

웨이블렛 필터 뱅크를 이용한 영상복원

Image Restoration based on Wavelet Filter Bank

김주현* , 이종수**

*홍익대학교 대학원 전기제어공학과(Tel:+82-2-320-1493;Fax:+82-2-320-1110;E-mail:gjkhkim@wow.hongik.ac.kr)

**홍익대학교 전자전기공학부(Tel:+82-2-320-1669;Fax:+82-2-320-1110;E-mail:leejs@wow.hongik.ac.kr)

Abstracts In this paper we propose a novel way to restore degraded image using wavelet transform & filterbank. First, we divide a degraded image into 4-subband images using UDWT (Undecimated Wavelet Transform), and then use a proper CLS(Constrained Least Square) filter in each subband. Using a proper CLS filter in each subband, we can save high frequency components of original image. We reconstruct a restored image from the downsampled subband images using wavelet transform. Even though there is a trade-off between ISNR and calculation loads, we reduce the calculation loads by using wavelet transform in reconstruction with a negligible degradation in ISNR.

Keywords Image Restoration, Wavelet Transform, Filter Bank, CLS Filter

1. 서 론

영상복원은 영상인식, 로봇비전 등 각종 영상 데이터의 대상으로 하는 응용을 위하여 화질 저하된 영상을 복원하는 작업이다. 이러한 영상복원을 위하여 다양한 방법들이 제안되어져 왔으며, 이러한 방법들중 대표적인 것들을 보면 위너 필터(Wiener filter)를 이용한 선형 최소 평균 제곱 오차(linear minimum mean square error) 복원기법, CLS 기법 등이 있다[3][6][10]. 위너필터를 이용한 복원기법은 화질저하 전의 영상과 첨가잡음에 대한 자기 상관도(auto correlation)를 이용하는 통계적인 방법이며 이에 대하여 제한적 최소제곱 필터를 이용한 방법은 복원기준으로 라플라스인 연산자를 이용하여 고주파 성분을 줄여 잡음을 제거하는 방법이다[3][6][10].

최근에는 대상체를 다른 스케일로 추출하여 인식하는 인간의 시각시스템의 특성을 이용하여 영상복원을 다중 스케일 또는 서브밴드에서 행하는 방법들이 제안되어져왔다[3][9]. 이러한 방법중에 대표적으로 사용되어지는 것이 바로 웨이블렛 변환을 이용한 방법이며 웨이블렛 변환은 단일 해상도의 영상을 다중 해상도의 영상으로 분해하는 성질을 가지며 또한 필터 뱅크 구조를 이용하여 간편하게 행하여질 수 있다[4][5][12][13].

웨이블렛 변환후 각 서브밴드에서 위너필터를 이용하는 방법이 제안되었으며[1], 또한 웨이블렛 도메인에서 칼만 필터

를 이용하여 프리 필터링하는 방법도 제안되었다[2].

또한 위너필터를 사용할때 최적의 영상복원을 위해서는 원영상의 자기상관도가 필요한 단점을 보완하기 위해서 웨이블렛 변환후 최소제곱복원 필터를 이용한 방법들이 제안되었고[9][15], 그중 Lee 가 제안한 방법에서는 각 채널별로 파라메터와 라플라스인 연산자를 변형시켜 적용하였으나 웨이블렛 영역에서의 각 채널의 영상간의 상관관계가 존재하여 채널별 복원필터의 파라메터와 라플라스인 연산자의 변형이 영상복원에 크게 기여하지 못했다[9]. 이러한 문제점을 해결하기 위해 UDWT(Undecimated DWT)를 이용하여 복원대상 영상을 4개의 채널로 분리하고 각 채널에 대하여 독립적으로 적절한 파라메터를 설정한 최소제곱복원 필터를 이용한 후 다시 IDWT(Inverse UDWT)하여 최종 복원 영상을 얻어내는 방법이 제안되었으며 이는 비교적 우수한 결과를 나타냈으나 계산량이 많아지는 단점을 보였다[14]. 본 논문에서는 앞서 제안된 방법의 계산량을 줄이는 변형된 구조를 제안한다. 즉 각 서브밴드 복원영상을 다운샘플링후 IDWT(Inverse DWT)를 행하여 최종 복원영상을 구한다.

