

굽힘진동 감쇠를 위한 구속층의 최적설계에 관한연구

김사수*, ⁰이민우**

A Study on the Optimum Design of Constrained layer for the Damping of Flexural Vibration

Sa-Soo Kim*, ⁰Min-Woo Lee**

ABSTRACT

A general method is presented for the analysis of the damping effectiveness of viscoelastic layer applied to elastic beam. The damping is attributed to the shear deformations of the viscoelastic layer. The theory is used to obtain an analytical solution for three layer treatment. Specific results are then given for sandwich beams with dissipative cores. The Calculated results by this method are validated by comparison with the experimental results. Optimum Design of a viscoelastic damping layer which is constrainedly cohered on a steel beam is discussed from the viewpoint of the modal loss factor. An object function is a loss factor of 3-layered beam and design variable is the thickness of constraining layer and viscoelastic layer. Optimum thickness can be obtained when 3-layered beam has a maximum loss factor.

1. 서론

과도 또는 정상 상태 진동을 줄이는 일반적이고 매우 효과적인 방법은 더 많은 에너지를 발산하도록 계의 감쇠량을 증가시키는 것이다. 감쇠처리는 고무와 같은 점탄성 물질의 층을 원래의 구조물에 덧붙이는 것으로 구성된다. 결합계는 높은 감쇠를 가짐으로써 원하지 않는 진동을 감소시킨다.

많은 경우 구조물은 상대적으로 약간의 내부감쇠를 가지는 금속과 합금으로 만들어진다. 점탄성 감쇠재료는 종종 구조물의 바깥 표면에 하나의 층으로 더해진다. 보다 효과적인 방법은, 구속층 감쇠를 형성하도록 다른 금속층으로 자유층을 덮어 버리는 것이다. 구속층은 점탄성층에서 전단 변형을 가져오도록 일반적으로 얇고 단단한 금속층으로 덮는다. 구속층 방법은 대개 자유층 감쇠 처리 보

다 높은 손실계수(loss factor)를 가져온다. 본 연구에서는 점탄성 재료의 손실계수와 전단탄성계수를 실험을 통하여 구하고 이것을 이용하여 구속층을 가진 보에 대해서 손실계수를 추정해 보았으며 이를 실험치와 비교해 보았다. 또 구속감쇠 적층보의 손실계수를 목적함수로 하고 점탄성층의 두께와 구속층의 두께를 설계변수로 하여 손실계수의 최대치를 얻기위한 최적설계에 대해서 연구해 보았다.

2. 이론해석

점탄성 재료의 물성치

점탄성재료는 외부에서 힘이 가해질 경우 에너지의 일부를 복원 가능한 탄성에너지로 저장하고 나머지는 열에너지 등으로 발산시켜 버리는 성질을 가진 재료로서 강성과 감쇠성을 동시에 지니고 있

*부산대학교 조선해양공학과

**부산대학교 대학원 조선공학과

다. 일반적으로 점탄성재료의 성질은 비선형이나 변형률이 상대적으로 작다면 선형으로 간주하여 그 동특성을 종탄성계수 E 와 손실계수 η 로 표현할 수 있다. 이 두 인자는 보통 식(1)과 같이 복소탄성계수로 표현된다.

$$E^*(\omega) = E(\omega)(1 + j\eta(\omega)) = E' + jE' \quad (1)$$

여기서 E 는 종탄성계수, η 는 손실계수, E' 는 복소탄성계수의 실수부, E'' 는 복소탄성계수의 허수부를 각각 나타낸다.

점탄성 재료는 환경조건에 따라 그 동특성이 크게 변한다. 그 중요한 것으로는 온도, 주파수 등이 있으며 온도가 일정하다는 조건이라면 점탄성 재료의 탄성계수와 손실계수를 주파수의 함수로 표현할 수 있다.

점탄성 재료에 적용된 정현응력(sinusoidal stress)을 σ 라 하고 복소표기법을 이용해 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = \hat{\sigma} \times e^{j\omega t} \quad (2)$$

이 응력에 의한 변형률 ϵ 은

$$\epsilon = \hat{\epsilon} \times e^{j(\omega t - \theta)} \quad (3)$$

가 된다.

