

## 스토캐스틱 페트리 넷를 이용한 교통 흐름 분석

### Analysis of the Traffic Flow Using Stochastic Petri Nets

\*조 원\*, 고인선\*\*

\* 홍익대학교 전자공학과

\*\* 홍익대학교 전자공학과 (Tel : 02-320-1697; Fax : 02-320-1119; E-mail : inseon@wow.hongik.ac.kr)

**Abstracts** In this paper, we investigate a traffic flow modeled by stochastic Petri nets. The model consists of two parts: the traffic flow model and signal controller model. These models are used for analyzing the flow of the traffic intersection. The results of the evaluation are derived from a Petri Net-based simulation package, GreatSPN. Through simulation, we compare the performances of the pretimed signal controller with those of the traffic-adaptive signal controller.

**Keywords** Stochastic Petri Nets, Pretimed Signal Controller, Traffic-adaptive Signal Controller, Average Queue Length, Average Delay, GreatSPN

#### 1. 서론

일반적으로 차량의 종류나 상태, 운전자의 숙련도, 도로의 상황, 기상 상태 등의 여러 가지 원인에 의해 교통 상황을 분석하는 것은 매우 어렵다. 이와 같은 원인들 중에서 가장 큰 비중을 차지하는 것들로는 차량의 수 및 진입속도나 진입율 등을 들 수 있다. 차량의 진입은 일정한 주기를 갖지 않고, 그 수량 또한 측정하기 힘들다. 이러한 특징은 교차로와 같이 차량의 중첩이 일어나는 곳에서의 차량의 흐름 분석을 더욱 어렵게 한다.

교통 문제 해결을 위한 가장 좋은 방법은 새로운 도로를 건설하거나 여러 교통 설비를 개선하는 일이나, 이것들 또한 비용과 시공간적 문제로 인해서 용이하지 않다. 이러한 이유로 현재의 경향은 차량의 원활한 소통을 위한 제어 알고리즘 개발에 중점을 두고 있다.

차량의 흐름과 그것을 제어하는 신호는 서로 상관관계를 갖지 않고 연속적으로 발생하므로, 신호에 의해 차량의 흐름이 좌우되는 부분만 고려하면 상호 독립된 모델이 가능하다. 많은 교차로는 교차로에 진입하는 차량의 상태를 변경하면 하나의 교차로 모델의 사용이 가능하다.

본 논문에서는 스토캐스틱 페트리 넷를 이용하여 사거리 교차로 각 방향의 차량 진입과 같은, 병렬적인 상황을 해석함과 동시에, 신호기의 동작과 차량의 흐름을 모델링한다. 스토캐스틱 페트리 넷를 이용하면 교차로에서의 차량의 유입을 확률적 개념으로 표현할 수 있고, 차량의 변화에 따른 교차로의 상황을 토큰의 변화로 나타낼 수 있다. 이러한 과정을 통해, 모델링된 시스템에서 차량의 지체시간, 단위 시간당 교차로 통과 차량수와 같은 교통 제어 시스템의 성능들을 모의 실험을 통하여 얻는다. 또한, 차량 지체 시간을 이용하여 교차로 제어 알고리즘의 성능을 분석하고, 비교한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 이 논문에 쓰이는 용어 및 스토캐스틱 페트리 넷를 간단히 설명한다. 3장에서는 모델링할 교차로에 대하여 살펴보고, 차량의 흐름과 신호기를 각각 모델링한다. 4장에서는 모델링한 시스템을

을 이용한 모의 실험과 그 결과를 보이고, 신호기에 따른 성능 비교를 한다. 5장에서는 결론을 맺고, 향후 연구 과제를 논의한다.

#### 2. 연구 배경

##### 2.1 용어 정리

신호 시간 - 신호가 유지되는 시간을 의미한다. 페트리 넷 모델에서 트랜지션의 지연 시간으로 표현된다. 교차로 모델에서, 직진, 좌회전, 우회전 신호가 있으며, 각 신호에 해당하는 플레이스에 토큰이 존재하지 않으면, 해당 신호가 아닌 다른 신호가 동작됨을 의미한다(해당 신호에 토큰이 없으면, 적색 신호를 의미함). 즉, 별도의 적색 신호에 대한 모델링은 존재하지 않는다.