2. 본 문

2.1 단일채널 영상 화질저하 모델

단일채널에서의 영상 화질저하모델은 식(1) 같이 원래의 영상

에 블러링연산자 (blurring operator) 와 컨볼루션 후 첨가잡음을 더하여 표현되어진다[6].

$$g(x, y) = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N h(x-k, y-l) f(k, l) + n(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

여기서 $f(x, y)$ 는 $M \times N$ 크기의 원 영상을, $h(x, y)$ 는 영상 시스템의 2차원 점확산 함수 (2-D point spread function : PSF) 를, $n(x, y)$ 는 첨가 잡음을, $g(x, y)$ 는 영상화질이 저하된 영상을 나타낸다. 특히 첨가잡음 $n(x, y)$ 는 평균이 0 인 가우시안 분포(Gaussian distribution)를 가지는 백색잡음이다[6].

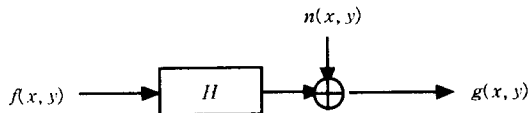


그림 1 단일채널 영상 화질저하 모델
Fig.1 1-channel image degraded model

식 (1) 의 영상 화질저하 모델은 벡터와 행렬형태로 식 (2)와 같이 표현되어진다[3][6][10].

$$g = Hf + n \quad (2)$$

여기서 g, f, n 은 각각 환경 컨볼루션을 위한 화질저하 영상, 원영상, 첨가잡음이며 이들은 행이나 열로 정렬된 1 차원 벡터이다. 이때 $g(x, y)$ 가 $N \times N$ 크기라고 하면 각각의 벡터들의 크기는 $N^2 \cdot 1$ 이고 H 는 $N^2 \times N^2$ 크기의 블러링 연산자이다[6]. 한편 H 는 식 (3) 의 블록 환형 행렬(Block-Circulant Matrix)의 구조를 가지며 각각의 블록 행렬은 식(4)로 표현되어진다[6][10].

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & H_{N-1} & \dots & H_1 \\ H_1 & H_0 & \dots & H_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N-1} & H_{N-2} & \dots & H_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} h_e(j, 0) & h_e(j, N-1) & h_e(j, N-2) & \dots & h_e(j, 1) \\ h_e(j, 1) & h_e(j, 0) & h_e(j, N-1) & \dots & h_e(j, 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_e(j, N-1) & h_e(j, N-2) & h_e(j, N-3) & \dots & h_e(j, 0) \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $h_e(x, y)$ 는 블러링 연산자를 $g(x, y)$ 의 크기로 확장한 형태이다.

2.2 제한적 최소지승복원필터

제한적 최소지승복원은 Lagrange multipliers를 이용한 식 (5) 를 최소화하는 복원영상 \hat{f} 를 구하는 것이 목적이다[6].

$$J(\hat{f}) = \|C\hat{f}\|^2 + \alpha(\|g - H\hat{f}\|^2 - \|n\|^2) \quad (5)$$

여기서 $C\hat{f}$ 는 영상 \hat{f} 에 고주파 대역 필터를 적용한 것으로 C 는 일반적으로 라플라시안 연산자를 사용한다[6]. α 는 Lagrange multipliers로 영상의 고주파신호와 복원신호의 잡음 오차 간의 가중치를 조절하는 역할을 한다. 식 (5)로부터 식 (6)을 유도할 수 있으며, C 는 식 (7) 과 같은 블록 환형 행렬 형태를 가지며 각각의 블록은 식(8) 과 같은 구조를 가진다[6][10].