따라서 복소탄성계수 E^* 는

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\epsilon}} \times e^{j\theta} \quad (4)$$

이고 영률(Young's Modulus) E' 와 손실률(Loss Modulus) E'' 는

$$E' = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\epsilon}} \times \cos \theta \quad (5)$$

$$E'' = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\epsilon}} \times \sin \theta \quad (6)$$

이 된다.

식(1)에서 손실계수 η 는 영률과 손실률의 비에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \frac{E''}{E'} \tan \theta \quad (7)$$

식(5), (6)에서 E' , E'' 는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$E' = \frac{|F|}{|d|} \times \frac{l}{A} \cos \theta = \text{Real} \left[\frac{|F|}{|d|} \times \frac{l}{A} \right] \quad (8)$$

$$E'' = \frac{|F|}{|d|} \times \frac{l}{A} \sin \theta = \text{Imag} \left[\frac{|F|}{|d|} \times \frac{l}{A} \right] \quad (9)$$

여기서 F 는 힘, d 는 변형한 길이, l 은 원래의 길이, A 는 단면적을 나타낸다.

구속층의 굽힘강성

구속층(Constrained Layer)이란 2개의 높은 강성을 갖는 보 사이에 감쇠층을 부착시킨 것을 의미한다. 전체 결합구조물이 굽게 되면 감쇠층은 전단변형을 일으키고, 이 같은 전단변형이 반복되면 감쇠층 내의 에너지가 소산된다.

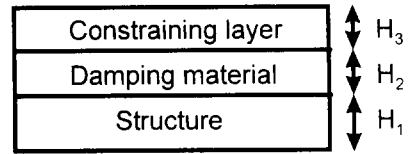


Fig.1. Constrained-layer damping treatment

Fig.1.과 같은 3층 평판의 굽힘강성 EI 는 다음과 같다.

$$EI = E_1 \frac{H_1^3}{12} + E_2 \frac{H_2^3}{12} + E_3 \frac{H_3^3}{12} - E_2 \frac{H_2^2}{12} \left(\frac{H_{31} - D}{1 + g} \right) + E_1 H_1 D^2 + E_2 H_2 (H_{21} - D)^2 + E_3 H_3 (H_{31} - D)^2 - \left[\frac{E_2 H_2}{2} (H_{21} - D) + E_3 H_3 (H_{31} - D) \right] \left(\frac{H_{31} - D}{1 + g} \right) \quad (10)$$

여기서

$$D = \frac{E_2 H_2 (H_{21} - H_{31}/2) + g(E_2 H_2 H_{21} + E_3 H_3 H_{31})}{E_1 H_1 + E_2 H_2/2 + g(E_1 H_1 + E_2 H_2 + E_3 H_3)}$$

$$H_{31} = \frac{(H_1 + H_3)}{2} + H_2$$

$$H_{21} = \frac{(H_1 + H_2)}{2}$$

$$g = \frac{G_2}{E_3 H_3 H_2 b^2}$$

E 는 종탄성계수, G 는 전단탄성계수, I 는 면적 2차 모멘트, 첨자1는 기본 평판, 첨자2는 감쇠층, 첨자3은 구속층, 첨자가 없는 경우는 구속감쇠 적층보를 나타낸다.

복소탄성계수와 굽힘강성을 사용하여 구속감쇠 적층보의 손실계수를 나타낼 수 있다.

구속층의 손실계수

복합감쇠보의 감쇠정도와 굽힘강성은 굽힘파수, 감쇠층 재료의 복소전단탄성계수와 두께, 구속층과 기저판의 굽힘강성등에 따라 변한다. 감쇠특성은 다음의 2가지 무차원 매개변수에 의해 지배된다.

전단매개변수(shear parameter);

$$g = \frac{G_2}{p^2 H_2} \left(\frac{1}{E_1 H_1} + \frac{1}{E_3 H_3} \right) \quad (11)$$

여기서 p 는 파수(wave number)

기하학적매개변수(geometric parameter);

$$Y = \frac{3e_3 h_3 (1 + 2h_2 + h_3)^2}{(1 + e_3 h_3)(1 + e_3 h_3^3)} \quad (12)$$

여기서 $e_3 = E_3/E_1$, $h_2 = H_2/H_1$, $h_3 = H_3/H_1$ 이다.