지체 시간 - 현재 상태에서 다음 상태로 전이되는 데 소요되는 시간을 말한다. 각 상태는 토큰의 유무로 표현되고, 상태 전이는 토큰의 이동으로 나타낸다. 교차로 모델에서, 교차로에 차량이 진입한 후 통과하지 못하고, 남아있는 총 시간이다.

##### 2.2 스토캐스틱 페트리 넷

본 논문에서 사용된 페트리 넷의 종류는 inhibitor 호선을 가진 DSPN이다. 일반적인 페트리 넷의 정의는 생략하고, 자세한 것은 참고 문헌[1,5]을 살펴보면 된다.

Inhibitor 호선은 일반적인 호선과 달리 화살표가 아닌 조그마한 원으로 표시되고, 비록 트랜지션이 활성화되어 있어도, 플레이스에 토큰이 존재하면 그 트랜지션은 발화하지 못한다. DSPN(Deterministic and Stochastic Petri Nets)은 트랜지션이 immediate와 timed로 구분되며, timed 트랜지션은 또한 발화하는 데 상수값의 지연시간을 가진 deterministic과 발화율을 가진 stochastic으로 구분된다. 예를 들어, 발화율  $\lambda_i$ 를 가진 트랜지션은 식 (2.1)과 같은 랜덤 변수로 할당된다.

$$F_x(X) = \Pr[X \leq x] = 1 - e^{-\lambda_i x} \quad (2.1)$$

그 평균 지연시간( $\bar{d}_i$ )은

$$\bar{d}_i = \int_0^{\infty} [1 - F_x(X)] dx = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_i x} dx = \frac{1}{\lambda_i} \quad (2.2)$$

이다.

### 3. 교차로 모델

본 논문에서 제안하고자 하는 모델은 다음과 같은 가정을 가진다.

1. 보행자들을 위한 별도의 신호는 존재하지 않는다.
2. 별도의 우회전 신호는 존재하지 않는다.
3. 좌회전, 직진 및 우회전에는 각각 하나의 차선만 존재한다. 차량의 흐름은 순차적으로 한 대씩 발생한다. 그러나, 교차로 통과시와 후의 차량은 상호 간섭이 있을 수 있다.

#### 3.1 차량의 흐름 모델

사거리 교차로 내에서의 차량은 진입, 대기, 통과와 세 가지 상태로 나타낼 수 있다. 사거리의 네 방향에 대해 각각 좌회전, 직진 및 우회전이 존재하므로, 36개의 상태가 존재한다. 그러나, 차량이 진입하는 방향에서, 진입할 때 신호가 존재하고 있으면 통과 상태가 되고, 신호가 존재하지 않으면 대기 상태이므로, 그림 1.과 같이 축소하여 나타낼 수 있다.

그림 1.은 교차로 내에서의 차량의 흐름을 모델링하여 나타낸 것이며, 그림 1.의 트랜지션과 플레이스의 의미는 표 1.과 같다. 그림 1.에서의 inhibitor 호선이 토권이 하나씩 발화하도록 하는데, 이것은 차량이 순차적으로 한 대씩 통과하는 것을 나타낸다. 통과하는데 소요되는 시간은 트랜지션의 발화율의 평균 지연 시간으로 나타내는 데, 2초이다.

우회전 차량은 직진하는 차량과 좌회전하는 차량에 영향을 받으므로, inhibitor 호선을 사용하여 표현하였다. S에서 E로의 우회전은 W에서 E로의 직진과 N에서 E로의 좌회전에 영향을 받는다. 마찬가지로, E에서 N으로의 우회전은 SN의 직진과 WN의 좌회전에, NW의 우회전은 EW의 직진과 SW의 좌회전에 WS의 우회전은 NS의 직진과 ES의 좌회전에 영향을 받는다.