$$\hat{f} = (H^T H + \gamma C^T C)^{-1} H^T g, \gamma = 1/\alpha \quad (6)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_0 & C_{N-1} & C_{N-2} & \dots & C_1 \\ C_1 & C_0 & C_{N-1} & \dots & C_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N-1} & C_{N-2} & C_{N-3} & \dots & C_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C_i = \begin{bmatrix} P_e(j, 0) & P_e(j, N-1) & \dots & P_e(j, 1) \\ P_e(j, 1) & P_e(j, 0) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_e(j, N-1) & P_e(j, N-2) & \dots & P_e(j, 0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 P_e 는 라플라시안 연산자를 $g(x, y)$ 의 크기로 확장한 형태이다. 식 (6)의 계산은 H, C 의 블록 환형 행렬의 특성을 이용하여 식 (9)과 같이 행할 수 있다[6][10].

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right] G(u, v) \quad (9)$$

여기서 $\hat{F}(u, v), G(u, v), H(u, v), P(u, v)$ 는 각각 $\hat{f}(x, y), g(x, y), h_e(x, y), P_e(x, y)$ 의 DFT 이다.

2.3 웨이블릿 변환을 이용한 필터뱅크

웨이블릿 필터뱅크의 구조는 그림 2 와 같다. 여기서 W_L, W_H 은 웨이블릿 분해필터뱅크(analysis filter bank)의 저주파와 고주파 필터이며, W_L^T, W_H^T 은 웨이블릿 복원필터뱅크(synthesis filter bank)의 저주파와 고주파 필터이고 ↓2 와 ↑2 는 각각 다운샘플링과 업샘플링 수행을 의미한다[4][5][12].

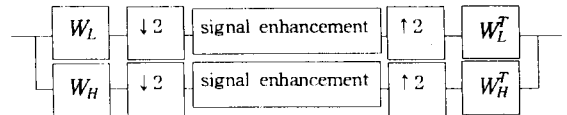


그림 2 웨이블릿 변환을 이용한 1차원 신호의 필터뱅크
Fig. 2 1-D wavelet filter bank

이와 같은 구조는 신호의 웨이블릿 변환을 통해 2개의 채널(서브밴드)로 분리하고 각각의 채널에서 해당 채널에 적합한 신호 처리를 행한 후 다시 웨이블릿 역변환 하는 다중 해상도 신호처

리이다. 이때 다운샘플링 과정을 통한 계산량을 줄여주는 장점이 있기도 하다.

2.4 UDWT를 이용한 영상복원

UDWT한 영상의 경우 비록 성분의 중복성이 존재하나, 복원 대상 영상을 4개의 채널로 분리한 후 각 영상에 대하여 독립적으로 단일 채널에서 사용했던 제한적 최소자승 복원 필터를 이용, 파라미터를 조절하거나 라플라시안 연산자를 변형하여 필터링 하므로써 서브밴드별로 복원 후 질 좋은 최종복원영상을 IUDWT(Inverse Undecimated Wavelet Transform)를 통해 구할 수 있었으나 계산량이 많아지는 단점이 있다[14].

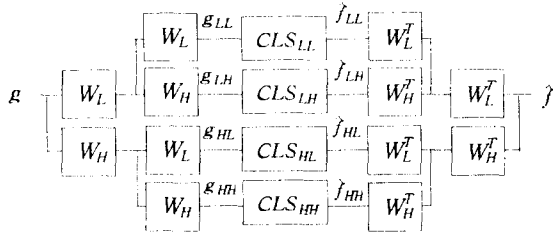


그림 3. UDWT를 이용한 영상신호의 복원
Fig. 3 Image restoration using UDWT

채널별 복원을 수식으로 표현하면 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{i,j} \hat{f} = CLS_{i,j} W_{i,j} g \Rightarrow \hat{f}_{i,j} = CLS_{i,j} g_{i,j} \quad (10)$$

