

강성계수의 조합 및 전달에 의한 격자형 구조물의 자유진동 해석

문덕홍* · 최명수** · 강화중** · 강현석**

Free Vibration Analysis of Lattice Type Structures by the Combination and Transfer of Stiffness Coefficient

D. H. Moon · M. S. Choi · H. J. Kang · H. S. Kang

ABSTRACT

Recently it is increased by degrees to produce complex and large lattice structures such as bridge, tower, crane, and space structures. In general, in order to analyse these structures we have used finite element method(FEM). In this method, however, it is necessary to use a large amount of computer memory and to take long computation time.

For overcoming this problem, the Authors have developed the transfer dynamic stiffness coefficient method(TDSCM) which consists on the concept of the substructure synthesis method and transfer influence coefficient method.

In this paper, the new free vibration analysis method for large type lattice structures is formulated by the TDSCM. And the results obtained by TDSCM are compared with those obtained by FEM, transfer matrix method and experiment. And it is confirmed for TDSCM to be the numerical high accuracy and high speed structure analysis method.

1. 서 론

근래에 다리, 탑, 크레인, 우주 구조물 등과 같은 복잡하고 거대한 구조물의 해석에 대한 요구가 점점 증가되고 있다. 일반적으로 이러한 복잡 거대구조물을 해석하기 위하여 유한요소법이 널리 사용되었다. 그러나 이 방법은 복잡하거나 거대한 구조물을 해석할 경우에는 많은 양의 메모리와 계산시간을 필요로 한다. 그리고 실제 응용에 많은 테크닉이 필요하다. 그래서 많은 공학자들은 이러한 단점을 극복하기 위하여 다양한 연구를 해왔다⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾.

저자들은 고속, 고정도의 진동해석기법인 전달영향계수법을 개발하고, 직선형 구조물, 판 구조물,

셸 구조물 등 공학적으로 중요한 여러 구조물에 적용하여 그 유효성을 입증해 왔다⁽⁵⁾⁻⁽⁹⁾. 하지만, 전달영향계수법은 페루프 구조물에 적용할 수 없다는 점 그리고 복잡한 거대 구조물에 대해서는 이 기법 역시 상당한 계산량을 요구한다. 따라서 저자들은 이러한 문제점들을 해결할 수 있는 새로운 해석기법의 개발에 착수하게 되었고 그 결과, 내부 자유도를 소거하는 부분구조합성법⁽¹⁰⁾의 개념과 동강성계수의 전달영향계수법적 전달의 개념을 도입한 새로운 해석기법인 전달강성계수법을 제안했다⁽¹¹⁾.

본 연구에서는 종 굽힘 연성 자유진동을 하는 거대 격자구조물을 전달동강성계수법으로 정식화한 후, 본 방법에 의한 수치계산 결과를 유한요소법, 전달행렬법 그리고 보조모델 실험을 통한 결과와 비교하여 본 해석기법의 유효성을 제시한다.

* 부경대학교 제어기계공학과

** 부경대학교 대학원 제어기계공학과

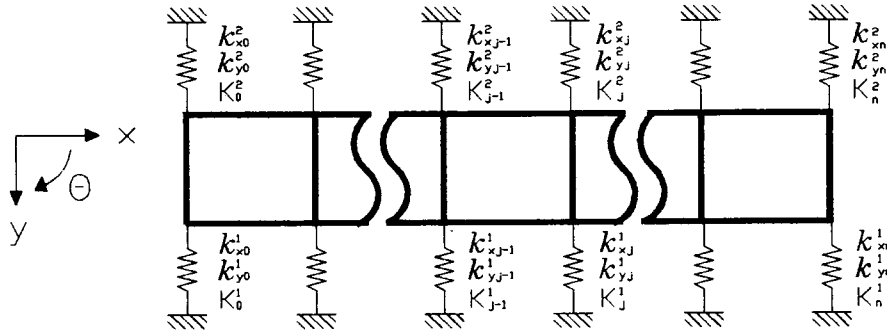


Fig. 1 Analytical model

2. 전달동강성계수법의 기본 개념

2.1 해석모델

다양한 모양의 격자형 구조물에 대한 면내 종굽힘 연성 자유진동을 해석하기 위하여, 격자형 구조물을 Fig. 1과 같은 해석대상 계로 모델링한다.

