3.3 다면체의 경계면의 방정식

이제 3개의 관절을 가진 2개의 단일로봇으로 이루어진 공간 다중로봇 시스템에 대하여 가속도 집합의 방정식을 다음과 같다.

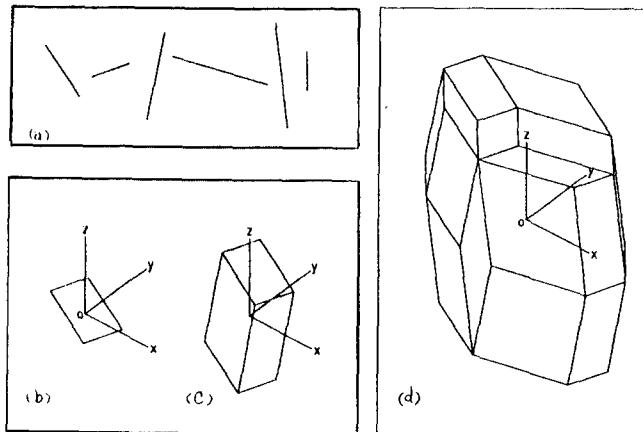


그림 2 3차원 구동 가속도 다면체

Fig. 2 3-dim acceleration polyhedron due to joint torque

$$\dot{X} = \frac{A}{[3 \times 6]} \tau = \frac{A_b}{[3 \times 2]} \tau_b + \frac{A_r}{[3 \times 4]} \tau_r \quad (23)$$

즉, 6개의  $\tau$  중에서 2개에 의한  $A$ 의 열벡터의 가속도 집합은 사각형이 되고 4개의 열벡터의 가속도 집합은 8면체가 된다. 여기서 6개중에서 2개만을 먼저 택한 이유는 최종의 가속도 영역은 2차원 즉 평면의 각 면을 양 극으로 하는 육면체들의 합집합에 대한 convex hull이기 때문이다. 그리고  $A_r$  중에서 첫번째 열  $A_r$ 를 이용하여  $A_H = [A_b, A_r]$ 로 정방행렬을 형성한 후 그 역행렬을 식(23)의 양변에 곱하면

$$A_H^{-1} \dot{X} = A_H^{-1} A \tau = A_H^{-1} A_b \tau_b + A_H^{-1} A_r \tau_r \quad (24)$$

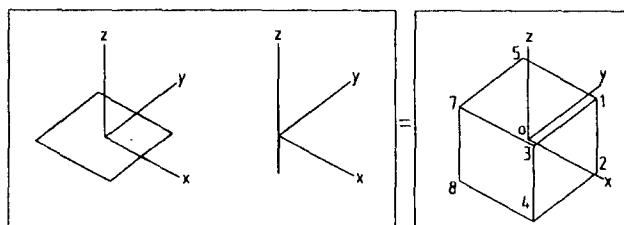


그림 3  $A_H^{-1} A_b \tau_b$ 의 가속도 집합  
Fig. 3 Acceleration set due to  $A_H^{-1} A_b \tau_b$

이 된다. 즉 Fig.3와 같이  $A_H^{-1} A_b \tau_b$ 의 가속도 집합은  $[1, 1, 0]^T$ ,  $[1, -1, 0]^T$ ,  $[-1, 1, 0]^T$ ,  $[-1, -1, 0]^T$ 의 4점을 잇는 정사각형이 되고 x-y-z 공간에서 z축에 수직이다. 결국 최종의 가속도 영역의 경계면의 방정식은 식(25)와 같다.

$$(A_H^{-1})_z \dot{X} = \pm \sum_{i=1}^4 |(A_H^{-1} A_r)_{zi} \tau_i| \quad (25)$$

#### 4. 등가속도 반경과 등속도 반경

##### 4.1 등가속도 반경과 등속도 반경의 정의

앞장에서 각 관절의 토크 한계내에서 로봇의 가능한 운동들의 집합으로 convex polyhedron을 형성하였는데 이제 속도 및 중력에 의한 가속도 항을 고려하면 다음과 같다.

$$A\tau = \dot{X} + Q(X, \dot{X}) + R(X) \quad (26)$$

먼저 등가속도 반경 (Isotropic Acceleration Radius : IAR)은 정

지 상태에서의 각 관절토크 제한하의 임의방향으로의 가속 능력 중의 최소값으로 정의하고 가속도 다면체의 모든 면에 내접하는 구의 반경으로 계산된다. 등속도 반경 (Isotropic Velocity Radius : IVR)은 주어진 자세에서 임의 방향으로의 속도 능력 중의 최소값으로 정의하며 등가속도 반경과 같이 모든 단일 로봇의 모든 관절을 고려하여 계산된다.