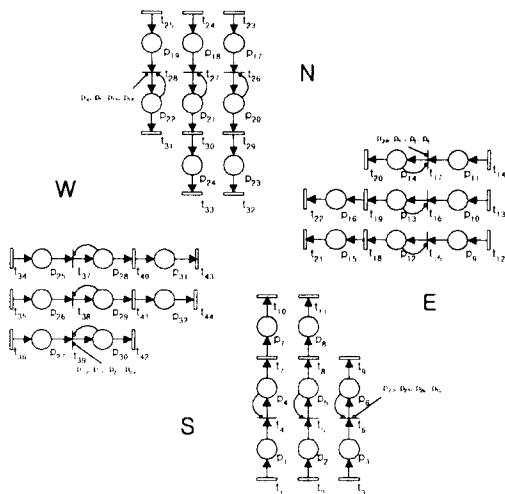


그림 1. 교차로 내의 교통 흐름 모델.

Fig. 1. The model of the traffic flow in the intersection.

표 1. 그림 1의 트랜지션과 플레이스의 의미.

TABLE 1. Implications of transitions and places in Fig. 1.

트랜지션 및 플레이스	사건 및 조건
t <sub>1</sub> , t <sub>12</sub> , t <sub>23</sub> , t <sub>34</sub>	S, E, N, W의 순서대로 좌회전 차량의 진입
t <sub>2</sub> , t <sub>13</sub> , t <sub>24</sub> , t <sub>35</sub>	직진 차량의 진입
t <sub>3</sub> , t <sub>14</sub> , t <sub>25</sub> , t <sub>36</sub>	우회전 차량의 진입
t <sub>4</sub> , t <sub>15</sub> , t <sub>26</sub> , t <sub>37</sub>	좌회전 신호에 의해 차량이 좌회전 시작
t <sub>5</sub> , t <sub>16</sub> , t <sub>27</sub> , t <sub>38</sub>	직진 신호에 의해 차량이 직진하기 시작
t <sub>6</sub> , t <sub>17</sub> , t <sub>28</sub> , t <sub>39</sub>	우회전하기 시작
(t <sub>7</sub> , t <sub>10</sub> ) (t <sub>18</sub> , t <sub>21</sub> ) (t <sub>29</sub> , t <sub>32</sub> ) (t <sub>40</sub> , t <sub>43</sub> )	좌회전 후 교차로 통과
(t <sub>8</sub> , t <sub>11</sub> ) (t <sub>19</sub> , t <sub>22</sub> ) (t <sub>30</sub> , t <sub>33</sub> ) (t <sub>41</sub> , t <sub>44</sub> )	직진 후 교차로 통과
t <sub>9</sub> , t <sub>20</sub> , t <sub>31</sub> , t <sub>42</sub>	우회전 후 교차로 통과
p <sub>1</sub> , p <sub>7</sub> , p <sub>13</sub> , p <sub>19</sub>	좌회전을 위해 진입후 대기
p <sub>2</sub> , p <sub>8</sub> , p <sub>14</sub> , p <sub>20</sub>	직진을 위해 진입후 대기
p <sub>3</sub> , p <sub>9</sub> , p <sub>15</sub> , p <sub>21</sub>	우회전을 위해 진입후 대기
p <sub>4</sub> , p <sub>10</sub> , p <sub>16</sub> , p <sub>22</sub>	좌회전하고 있는 상태
p <sub>5</sub> , p <sub>11</sub> , p <sub>17</sub> , p <sub>23</sub>	직진하고 있는 상태
p <sub>6</sub> , p <sub>12</sub> , p <sub>18</sub> , p <sub>24</sub>	우회전하고 있는 상태

#### 3.2 신호 제어기 모델

교차로 신호 제어기는 교통량에 대한 종속여부에 의해 크게 정주기식과 교통량 대응 신호기로 구분한다. 정주기식 신호기의 경우, 교통량과 시간의 흐름에 상관없이 신호 주기 및 각 방향에 할당되는 신호 시간이 일정하다. 교통량 대응 신호기는 각 방향의 교통량에 의해 신호 시간 및 신호 순서가 조절되는 신호기들의 미한다.