$$CLS_{i,j} = (H^T H + \gamma_i C_{i,j}^T C_{i,j})^{-1} H^T \quad (11)$$

여기서 $CLS_{i,j}$ 는 제한적 최소자승복원 필터이고 $W_{i,j}$ 는 웨이블릿 변환 행렬이다. 또한 이때 i, j 는 각각 가로방향과 세로 방향을 나타내며 L 혹은 H 를 가진다. 따라서 UDWT된 영상 $g_{i,j}$ 는 복원대상영상의 가로, 세로방향으로 저주파 또는 고주파 성분만을 가진 서브밴드 영상이다. g_{HH} 의 경우 주로 영상의 대각선 방향의 에지나 고주파 성분이 존재하고 g_{LL} 에서는 저주파 성분이 존재한다. 이제 이 분리된 각 서브밴드에 첨가잡음은 제거하고 에지나 경계등의 영상의 고주파 성분은 보존할 수 있도록 복원필터를 목적에 맞게 선택한다. 이러한 구조의 곱 수행수는 대략 $n^2(8L+28+10\log_2 n)$ 정도이다. 이는 영상의 크기가 $n \times n$ 이고 웨이블릿 필터의 길이가 L 인 경우이다. 주파수 공간에서 행해지는 계산식을 식 (12)에 나타냈으며 최종복원영상을 Z 영역에서 표현하면 식(13) 과 같다.

$$\hat{F}_{i,j}(u, v) = \frac{H(u, v)^*}{[H(u, v)]^2 + \gamma_i [P_{i,j}(u, v)]^2} G_{i,j}(u, v) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{F}(z_1, z_2) = & W_L^T(z_1)W_L^T(z_2)CLS_{LL}(z_1, z_2)W_L(z_2)W_L(z_1)G(z_1, z_2) \\ & + W_L^T(z_1)W_H^T(z_2)CLS_{LH}(z_1, z_2)W_H(z_2)W_L(z_1)G(z_1, z_2) \\ & + W_H^T(z_1)W_L^T(z_2)CLS_{HL}(z_1, z_2)W_L(z_2)W_H(z_1)G(z_1, z_2) \\ & + W_H^T(z_1)W_H^T(z_2)CLS_{HH}(z_1, z_2)W_H(z_2)W_H(z_1)G(z_1, z_2) \quad (13) \end{aligned}$$

2.5 UDWT와 IDWT를 이용한 영상복원

계산량을 줄이기위해 각각의 서브밴드에서 복원된 영상의 다운샘플링된 영상을 IDWT을 통과하여 최종복원 영상을 구한다. 이때 $\downarrow 2d$ 는 2차원 다운샘플링을 나타낸다.

최종복원영상을 Z 영역에서 표현하면 식(14) 과 같다. 이때 $\hat{f}_{LLD}, \hat{f}_{LHD}, \hat{f}_{HLD}, \hat{f}_{HHD}$ 는 각각 $\hat{f}_{LL}, \hat{f}_{LH}, \hat{f}_{HL}, \hat{f}_{HH}$ 의 2차원 다운샘플링된 영상을 나타낸다.