##### 4.2 등가속도 반경의 계산법

정지상태의 경우이므로  $Q(x, \dot{x})=0$ 이 되고 식(26)중  $A\tau$ 를 각 단일 로봇별로 분리하면

$$A_1 \tau_1 + \dots + A_L \tau_L = \dot{X} + R(X) \quad (27)$$

이 되고 임의의  $i$ 에 대해  $A_i^{-1}$ 변환을 하면 식(28)이 된다.

$$\tau_i + \sum_{k \neq i}^L A_i^{-1} A_k \tau_k = A_i^{-1} \dot{X} + A_i^{-1} R \quad (28)$$

여기서 단일 로봇  $i$ 의 관절 토크에 대응되는 경계면  $S_{ii}$ ,  $j=1,2,3$ 은 변환된 후 x-y-z좌표계에 평행하게 된다. 그리고 단일 로봇  $k$ 의 변환된 가속도 다면체는  $A_i^{-1} A_k \tau_k$ 로 표시되고 이 열벡터의  $j$  행의 최대값은 다음 식(29)와 같다.

$$\max(A_i^{-1} A_k \tau_k) = \sum_{j=1}^3 |(A_i^{-1} A_k)_{jj}| \tau_{kj}^{\max} \quad (29)$$

$$\text{단 } k=1, \dots, L, k \neq i$$

여기서  $\tau_{kj}^{\max}$ 는 로봇  $k$ 의 구동기  $j$ 의 최대토크를 나타낸다. 이제 임의의 단일 로봇  $i$ 와 임의의 관절  $j$ 에 대해 식(30)의 최적화 문제를 풀면 다면체의 면  $S_{ij}$ 에 대응되는 내접구의 반경을 구한다.

$$\text{Maximize } \|\dot{X}\| \quad (30)$$

$$\text{조건식: } b_{ij}^{\min} \leq (A_i^{-1})_j \dot{X} + (A_i^{-1})_j R \leq b_{ij}^{\max}$$

$$\text{단, } b_{ij}^{\max} = \sum_{k \neq i}^L \sum_{l=1}^3 |(A_i^{-1} A_k)_{jl}| \tau_{kl}^{\max} + \tau_{ij}^{\max}$$

$$b_{ij}^{\min} = -b_{ij}^{\max}$$

윗 최적화 문제의 해는 pseudo-inverse를 이용하여 식(31)과 같으며 가속도 다면체가 모든 면을 고려하여 최종적인 등가속도 반경을 식(32)와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{X}_{opt}^{ij} = [(A_i^{-1})_j]^{+} \min \left[ \frac{|b_{ij,\min} - (A_i^{-1})_j R|}{|b_{ij,\max} - (A_i^{-1})_j R|} \right] \quad (31)$$

$$IAR = \min \{ \dot{X}_{opt}^{ij}, i=1, \dots, 2, j=1, \dots, 3 \} \quad (32)$$

##### 4.3 등속도 반경의 계산법

등속도 반경은 속도만의 특성을 나타내는 지수로서  $\ddot{x}_c=0$ 이 되며 운동방정식은

$$A(X)\tau = Q(X, \dot{X}) + R(X) \quad (33)$$

가 된다. 여기서도  $Q(x, \dot{x})$ 에 대한  $A_i$ 의 역행렬 변환을 하면  $A_i^{-1} Q$ 가 되고 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(A_i^{-1})_j Q = \dot{x}^T P_{ij}(x) \dot{x} \quad (34)$$

여기서 식(34)의 고유값을 고려하면

$$\lambda_{ij}^{\min} \leq \frac{\dot{x}^T P_{ij} \dot{x}}{\dot{x}^T \dot{x}} \leq \lambda_{ij}^{\max} \quad (35)$$