3층으로 구성되는 구속감쇠 적층보의 복소굽힘강성은 g 와 Y 에 따라 다음과 같이 변화한다.

$$EK(1 + i\eta) = (E_1 I_1 + E_3 I_3) \left[\frac{1 + g(1 + i\beta)(1 + Y)}{1 + g(1 + i\beta)} \right] \quad (13)$$

여기서 β 는 점탄성층의 손실계수이다.

식(13)를 정리하면 굽힘 손실계수는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{\beta g Y}{1 + (2 + Y)g + (1 + Y)(1 + \beta^2)g^2} \quad (14)$$

η 가 g 에 따라 변화한다는 것은 이들 모두가 감쇠층의 전단탄성계수 G_2 와 파수 p 에 따라 변화한다는 것을 의미한다. 파수는 p 다음과 같이 굽힘강성의 실수부와 관련이 된다.

$$p^4 = \frac{\omega^2 \mu}{EI} \quad (15)$$

여기서 μ 는 보의 단위길이당 질량이다.

η 가 최대가 되는 g 의 최적치는 다음과 같이 주어진다.

$$g_{opt} = \frac{1}{\sqrt{(1 + Y)(1 + \beta^2)}} \quad (16)$$

실제로 이 같은 최적치는 적절한 감쇠재료의 선정 또는 감쇠층 두께에 대한 조절을 통하여 얻어질 수 있다. 이 때의 최대손실계수는 다음과 같다.

$$\eta_{max} = \frac{\beta Y}{2 + Y + \frac{2}{g_{opt}}} \quad (17)$$

식(16)과 식(17)을 사용하여 손실계수를 다시 나타내면

$$\frac{\eta}{\eta_{max}} = \frac{2(1 + N)g/g_{opt}}{1 + 2Ng/g_{opt} + (g/g_{opt})^2} \quad (18)$$

이된다.

여기서 $N = \frac{(2 + Y)g_{opt}}{2}$ 이다.

최대손실계수를 위한 설계 최적화

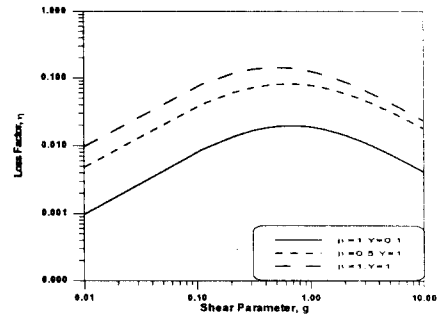


Fig.2. Loss Factor η vs. Shear Parameter g

Fig.2.에서 나타낸 것과 같이 η 는 g 의 변화에 따라 최대치를 통과하나 Y 의 증가에 대해서는 함께 증가함을 알 수 있다.

본 연구에서는 구속층의 두께(H_3)와 점탄성층의 두께(H_2)를 설계변수로 하고 구속감쇠 적층보의 손실계수(η)를 목적함수로 하여 설계 최적화를 하였다.

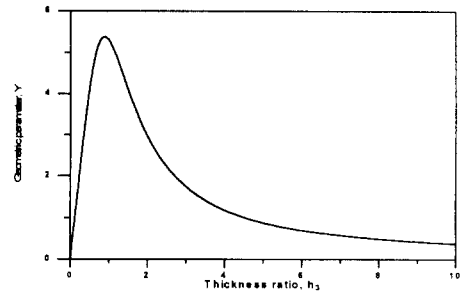


Fig.3. Geometric parameter Y vs. Thickness Ratio h_3

최적화 과정은 다음식과 같이 간단히 표현될 수 있다.

$$\text{Maximize}[\eta(\omega)] \quad (19)$$

기하학적 매개변수 Y 가 증가할수록 η 가 증가하고 Fig.3.에 나타난 것과 같이 Y 가 최대값을 가지므로 식(20)으로 부터 H_3 의 최적치를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial Y}{\partial H_3} = 0 \quad (20)$$

$$Y_{\max} = Y(H_{3opt}) \quad (21)$$

다음에는 H_2 의 최적치를 구하기 위해서 식(22)로

$$\frac{\partial \eta}{\partial g} = 0 \quad (22)$$

부터 식(16)의 g_{opt} 를 유도하고

Y_{\max} 를 대입하여 식(11)로 부터 H_{2opt} 를 계산한다.