해석모델은 Fig. 2와 같은 부분계(subsystem)가 여러개(n개) 직렬로 연결되어 있다고 볼 수 있다. 부분계는 1층 부재(floor 1 member), 2층 부재(floor 2 member), 1~2층 부재를 연결하는 중간 부재(middle member), 그리고 1층과 2층의 기초 지지 요소(종방향 스프링 k_{xz} , 횡방향 스프링 k_{yz} , 및 회전 스프링 K)로 구성된다.

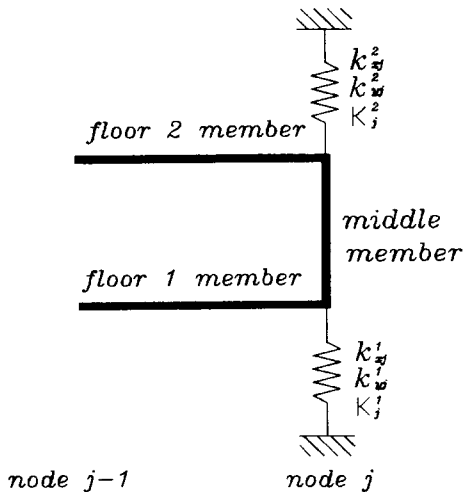


Fig. 2 Subsystem

해석모델의 좌단과 우단 그리고 부분계의 결합점을 모두 절점(node)이라 부르고, 좌단에서 우단에 걸쳐 순차적으로 절점 0(좌단), 절점 1, ..., 절

점 n(우단)이라고 한다. 절점 $j-1$ 과 절점 j 사이의 부분계를 j 번째 부분계라 한다.

한편, 부분계 내의 1층, 2층, 중간 부재를 각각 부분구조(substructure)라 하며, 각 부분구조는 분포계로 고려되고, Fig. 3과 같이 부재(부분구조)는 여러개의 일정단면 직선 보로 구성된다. 이 일정단면 직선 보를 기본요소(Fundamental element)라 하고, 부분구조의 좌우측과 기본요소의 결합점을 내부절점(inside node)이라 부른다. 좌측에서 우측에 걸쳐 순차적으로 내부절점 0, 1, ...이라고 한다.

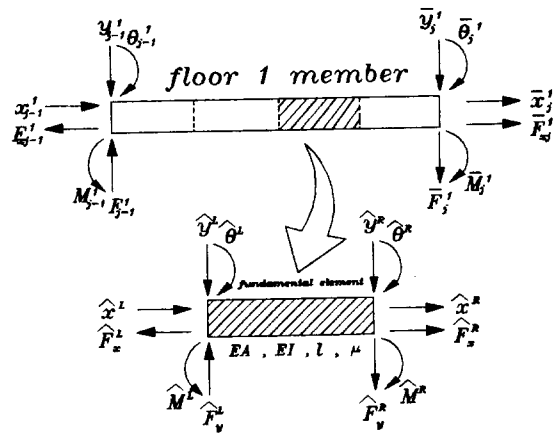


Fig. 3 Substructure & fundamental element

2.2 자체 및 상대 동강성계수행렬의 정의

종 굽힘 연성 자유진동을 해석할 때, 기본요소 좌우측의 상태벡터는 종변위(\hat{x}^L, \hat{x}^R), 횡변위(\hat{y}^L, \hat{y}^R), 각변위($\hat{\theta}^L, \hat{\theta}^R$), 축력(\hat{F}_x^L, \hat{F}_x^R), 전단력(\hat{F}_y^L, \hat{F}_y^R) 및 모멘트(\hat{M}^L, \hat{M}^R)로 구성되고, 정방향은 Fig. 3과 같다. 여기서 첨자 "L", "R"은 기본요소의 좌우측을 뜻한다. 기본요소 좌

우측의 변위벡터 $\hat{\mathbf{d}}^{L,R} = \{ \hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta} \}^{L,R}$ 와 힘벡터 $\hat{\mathbf{f}}^{L,R} = \{ \hat{F}_x, \hat{F}_y, \hat{M} \}^{L,R}$ 사이의 관계를 Doyle의 스펙트럴 동강성행렬⁽¹⁾⁻⁽²⁾(spectral dynamic stiffness matrix)로부터 식(1)과 같이 구할 수 있다. 여기서 3×3의 부분매트릭스 $\hat{\mathbf{S}}^s$, $\hat{\mathbf{s}}^s$ 를 자체 동강성계수행렬, $\hat{\mathbf{S}}^c$, $\hat{\mathbf{s}}^c$ 를 상대 동강성계수행렬이라 한다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}}^R \\ \hat{\mathbf{f}}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}^s & \hat{\mathbf{S}}^c \\ \hat{\mathbf{s}}^c & \hat{\mathbf{s}}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{d}}^R \\ \hat{\mathbf{d}}^L \end{bmatrix} \quad (1)$$

