

# 선형계획법에서 최적해를 포함하는 타원체에 대한 실험적 연구

## Experimental Study on Solution-Containing Ellipsoids in Linear Programming

설동렬\*, 최인찬\*\*, 박순달\*

\* 서울대학교 산업공학과, \*\* 고려대학교 산업공학과

### Abstract

내부점 방법으로 선형계획법 문제를 풀 경우에 최적기저해를 찾고자 하는 연구가 크게 두 가지 방향을 진행되어 왔다. 첫 번째 연구 방향은 내부점 방법의 초기 단계에서 미리 최적기저 또는 최적비기저를 찾아서 문제의 크기를 줄이고자 하는 것이다. 주로 내부점 방법 수행 도중에 얻는 임의의 내부가능해로부터 최적해를 포함하는 타원체를 생성하여 최적기저 또는 최적비기저에 속하는 변수들을 찾아내는 방법을 사용한다. 두 번째 연구 방향은 내부점 방법에 의해서는 최적해를 기저해로 얻을 수 없으므로, 내부점 방법에서 얻은 내부가능해로부터 최적기저해를 얻고자하는 것이다. 내부가능해로부터 최적기저해를 얻는 방법은 크게 세 가지 방향으로 연구되었다. 내부가능해서 직접 기저해를 얻는 방법, 최적면의 해를 구하여 기저해를 얻는 방법 그리고 완화된 선형계획법 문제를 도입하여 기저해를 얻는 방법이 연구되었다.

본 연구에서는 Choi & Goldfarb에 의해서 연구된 타원체를 실제 내부점 선형계획법에 적용하였다. 내부점 방법으로는 예측자-수정자 방법을 사용하였다. Choi & Goldfarb의 타원체는 가능해를 가정하고 있기 때문에 비가능해법 대신 Lustig가 제안한 극한가능방향법을 사용하였다. 극한가능방향법은 대수법에서 대수를 무한대로 둔 방법이다.

타원체에 의한 비기저 판정 조건을 계산하기 위하여 매 회 출레스키 분해를 한 번 더 수행해야 하며, 비기저 판정을 적용할 변수 각각에 대하여 치환 연산을 수행하여야 한다. 따

라서, 내부점 선형계획법의 전단계에 타원체에 의한 비기저 판정 조건을 적용하려면 지나치게 계산량이 필요하다. 따라서, 비기저 판정이 많이 일어나는 시점에만 타원체를 적용하는 방법이 효율적인 해법 수행을 위해서 중요하며, 문제 축소보다는 최적기저해를 얻는 데에 효과적인 방법이다.

내부점 해법의 초기 단계에서는 타원체에 의해서 비기저 변수로 판정되는 수가 매우 적었으며, 해법의 후반부에서 많은 비기저 변수를 찾아내었다. 대수법에 의해 초기 회수에서 얻어지는 해들은 가능해 집합을 대부분 포함하는 큰 지름을 가지는 타원체를 생성하여 최적비기저 변수를 판정하기가 어려웠다. 그러나, 해법이 후반부로 진행할수록 타원체의 지름도 감소하여 많은 최적비기저 변수들을 판정한다.

내부점 방법의 최적해는 정점 최적해가 아닌 최적면에 수렴한 해로 얻어지기 때문에 타원체에 의해서 직접 정점 최적해를 얻을 수는 없지만, 최적면을 판정하는 데에는 효과적일 수 있다.