3. 실험

점탄성 재료의 물성치

점탄성재료의 응력-변형을 관계는 식(1)에 나타난 것과 같이 영률과 손실계수로써 기술할 수 있다.

시편을 랜덤 가진하고 그때 나타나는 힘과 가속도를 임피던스 헤드를 통해 측정하고 FFT 분석기를 이용하여 주파수 응답 스펙트럼을 구한다. 식(7)과 측정된 위상으로 부터 연속된 주파수에 대한 점탄성 재료의 손실계수를 구할 수 있다.

측정된 가속도를 두 번 적분하여 변위를 구하고 측정된 힘과의 비를 이용하여 동강성(dynamic stiffness)을 구한다. 동강성의 크기와 위상 혹은 실수부와 허수부를 사용하여 식(8)로 부터 영률을 계산할 수 있고 따라서 점탄성재료의 복소탄성계수를 결정할 수 있다.

Fig.4.과 Fig.5.에 점탄성 재료의 손실계수와 전단탄성계수를 각각 나타내었다.

구속감쇠 적층보의 손실계수 측정

길이 600mm, 폭 32mm, 두께 4.3mm의 연강보를 기본 구조물로 하고 그 위에 두께 1.2mm의 점탄

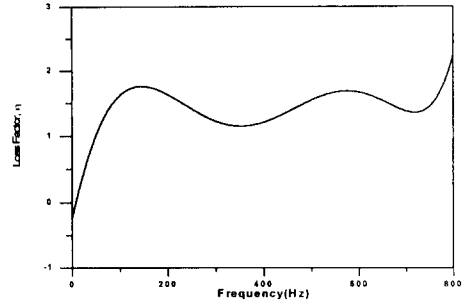


Fig.4. Loss Factor β of Viscoelastic Material

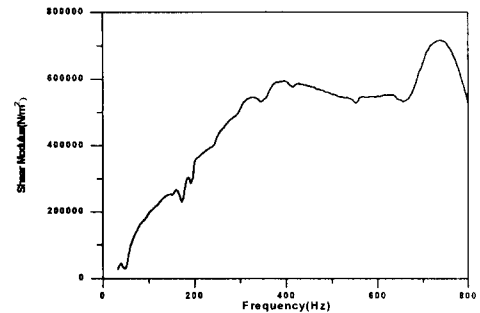


Fig.5. Shear Modulus G_2 of Viscoelastic Material

성층과 두께 4.3mm의 구속층을 적층하여 양단 자유의 경계조건을 주기 위해 현으로 매달았다. 각 층의 물성치와 기하학적 크기를 Table1.에 나타내었다.

Table1. Properties of 3 Layered Beam

	Length (mm)	Breadth (mm)	Thickness (mm)	Density (g/cm ³)	Young's Modulus (N/m ²)
Constraining Layer	600	32	4.3	7.4	2.06×10^{11}
Viscoelastic Material	600	32	1.4	1.34	
Base Beam	600	32	4.3	7.4	2.06×10^{11}

손실계수를 구하기 위해서 구속감쇠 적층보를 임팩트 햄머(impact hammer)로 가진한 후 가속도계

를 그 응답을 측정하고 주파수 분석기를 이용하여 주파수 응답 함수를 구한 다음 공진 주파수에 주파수 가중 함수를 더해 독립된 모드에 대한 충격 응답 함수를 구하였다. Fig.6.와 Fig.7.에 측정된 충격 응답 함수를 나타내었다.

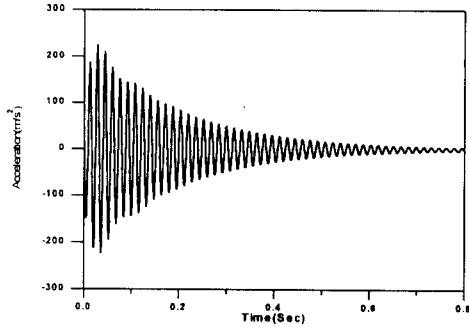


Fig.6. Impulse Response of Base Beam at 63Hz

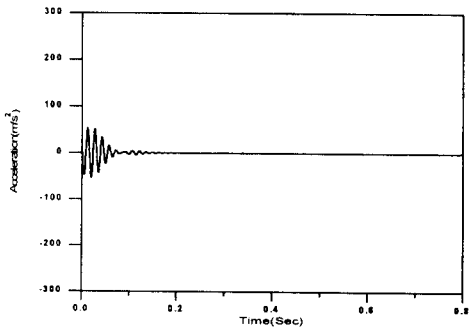


Fig.7. Impulse Response of 3 Layered Beam at 65Hz

이 충격 응답 함수로부터 다음 식을 사용하여 계산 할 수 있다.

$$\zeta = \frac{\eta}{2} = \frac{1}{\tau 2\pi f} \quad (23)$$

여기서 τ 는 충격 응답 함수의 크기가 8.7dB 감소하는 동안 걸린 시간이고 f 는 공진주파수 이다.