기본요소를 오일러 보(Euler beam)로 해석할 경우에 부분매트릭스는 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{S}}^s = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11}^s & 0 & 0 \\ 0 & \hat{S}_{22}^s & \hat{S}_{23}^s \\ 0 & \hat{S}_{32}^s & \hat{S}_{33}^s \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{S}}^c = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11}^c & 0 & 0 \\ 0 & \hat{S}_{22}^c & \hat{S}_{23}^c \\ 0 & \hat{S}_{32}^c & \hat{S}_{33}^c \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{s}}^c = \begin{bmatrix} \hat{s}_{11}^c & 0 & 0 \\ 0 & \hat{s}_{22}^c & \hat{s}_{23}^c \\ 0 & \hat{s}_{32}^c & \hat{s}_{33}^c \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{s}}^s = \begin{bmatrix} \hat{s}_{11}^s & 0 & 0 \\ 0 & \hat{s}_{22}^s & \hat{s}_{23}^s \\ 0 & \hat{s}_{32}^s & \hat{s}_{33}^s \end{bmatrix} \quad (2)$$

중진동 자체 및 상대 동강성계수는

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_{11}^s &= \frac{EA\delta}{l \sin \delta} \cos \delta = -\hat{s}_{11}^s \\ \hat{S}_{11}^c &= -\frac{EA\delta}{l \sin \delta} = -\hat{s}_{11}^c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

이고, 굽힘진동 자체 및 상대 동강성계수는

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_{22}^s &= \frac{EI}{l^3} (a) = -\hat{s}_{22}^s \\ \hat{S}_{23}^s &= \frac{EI}{l^3} (-\gamma l) = \hat{S}_{32}^s = \hat{s}_{23}^s = \hat{s}_{32}^s \\ \hat{S}_{33}^s &= \frac{EI}{l^3} (\beta l^2) = -\hat{s}_{33}^s \\ \hat{S}_{22}^c &= \frac{EI}{l^3} (-\bar{a}) = -\hat{s}_{22}^c \\ \hat{S}_{23}^c &= \frac{EI}{l^3} (-\gamma l) = -\hat{S}_{32}^c = \hat{s}_{23}^c = -\hat{s}_{32}^c \\ \hat{S}_{33}^c &= \frac{EI}{l^3} (\bar{\beta} l^2) = -\hat{s}_{33}^c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

이고 사용된 기호는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \delta &= l\omega \sqrt{\frac{\mu}{EA}} \\ \alpha &= (\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon) \varepsilon^3 / ddet \\ \bar{\alpha} &= (\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon) \varepsilon^3 / ddet \\ \beta &= (-\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon) \varepsilon / ddet \\ \bar{\beta} &= (-\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon) \varepsilon / ddet \\ \gamma &= (-\cos \varepsilon + \cosh \varepsilon) \varepsilon^2 / ddet \\ \bar{\gamma} &= (\sin \varepsilon \sinh \varepsilon) \varepsilon^2 / ddet \\ ddet &= (1 - \cos \varepsilon \cosh \varepsilon) \\ \varepsilon &= l \sqrt{\omega \sqrt{\frac{\mu}{EI}}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서 l , μ , EA 및 EI 는 부재의 길이, 선 밀도, 종강성 및 굽힘 강성이고, ω 는 고유 각진동수이다. 참고로, 자체 및 상대 동강성행렬의 요소들 중 동일한 항이 많아서 수치계산시에 유리한 장점이 있다.

2.3 자체 및 상대 동강성계수행렬의 조합

기본요소에서 부분구조로 결합해 가는 과정을 직렬결합이라 한다. 기본요소 A, B의 힘벡터와 변위벡터 사이의 관계를 식(1)로부터 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}_A^R &= \hat{\mathbf{S}}_A^s \hat{\mathbf{d}}_A^R + \hat{\mathbf{S}}_A^c \hat{\mathbf{d}}_A^L \\ \hat{\mathbf{f}}_A^L &= \hat{\mathbf{s}}_A^c \hat{\mathbf{d}}_A^R + \hat{\mathbf{s}}_A^s \hat{\mathbf{d}}_A^L \\ \hat{\mathbf{f}}_B^R &= \hat{\mathbf{S}}_B^s \hat{\mathbf{d}}_B^R + \hat{\mathbf{S}}_B^c \hat{\mathbf{d}}_B^L \\ \hat{\mathbf{f}}_B^L &= \hat{\mathbf{s}}_B^c \hat{\mathbf{d}}_B^R + \hat{\mathbf{s}}_B^s \hat{\mathbf{d}}_B^L \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