와 같게 된다. 이제 Thomas et al[3]를 참조하여 등가속도 반경의 계산법과 같은 과정으로 등속도 반경을 구하면

$$IVR^{ij} = \sqrt{\min \left\{ \frac{b_{ij}^{\min} - (A_i^{-1})_j R}{\lambda_{ij}^{\min}}, \frac{b_{ij}^{\max} - (A_i^{-1})_j R}{\lambda_{ij}^{\max}} \right\}} \quad (36)$$

if  $\lambda_{ij}^{\min} \lambda_{ij}^{\max} < 0$

$$\sqrt{\frac{b_{ij}^{\min} - (A_i^{-1})_j R}{\lambda_{ij}^{\min}}} \quad \text{if } \lambda_{ij}^{\max} < 0$$

$$\sqrt{\frac{b_{ij}^{\max} - (A_i^{-1})_j R}{\lambda_{ij}^{\max}}} \quad \text{if } \lambda_{ij}^{\min} > 0$$

이며 임의  $i,j$ 에 대한 등속도 반경은 다음과 같다.

$$IVR = \min\{IVR^i, i=1, \dots, 2, j=1, \dots, 3\} \quad (37)$$

## 5. 수치 해석

이상의 일반적인 3차원 공간에 대한 등가속도 반경 및 등속도 반경을 구하는 알고리즘을 이용하여 예제의 경우로 각 관절이 3개로 이루어진 2대의 단일 로봇의 다중 협조시스템에 대해 적용해 본다. 여기서 로봇의 제원은 Table 1에 나타내고 있다. 단 로봇 1,2의 기저위치는 각각  $(-0.4m, 0, 0)$ 과  $(0.4m, 0, 0)$ 으로 한다. 그리고 관절 1의 경우 z축에 대한 회전으로 한다.

표 1 공간 3관절 다중 로봇의 제원

Table 1 Specification of spatial 3 joint multi-arm robot

		로봇 1, 2		
		관절 1	관절 2	관절 3
길이 [m]		0	0.5	0.5
중심위치 [m]		0	0.25	0.25
질량 [kg]		3	20	5
관성모멘트 [kgm <sup>2</sup> ]		I <sub>x</sub> 0	I <sub>y</sub> 0.15	I <sub>z</sub> 0.013
		I <sub>y</sub> 0	I <sub>z</sub> 0.55	0.07
		I <sub>z</sub> 0.25	I <sub>x</sub> 0.55	0.09
관절최대토크 [Nm]		120	60	40

### 5.1 임의 위치에 따른 IAR, IVR 계산

3차원 공간에서 임의 6 군데의 특징적인 작업 물체 위치에 대하여 IAR 및 IVR을 구한 결과를 Table 2에 나타내었다.

표 2 임의 위치에서의 IAR, IVR값

Table 2 The value of IAR, IVR at several specific points

	위치	IAR [m/s <sup>2</sup> ]	IVR [m/s]
1	( 0.00, 0.05, 0.41 )	21.41	9.04
2	( 0.30, 0.10, 0.20 )	12.42	1.68
3	( 0.00, 0.10, 0.73 )	30.48	0.59
4	( 0.10, 0.10, 0.42 )	13.32	4.60
5	( 0.02, 0.02, 0.58 )	24.43	7.51
6	( 0.00, 0.10, 0.00 )	15.21	6.15

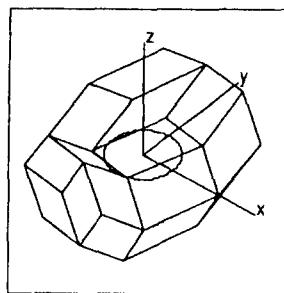
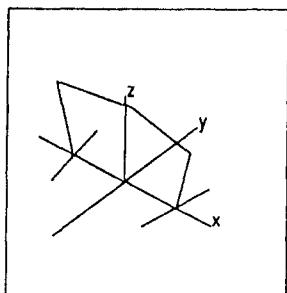


그림 4 (0, 0.05, 0.41)에서의 로봇자세 및 등가속도 다면체

Fig. 4 Arm configuration and acceleration polyhedron

그림 Fig. 4에 Table 2의 첫번째 경우의 다중 로봇자세와 가속도 다면체를 나타내었다. 이중 z 좌표값이 가장 큰 위치에서 IVR이 가장 작았으며 오히려 IAR은 가장 큰 값을 가진다. 실제 응용에서는 IAR, IVR 모두를 고려하여 두 지수 모두 크게 되는 위치, 즉 Table 2에서는 5번째의 경우 바람직하다.