4. 수치계산

구속감쇠 적층보의 손실계수의 계산

실험에 사용된 적층보를 모델로하여 손실계수를 추정하여 보았다. 수치계산을 위한 적층보의 고유

진동수, 그리고 점탄성 재료의 손실계수와 전단탄성계수는 Table2.에 나타내었다.

Table2. Natural Frequency of 3 Layered Beam & Properties of Viscoelastic Material for Calculation

Natural Frequency (Hz)	Loss Factor β	Shear Modulus $G_2(N/m^2)$
65	1.235	110728
173	1.722	228197
339	1.154	539158
553	1.666	527892

수치계산은 전단매개변수가 수렴될 때 적층보의 손실계수를 구하는 반복법(iteration procedure)으로 수행하였다.

그 흐름도는 Fig.8.과 같다.

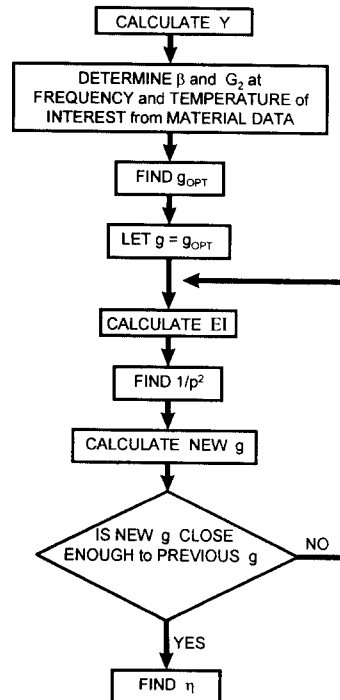


Fig.8. Iteration Procedure for Determination of Loss Factor

수치계산 결과를 실험치와 비교하여 Fig.9.에 나타내었다. 고주파수 영역에서는 실험치보다 약간 높은 값을 보였지만 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다. 그리고 적층보의 감쇠성능은 전 주파수 영역에서 좋은 효과를 나타냈으며 구속감쇠 적층보와 전혀 감쇠처리를 하지 않은 보를 비교했을 때, 고주파수 영역에서의 감쇠의 증가량이 저주파수 영역에 비해 더 높게 나타났다.

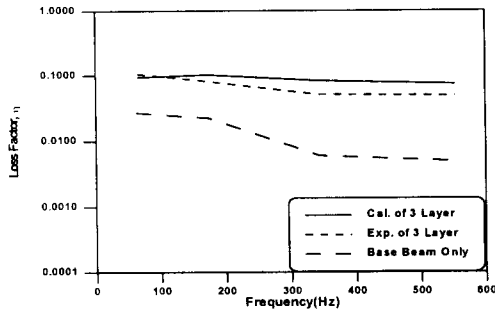


Fig.9. Comparison of Calculated and Experimented Loss Factor

최대손실계수를 위한 최적 설계변수 계산

각 공진주파수에 따라 점탄성층과 구속층의 두께를 적절히 조절하면 최대의 손실계수를 얻을 수 있는데 기하학적 매개변수 Y 가 증가함에 따라 손실계수도 증가하므로 Y 가 최대가 되는 H_{3opt} 를 계산할 수 있고 손실계수가 최대가 되는 전단 매개변수 g_{opt} 로부터 H_{2opt} 를 구할 수 있다.

H_{3opt} 을 수치계산으로 구하기 위해서 Newton-Raphson 방법을 사용하였으며 h_2 가 수렴하면 그때의 h_2 를 h_{2opt} 라 하고 식(24)에 의해 H_{2opt} 를 구할 수 있다.