##### 3.2.1 정주기식 신호기

신호는 NS 좌회전, NS 직진, EW 좌회전, EW 직진의 순서이며, 플레이스에 토권이 존재한다는 것은 신호가 부여되어 차량의 통과가 허가됨을 나타낸다. 각 트랜지션의 지연 시간은 각 방향에 대한 신호 시간을 의미한다. 정주기식 신호기의 페트리 넷 모델은 그림 2.와 같이 나타낼 수 있다. 표 2.는 그림 2.의 트랜지션과 플레이스의 의미를 나타낸다.

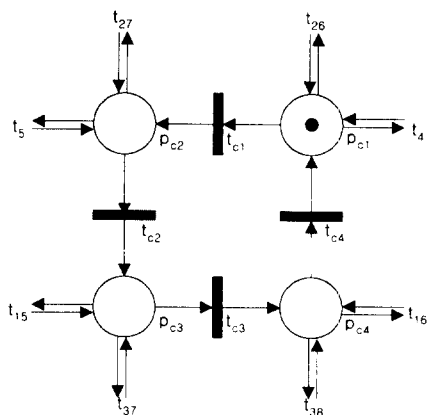


그림 2. 정주기식 신호기 모델.

Fig. 2. The model of the pretimed signal controller.

표 2. 그림 2의 트랜지션과 플레이스의 의미.

TABLE 2. Implications of transitions and places in Fig. 2.

트랜지션 및 플레이스	사건 및 조건
t <sub>c1</sub>	NS 방향의 좌회전 신호 시간
t <sub>c2</sub>	NS 방향의 직진 신호 시간
t <sub>c3</sub>	EW 방향의 좌회전 신호 시간
t <sub>c4</sub>	EW 방향의 직진 신호 시간
p <sub>c1</sub>	NS 방향의 좌회전 신호 상태
p <sub>c2</sub>	NS 방향의 직진 신호 상태
p <sub>c3</sub>	EW 방향의 좌회전 신호 상태
p <sub>c4</sub>	EW 방향의 직진 신호 상태

### 3.2.2 교통량 대응 신호기

교통량 대응 신호기는 교통량에 의해 신호 시간이 조절되는 신호기이다. 시간뿐만 아니라 신호의 순서도 제어할 수 있다. 그러나, 본 논문에서의 신호기의 동작 순서는 정주기식 신호기와 마찬가지로, NS 좌회전, NS 직진, EW 좌회전, EW 직진의 순서를 선택한다. 이 때, p<sub>c1</sub>에 토큰이 존재하는 것은 NS 방향의 좌회전 신호임을 나타내고, p<sub>c2</sub>는 NS 방향의 직진 신호를 나타낸다. 마찬가지로 p<sub>c3</sub>는 EW 방향의 좌회전 신호를, p<sub>c4</sub>는 EW 방향의 직진 신호를 표현한다. 그림 3은 교통량 대응 신호기를 모델링하여 나타낸 것이고, 다음과 같은 동작을 한다:

1. 신호기 점등후 신호가 있는 방향에 대기 차량이 존재하는지 검사한다.
2. p<sub>1</sub>, p<sub>13</sub>에 토큰이 존재하면, timed 트랜지션을 통해 토큰이 움직이며, 그 지연 시간동안 NS 방향의 좌회전 신호 시간을 연장한다. 마찬가지로, p<sub>2</sub>, p<sub>14</sub>는 NS 방향의 직진 신호 시간을, p<sub>7</sub>, p<sub>19</sub>는 EW 방향의 좌회전 신호 시간을, p<sub>8</sub>, p<sub>20</sub>는 EW 방향의 직진 신호 시간을 연장한다.
3. 신호 시간은 기본 5초에 연장 회수는 NS 방향의 좌회전 신호와 직진 신호가 각각 2회이고, EW 방향의 좌회전 신호는 1회, 직진 신호는 3회이다.