### 5.2 임의 공간에 대한 IAR, IVR 분포

이제 x-y-z공간에 대해 IAR, IVR의 분포를 조사하고 z=0 및 z=0.3m의 두 전단 평면에서의 분포를 Fig. 5에 표현하였다. 즉

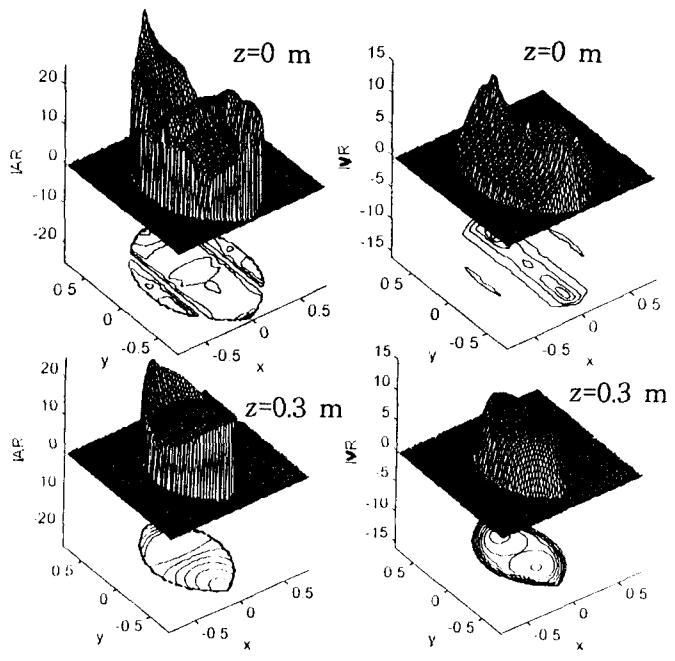


그림 5 IAR 및 IVR의 분포

Fig. 5 Distribution of IAR and IVR

$z=0$  경우에는 IAR, IVR 모두 영역에 따라 심한 차이를 보이나  $z=0.3m$ 의 경우 비교적 단순하게 분포됨을 보이고 있다.

## 6. 결론

일반적인 3차원 다중 로봇에 대해 작업공간에서의 동역학 방정식을 유도하였고 각 관절 토크에 대한 작업 물체의 가속도 및 속도 능력을 나타내는 등가속도 반경과 등속도 반경을 3차원 공간에 대해 정의하고 계산법을 제안하였다. 수치 계산을 통하여 실제 3차원 다중 로봇에 대해 임의 공간에서의 3차원 등가속도 반경과 3차원 등속도 반경의 분포를 구하였으며 실제 가속도 및 속도 조건에서 유리한 작업 물체의 위치 결정에 유용한 지표로 이용될 수 있음을 보였다.

## 참고 문헌

- [1] Yoshikawa, "Dynamic Manipulability of Robot Manipulators", *Journal of Robotic System*, Vol.2, No.1, pp.113-124, 1985.
- [2] Thomas M, Yuan-Chou H.C., and Tesar D, "Optimal Actuator Sizing for Robotic Manipulators Based on Local Dynamic Criteria" *ASME J. Mech Trans. Auto. in Design* 107, pp.163-169, 1985.
- [3] Graettinger T.J., Krogh B.H., "The Acceleration Radius: A Global Performance Measure for Robotic Manipulators" *IEEE J. Robotics and Automation*, Vol.4, No.1, pp.60- 69, 1988.
- [4] Lee S, "Dual Redundant Arm Configuration Optimization with Task-oriented Dual-arm Manipulability", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol.5, pp.78-97, 1989.
- [5] 김충영, 김기감 “다중 로봇의 동적 해석 및 평가방법에 관한 연구”, 대한기계학회 춘계학술대회, pp 462-467, 1997.