Table3. Optimum Values of Design Variables

Frequency(Hz)	H_{2opt} (mm)	H_{3opt} (mm)
65	0.02	2.7
173	0.02	2.7
339	0.02	2.7
553	0.01	2.7

$$H_{2opt} = h_{2opt} \times H_1 \quad (24)$$

그 결과 얻어진 최적치를 Table3.에 나타내었다. 최적의 설계변수를 채택 했을 경우의 손실계수를 실험에 사용한 모델의 수치계산 결과와 비교하여 Fig.10.에 나타내었다.

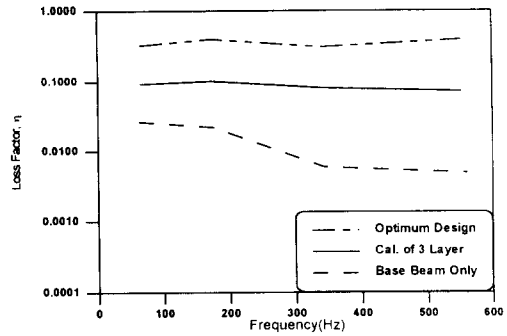


Fig.10. Loss Factor by Result of Optimum Design

그런데 계산된 H_{2opt} 가 실제 적용하기에 알맞은 값이 아니므로 점탄성 재료의 전단탄성계수가 본 연구에 사용된 재료 보다 100배 큰 재료에 대해서 최적 설계변수를 구해보고 그 결과를 Table4.에 나타내었다.

Table4. Optimum Values of New Viscoelastic Material that shear modulus is 100 times larger than experimental model

Frequency(Hz)	H_{2opt} (mm)	H_{3opt} (mm)
65	5.8	2.7
173	4.0	2.7
339	3.9	2.7
553	1.9	2.7

5. 결론

구속감쇠 적층보의 손실계수를 수치계산하여 실험 결과와 비교해 보고 손실계수를 목적함수로 하고 점탄성층의 두께와 구속층의 두께를 설계변수로 하여 손실계수의 최대치를 얻기 위한 최적설계에

대해서 연구해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 적층보의 감쇠성능은 전 주파수 영역에서 좋은 효과를 나타냈으며 구속감쇠 적층보와 전혀 감쇠 처리를 하지 않은 보를 비교했을 때, 고주파수 영역에서의 감쇠의 증가량이 저주파수 영역에 비해 더 높게 나타났다.
- (2) 구속감쇠 적층보 손실계수의 수치계산 결과는 고주파수 영역에서는 실험치보다 약간 높은 값을 보였지만 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.
- (3) 수치계산 결과에 의한 점탄성층의 두께와 구속층 두께의 최적치는 최적설계를 적용하지 않은 적층보에 비해서 감쇠비는 평균 15%, 손실계수는 0.3 정도 향상시킨다.
- (4) 본 연구에서 계산된 최적설계변수를 실제 적용하기에는 여러 제약이 따른다 할지라도 곱힘진동 저감을 위한 설계의 가이드 라인이 될 수 있다고 생각되며 점탄성층이나 구속층의 재료 선정에도 도움을 줄 수 있을 것이라 판단된다.

참고문헌

- [1] S.Gade, K.Zaveri, Konstantin-Hansen and H. Herlufsen, Stress/Strain Measurements of Viscoelastic Materials, Sound and Vibration, 1995
- [2] Ross, D.Ungar, E.E. & Kerwin, E.M. (1959). Section 3 in Structural damping.(Ed. J.E. Ruzicka)New York: Pergamon Press. Damping of plate flexural vibrations by means of visco-elastic laminae.
- [3] A.D.Nashif, Vibration Damping, John Wiley & Sons, Inc., 1985
- [4] Edited by R.G.White, J.G.Walker, Noise and Vibration
- [5] Daniel J. Inman, Engineering Vibration, Prentice Hall, 1996
- [6] L.L.Beranek, Noise and Vibration Control Engineering(Principles and Applications),John Wiley & Sons, Inc., 1992
- [7] Jasbir S. Arora, Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill Book Co., 1994
- [8] J.M. Gere, S.P.Timoshenko, Mechanics of

Materials, 1984

[9] Edited by R.B. Corsaro, L.H.Sperling, Sound and Vibration Damping with Polymers, American Chemical Society, 1990

[10] Shans Kuo, Computer Applications of Numerical Methods, 1971