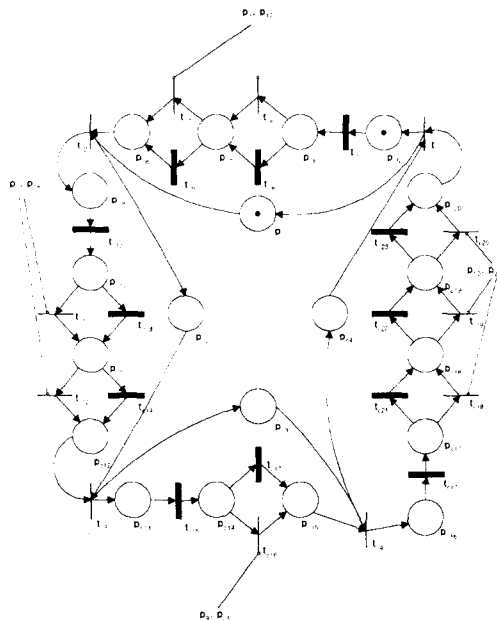


그림 3. 교통량 대응 신호기 모델.

Fig. 3. The model of the traffic-adaptive signal controller.

## 4. 모의 실험

Petri-Net 모의 실험 도구인 GreatSPN을 이용하여 모의 실험을 하였는데, 정주기식 신호기와 교통량 대응 신호기에 대해서 각각 수행하였다. 그 입력 조건은 다음의 표 3에 나타나 있다. 좌회전 신호에 의해 차량의 통과 소요 시간은 좌회전 신호는 평균 2.5초, 직진 신호는 평균 2초, 우회전 신호는 평균 1초로 하였다. 결과값은 각 플레이스의 토큰의 분포를 가지고 알 수 있다.

표 3. 모의 실험을 위한 그림 1에 있는 트랜지션들의 발화율  
TABLE 3. The firing rates of the transitions for simulation in Fig. 1.

트랜지션	발화율	트랜지션	발화율	트랜지션	발화율	트랜지션	발화율
t <sub>1</sub>	0.03	t <sub>12</sub>	0.1	t <sub>23</sub>	0.05	t <sub>34</sub>	0.05
t <sub>2</sub>	0.04	t <sub>13</sub>	0.2	t <sub>24</sub>	0.1	t <sub>35</sub>	0.15
t <sub>3</sub>	0.02	t <sub>14</sub>	0.05	t <sub>25</sub>	0.05	t <sub>36</sub>	0.05
t <sub>7</sub>	2.0	t <sub>18</sub>	2.0	t <sub>29</sub>	2.0	t <sub>40</sub>	2.0
t <sub>8</sub>	2.0	t <sub>19</sub>	2.0	t <sub>30</sub>	2.0	t <sub>41</sub>	2.0
t <sub>9</sub>	1.0	t <sub>20</sub>	1.0	t <sub>31</sub>	1.0	t <sub>42</sub>	1.0
t <sub>10</sub>	0.5	t <sub>21</sub>	0.5	t <sub>32</sub>	0.5	t <sub>43</sub>	0.5
t <sub>11</sub>	0.5	t <sub>22</sub>	0.5	t <sub>33</sub>	0.5	t <sub>44</sub>	0.5

단, t<sub>4</sub>, t<sub>5</sub>, t<sub>6</sub>, t<sub>15</sub>, t<sub>16</sub>, t<sub>17</sub>, t<sub>26</sub>, t<sub>27</sub>, t<sub>28</sub>, t<sub>37</sub>, t<sub>38</sub>, t<sub>39</sub>는 발화율이 없다(immediate transitions).

정주기식 신호기는 NS 방향 좌회전 15초, 직진 15초를 부여하고, EW 방향 좌회전 10초, 직진 20초를 부여한다. 따라서, 주기는 60초이다. 교통량 대응 신호기는 각 연장 시간이 5초인데, 정주기식 신호기와 신호 시간을 맞추기 위해서 최대 시간이 60초가 되도록 3.2.2에서 처럼 조정하였다.