하첨자 “A, B, C”는 각 요소에 관한 물리량을 뜻한다. 요소 A, B의 결합부는 변위가 연속이므로 $\hat{\mathbf{d}}_A^R = \hat{\mathbf{d}}_B^L$, 힘의 평형으로부터 $\hat{\mathbf{f}}_A^R = \hat{\mathbf{f}}_B^L$ 가 된다. 또 요소 A의 좌측과 요소 B의 우측의 상태량벡터는 결국 결합된 요소 C의 좌우측의 상태량벡터와 일치하므로, $\hat{\mathbf{d}}_C^L = \hat{\mathbf{d}}_A^L$, $\hat{\mathbf{d}}_C^R = \hat{\mathbf{d}}_B^R$ 및 $\hat{\mathbf{f}}_C^L = \hat{\mathbf{f}}_A^L$,

$\hat{\mathbf{f}}_C^R = \hat{\mathbf{f}}_B^R$ 이다. 따라서 상기의 관계식을 이용하여

요소 C의 자체 및 상대 동강성계수행렬을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned}
 \hat{f}_C^R &= \hat{S}_C^s \hat{a}_C^R + \hat{S}_C^c \hat{a}_C^L \\
 \hat{f}_C^L &= \hat{s}_C^c \hat{a}_C^R + \hat{s}_C^s \hat{a}_C^L \\
 \hat{S}_C^s &= \hat{S}_B^s + \hat{S}_B^c T_{AB} \hat{S}_A^s \\
 \hat{S}_C^c &= -\hat{S}_B^c T_{AB} \hat{S}_A^c \\
 \hat{s}_C^s &= \hat{s}_A^s - \hat{s}_A^c T_{AB} \hat{S}_A^c \\
 \hat{s}_C^c &= \hat{s}_A^c T_{AB} \hat{S}_B^c \\
 T_{AB} &= (\hat{S}_A^s - \hat{s}_B^s)^{-1}
 \end{aligned} \right\} (7)$$

따라서 기본요소 A, B를 직렬결합해서 얻어진 요소 C와 그 우측의 요소 D를 다시 요소 A, B로 보고 결합한다. 이 과정을 반복적으로 적용하면 최종적으로 j 번째 및 $j+1$ 번째 부분구조(부재) 좌우간의 자체 및 상대 동강성계수행렬을 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{f}_j &= \hat{S}_j^s d_j + \hat{S}_j^c d_{j-1} \\
 f_{j-1} &= \hat{s}_j^c d_j + \hat{s}_j^s d_{j-1} \\
 \bar{f}_{j+1} &= \hat{S}_{j+1}^s d_{j+1} + \hat{S}_{j+1}^c d_j \\
 f_j &= \hat{s}_{j+1}^c d_{j+1} + \hat{s}_{j+1}^s d_j
 \end{aligned} \right\} (8)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned}
 \hat{S}_j^a &= {}^t \hat{S}_j^a, \quad \hat{S}_{j+1}^a = {}^t \hat{S}_{j+1}^a \\
 \hat{s}_j^a &= {}^t \hat{s}_j^a, \quad \hat{s}_{j+1}^a = {}^t \hat{s}_{j+1}^a \\
 \hat{S}_j^c &= -{}^t \hat{s}_j^c, \quad \hat{S}_{j+1}^c = -{}^t \hat{s}_{j+1}^c
 \end{aligned} \right\} (9)$$

식(8)의 하첨자 “ j ”는 절점 j 또는 j 번째 부재(부분구조)의 물리량을 나타내고, 동일 기호 위에 “-”를 붙인 것은 절점 좌측의 물리량, 붙이지 않은 것은 절점 우측의 물리량을 나타낸다.