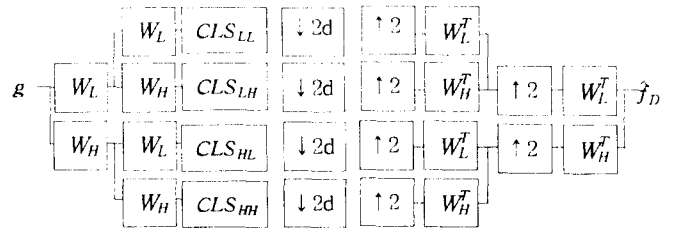


그림 4. UDWT와 IDWT를 이용한 영상신호의 복원
Fig. 4 Image restoration using UDWT & IDWT

$$\begin{aligned} \hat{F}_D(z_1, z_2) = & [CLS_{LL}(z_1, z_2)W_L^T(z_1)W_L^T(z_2)W_L(z_2)W_L(z_1) \\ & + CLS_{LH}(z_1, z_2)W_L^T(z_1)W_H^T(z_2)W_H(z_2)W_L(z_1) \\ & + CLS_{HL}(z_1, z_2)W_H^T(z_1)W_L^T(z_2)W_L(z_2)W_H(z_1) \\ & + CLS_{HH}(z_1, z_2)W_H^T(z_1)W_H^T(z_2)W_H(z_2)W_H(z_1)]G(z_1, z_2) \\ & + [CLS_{LL}(z_1, -z_2)W_L^T(z_1)W_L^T(-z_2)W_L(-z_2)W_L(z_1) \\ & + CLS_{LH}(z_1, -z_2)W_L^T(z_1)W_H^T(-z_2)W_H(-z_2)W_L(z_1) \\ & + CLS_{HL}(z_1, -z_2)W_H^T(z_1)W_L^T(-z_2)W_L(-z_2)W_H(z_1) \\ & + CLS_{HH}(z_1, -z_2)W_H^T(z_1)W_H^T(-z_2)W_H(-z_2)W_H(z_1)]G(z_1, -z_2) \\ & + [CLS_{LL}(-z_1, z_2)W_L^T(-z_1)W_L^T(z_2)W_L(z_2)W_L(-z_1) \\ & + CLS_{LH}(-z_1, z_2)W_L^T(-z_1)W_H^T(z_2)W_H(z_2)W_L(-z_1) \\ & + CLS_{HL}(-z_1, z_2)W_H^T(-z_1)W_L^T(z_2)W_L(z_2)W_H(-z_1) \\ & + CLS_{HH}(-z_1, z_2)W_H^T(-z_1)W_H^T(z_2)W_H(z_2)W_H(-z_1)]G(-z_1, z_2) \\ & + [CLS_{LL}(-z_1, -z_2)W_L^T(-z_1)W_L^T(-z_2)W_L(-z_2)W_L(-z_1) \\ & + CLS_{LH}(-z_1, -z_2)W_L^T(-z_1)W_H^T(-z_2)W_H(-z_2)W_L(-z_1) \\ & + CLS_{HL}(-z_1, -z_2)W_H^T(-z_1)W_L^T(-z_2)W_L(-z_2)W_H(-z_1) \\ & + CLS_{HH}(-z_1, -z_2)W_H^T(-z_1)W_H^T(-z_2)W_H(-z_2)W_H(-z_1)] \\ & \cdot G(-z_1, -z_2) \quad (14) \end{aligned}$$

식(14)에서는 식(13)과 달리 엘리아싱을 발생시키는 $G(z_1, -z_2)$, $G(-z_1, z_2)$, $G(-z_1, -z_2)$ 가 존재한다. 따라서 영상복원시 다운 샘플링 없이 UDWT하는 경우보다는 화질이 떨어진다. 곱 계산량은 약 $n^2(5L + 28 + 10 \log_2 n)$ 이며, $n=264, L=20$ 인 경우 기존 계산량의 약 0.77배 정도이다.

2.6 실험

실험에서는 256 × 256 lena 영상을 9 × 9 크기의 블러링 연산자를 통과시킨 후 30dB의 첨가 잡음을 가하여 만든 영상을 복원 대상으로 하였다. UDWT를 이용한 복원과 UDWT와 IDWT를 이용한 복원에 대하여 case 1에서는 CLS_i , 제한적 최소지승필터들의 파라메터 γ_i , 을 0.1로 하여 실험하였고 case 2에서는 $\gamma_{LL}=0.1, \gamma_{LH}=\gamma_{HL}=0.01, \gamma_{HH}=0.001$ 로 하여 실험하였다. 실험 결과는 표 1에 나타냈고 그림 5에서는 단일채널에서의 최소지승 복원 결과영상과 case 2의 결과영상을 보였다.