차량의 진입을 모델링한 플레이스의 초기 마킹된 토큰수는  $(p_1 p_2 p_3 p_7 p_8 p_9 p_{13} p_{14} p_{15} p_{19} p_{20} p_{21}) = (010111110000)$ 이다.

신호 시간의 경과 후 미처 빠져나가지 못한 차량들과 다음 신호에 의해 통과하려는 차량들 사이의 충돌을 막기 위해 교차로 내에 차량이 존재하면, 다음 신호가 부여되더라도 차량이 진행하지 못한다. 이를 모의 실험에서는 교통 흐름 모델과 신호기 모델을 접속할 때, inhibitor 호선을 이용하여 표현하였다.

임의의 상태를 나타내는 플레이스  $x$ 에서의 평균 대기 차량수는 식 (4.1)과 같다.

$$E[x] = \sum_{i=0}^N n_i(x) P(n_i(x)) \quad (4.1)$$

여기에서,  $n_i(x)$ 는 차량의 수를 나타내는 0을 포함한 자연수이고,  $n_0(x) = 0, n_1(x) = 1, \dots, n_M(x) = N$ 을 의미하며,  $N$ 은 플레이스  $x$ 에서의 가장 많은 수의 토큰을 나타낸다. 그리고,  $P(n_i(x))$ 는  $n_i(x)$ 의 확률을 나타낸다.

또한, 플레이스  $x$ 에서의 지체시간은 평균 대기 차량수에 총 시간을 곱하여 식 (4.2)와 같이 표현된다. 따라서, 임의의 방향에 대한 지체 시간은 각 방향에 해당되는 플레이스에서의 지체 시간을 합하면 된다.

$$D(x) = E[x] \times s.t. \quad (4.2)$$

여기에서  $D(x)$ 는 지체 시간을,  $s.t.$ 은 총 모의 실험 시간을 의미한다.

각 방향에 대해서, 발화율이 주어져 있을 때 진입 차량수는 발화율  $\times s.t.$ 이다. 따라서, 차량 한 대당 지체 시간은

$$D(x) / (\text{발화율} \times s.t.) \quad (4.3)$$

이다.

표 4에 모의 실험에 대한 결과값이 나타나 있다.

표 4. 모의 실험 결과  
TABLE 4. Simulation results

플래 이스	평균 대기 차량수 (대)		차량 한 대당 지체 시간(초)		플래 이스	평균 대기 차량수 (대)		차량 한 대당 지체 시간(초)	
	정주기	교통량 대응	정주기	교통량 대응		정주기	교통량 대응	정주기	교통량 대응
p1	0.490	0.215	16.33	7.17	p17	0.362	0.131	18.10	6.55
p2	0.692	0.282	17.30	7.05	p18	0.451	0.279	15.03	9.30
p3	0.003	0.000	0.15	0.00	p19	0.000	0.000	0.00	0.00
p4	0.015	0.008	0.50	0.27	p20	0.010	0.012	0.50	0.6
p5	0.018	0.023	0.45	0.58	p21	0.009	0.015	0.30	0.50
p6	0.026	0.028	1.30	1.40	p22	0.016	0.007	0.80	0.35
p7	0.079	0.057	2.63	1.90	p23	0.046	0.054	2.30	2.70
p8	0.247	0.128	6.18	3.20	p24	0.058	0.126	1.93	4.20
p9	0.790	0.224	26.33	7.47	p25	0.534	0.169	26.70	8.45
p10	1.156	0.388	23.12	7.76	p26	0.339	0.235	8.48	5.88
p11	0.000	0.000	0.00	0.00	p27	0.000	0.000	0.00	0.00
p12	0.013	0.016	0.43	0.53	p28	0.008	0.011	0.40	0.55
p13	0.029	0.024	0.58	0.48	p29	0.018	0.018	0.45	0.45
p14	0.019	0.019	0.95	0.95	p30	0.017	0.021	0.85	1.05
p15	0.102	0.097	3.40	3.23	p31	0.071	0.030	3.55	1.50
p16	0.213	0.137	4.26	2.74	p32	0.017	0.100	0.43	2.50

S방향에서 진입후 대기하는 평균 차량수는 정주기식 신호기의 경우에 좌회전 0.490, 직진 0.692인데 비해 교통량 대응 신호기의 경우는 좌회전 0.215로, 직진 0.282로 줄어들음을 볼 수 있다. E방향은 정주기식 신호기보다 교통량 대응 신호기에서 좌회전 0.790에서 0.224, 직진 1.156에서 0.388로 줄어들었다. N방향과 W 방향도 같은 결과를 얻었다.(표 4.의 p17, p18이 N방향의 좌회전과 직진이고, p25, p26이 W방향의 좌회전과 직진이다.)

또한, 지체 시간도 정주기식 신호기보다 교통량 대응 신호기에서 줄어들음을 표 4.에서 확인할 수 있다. 그러나, 교통량 대응 신호기에서 보다 많은 차량이 짧은 시간에 통과하게 되어 통과 상태에 있는 차량들은 오히려 더 지체되는 경우도 발생한다.(N방향의 p24, W방향의 p32)

## 5. 결론

본 논문에서는 사거리 교차로의 스토캐스틱 페트리 넷 모델링을 보이고, 모델링된 교통 시스템을 GreatSPN을 가지고 모의 실험하였다. 이를 통해서, 성능으로 진입 부분에서의 평균 대기 차량수와 차량 한 대당 지체시간을 구하였고, 정주기식 신호기와 교통량 대응 신호기의 성능을 상호 비교하였다.

모의 실험을 통하여 표 4에 나타낸 것과 같이, 교통량 대응 신호기가 정주기식 신호기보다 많은 상태에서 평균 대기 차량수와 지체 시간이 더 작다. 즉, 단위 시간당 진입하여 통과하는 차량수가 증가되고, 차량의 교차로내에서 지체하는 시간이 감소되므로, 교통 문제 해결에 도움이 된다. 이와 같이 교차로의 상태와 차량의 상황 등을 이러한 방법으로 모델링한 후, 성능을 분석하여 실제 교차로에 적용하면 많은 교통 문제를 해결할 수 있다.

향후 과제는 본 논문에서 사용한 방법을 이용하여, 최적의 성능을 나타내는 신호기 제어 알고리즘을 구하고, 여러 개의 교차로를 연결하여, 처음 출발때부터 원하는 목적지에 도달하는 시간을 줄이는 것이다. 원하는 목적지에 도달하는 시간을 얻기 위해 목적지까지의 연속된 교차로의 상황을 고려하여야 한다. 본 논문에서의 방법에 의해 얻은 교차로의 성능을 적용하고, 페트리 네

트의 합성 방법을 이용하여 연속된 교차로에 대한 모델링을 할 수 있다. 이를 통해 전체적인 교통 시스템의 성능을 파악한다.

## 참고 문헌

- [1] Anthony Tzes, Seongho Kim, and William R. McShane, "Application of Petri Networks to Transportation Network Modeling," *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 45, no. 2, May 1996.
- [2] F. DiCesare, P. T. Kulp, M. Gile, and G. List, "The Application of Petri Nets to the Modeling, Analysis and Control of Intelligent Urban Traffic Networks," *Advances in Petri Nets 1994, Lecture Notes in Computer Science 815*, R. Valette(Ed.), Springer-Venlag, pp. 2-15, 1994.
- [3] Huaitien Wang, George F. List and Frank DiCesare, "Modeling and Evaluation of Traffic Signal Control Using Timed Petri Nets," *Proc. 1993 Int. Conf. Systems, Man and Cybernetics*, vol. 2, pp. 180-185, Le Touquet, France, 1993.
- [4] M. K. Molloy, "Performance Analysis Using Stochastic Petri Nets," *IEEE Trans. Computers*, vol. C-31, no. 9, pp. 913-917, Sep. 1982.
- [5] T. Murata, "Petri nets: Properties, analysis, and application," *Proc. IEEE*, vol. 77, no.4, pp. 541-580, 1989.