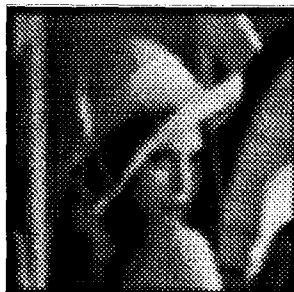
표 1 실험 결과

TABLE 1 Result of simulation

	γ_{LL}	γ_{LH}	γ_{HL}	γ_{HH}	UDWT&UDWT (ISNR)	UDWT&IDWT (ISNR)
1-channel	0.1	-	-	-	9.2896dB	
case 1	0.1	0.1	0.1	0.01	9.2896dB	9.2896dB
case 2	0.1	0.01	0.01	0.001	12.3947dB	12.0349dB



(a) Original Lena



(b) Degraded Lena



(c) Case 2 using UDWT



(d) Case 2 using UDWT & IDWT

그림 5 UDWT & IDWT를 이용한 영상복원 결과

Fig. 5 Restored Image Using UDWT & IDWT

3. 결 론

이상에서 우리는 UDWT를 이용하여 서브밴드에서 영상을 복원하고, 계산량을 감소시키기 위해 다운 샘플링된 각 서브밴드영상을 IDWT를 사용, 최종 복원영상을 구하였다. 계산량은 $n=264, L=20$ 인 경우 기존 계산량의 약 0.77배 정도로 감소 했으나 ISNR도 약 0.36dB 감소했다. 추후 과제로는 DWT와 IDWT만을 이용한 CLS 필터의 설계가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1]Mark R. Banham, Nikolas P. Galatsnos, Hector L.Gonzalez, Aggelos K. Katsaggelos, "Multichannel Restoration of Single Channel Images Using a Wavelet-based Subband Decomposition", IEEE Trans. Image Proc., Vol. 3, pp. 821-833, Nov 1994
- [2]Mark R. Banham and Aggelos K. Katsaggelos, "Spatially Adaptive Wavelet-Based Multiscale Image Restoration", IEEE Trans. Image Proc. Vol. 5, pp. 619-634, 1996
- [3]Mark R. Banham and Aggelos K. Katsaggelos, " Digital image Restoration ", IEEE signal processing magazine, pp. 24-41, March 1997
- [4]Y.T. Chan, "WAVELET BASICS", KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1995
- [5]INGRID DAUBECHIES, "Ten Lectures on Wavelets", SIAM, 1992
- [6]Rafael C. Gonzalez & Richard E. Woods, "Digital Image Processing", Addison-Wesley Publishing Company, 1992
- [7]A. K. Katsaggelos, " Digital image Restoration ". New York, Springer Verlag, 1991
- [8]A. K. Katsaggelos, K.T Lay and N.P.Galatsanos, "A General Framework for Frequency Domain Multi-Channel Signal Processing", IEEE Trans. Image Proc., Vol. 2, pp. 417-420, July 1993
- [9]Hyoung Ho Lee and Joon Ki Paik, "Space Frequency Adaptive image Restoration Based on Wavelet Decomposition ", IEEE Proc. Asia Pacific Conference on Circuits and Systems '96, pp. 512-515, 1996
- [10]William K. Pratt, " Digital Image Processing 2nd", Wiley Interscience publication, 1991
- [11]Robin N. Strickland and Hee Il Hahn, "Wavelet Transform Methods for Object detection and Recovery", IEEE Trans. Image Proc. Vol. 6, pp. 724-735, 1997
- [12]Gilbert Strang / Truong Nguyen, " Wavelets and Filter Banks ", Wellesley Cambridge Press, 1996
- [13]Martin Vetterli & Jelen Kovacvic, "Wavelets and Subband Coding", Prentice Hall PTR, 1995
- [14]김주현, 이종수, "웨이블릿 분해를 이용한 영상 복원", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, G 권, pp.2338-2340, 1997
- [15]이영숙, "Image Restoration Using the Wavelet Based Constrained Least Square Filter", 석사학위논문, 1996