2.4 절점 동강성계수행렬의 정의 및 전달

절점 동강성계수행렬의 정의

임의의 절점 j 에서 1층과 2층 변위벡터와 힘벡터 사이의 관계를 절점 동강성계수행렬(6×6)이라 정의한다.

$$\bar{F}_j = \bar{S}_j D_j, \quad F_j = S_j D_j \quad (10)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned}
 D_j &= \{ {}^t d^1, {}^t d^2 \}_j \\
 &= \{ x^1, y^1, \theta^1, x^2, y^2, \theta^2 \}_j \\
 \bar{F}_j &= \{ {}^t \bar{f}^1, {}^t \bar{f}^2 \}_j \\
 &= \{ \bar{F}_x^1, \bar{F}_y^1, \bar{M}^1, \bar{F}_x^2, \bar{F}_y^2, \bar{M}^2 \}_j \\
 F_j &= \{ {}^t f^1, {}^t f^2 \}_j \\
 &= \{ F_x^1, F_y^1, M^1, F_x^2, F_y^2, M^2 \}_j
 \end{aligned} \right\} (11)$$

이고 상첨자 1, 2는 층(floor)를 뜻한다.

절점 동강성계수의 필드 전달식

1, 2층 부재 좌우의 힘벡터와 변위벡터사이의 관계는 식(8)의 자체 및 상대 동강성계수행렬로부터, 2층을 고려하면,

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{F}_j &= S_j^s D_j + S_j^c D_{j-1} \\
 F_{j-1} &= s_j^c D_j + s_j^s D_{j-1}
 \end{aligned} \right\} (12)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned}
 S^s &= \begin{bmatrix} \hat{S}^s & 0 \\ 0 & \hat{S}^s \end{bmatrix} & S^c &= \begin{bmatrix} \hat{S}^c & 0 \\ 0 & \hat{S}^c \end{bmatrix} \\
 s^c &= \begin{bmatrix} \hat{s}^c & 0 \\ 0 & \hat{s}^c \end{bmatrix} & s^s &= \begin{bmatrix} \hat{s}^s & 0 \\ 0 & \hat{s}^s \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} (13)$$

이다. 부분계 j 의 좌단 즉 절점 $j-1$ 의 우측의 동강성계수행렬 S_{j-1} 로부터 부분계 j 의 우단 즉 절점 j 의 좌측의 동강성계수행렬 \bar{S}_j 를 구하는 필드 전달식은 식(10)의 제2식에 하첨자 j 를 $j-1$ 로 변경한 식과 식(12)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{S}_j &= S_j^s + S_j^c V_j, \quad V_j = G_j^{-1} s_j^c \\
 G_j &= {}^t G_j = S_{j-1} - s_j^s \quad (j=1, 2, \dots, n)
 \end{aligned} \right\} (14)$$

절점 동강성계수의 포인트 전달식

부분계 j 의 우단 즉 절점 j 에는 1층과 2층 부재에 각각 기초지지 스프링요소와 1~2층 부재를 연결하는 중간 부재가 있다. 절점 좌우측간의 힘의 평형을 고려하여 다음식을 구한다.

$$F_j = \bar{F}_j + P_j D_j \quad (15)$$

여기서

$$P_j = \begin{bmatrix} P_j^1 + \check{S}_j^s & \check{S}_j^c \\ \check{S}_j^c & P_j^2 + \check{s}_j^s \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\check{S}_j^s = R \hat{S}_j^s R^T \quad \check{S}_j^c = R \hat{S}_j^c R^T$$

$$\check{s}_j^c = -R \hat{s}_j^c R^T \quad \check{s}_j^s = -R \hat{s}_j^s R^T$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \check{P}_j^{1,2} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}_j^{1,2}$$

절점 j 양측에 있어서의 절점 동강성계수의 포인트 전달식은 식(10) 및 식(15)로부터 다음과 같이 된다.

$$S_j = \bar{S}_j + P_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

절점 동강성계수의 필드-포인트 전달식

식(17)에 식(14)를 대입해서 \bar{S}_j 를 소거하면, S_{j-1} 로부터 S_j 를 직접 계산하는 필드-포인트 전달식이 구해진다.

$$S_j = P_j + S_j^s + S_j^c V_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (18)$$

2.5 진동수방정식

좌단의 경계조건(기초지지 스프링으로 처리)과 중간 부재의 자체 및 상대 동강성행렬로부터 좌단의 절점 동강성계수행렬 S_0 를 구한다.

$$S_0 = P_0 \quad (19)$$

이를 이용하여 절점 1부터 구조물의 우단까지 절점 동강성계수의 전달은 식(18)을 이용한다. 그리

고 우단에서 $F_n = 0$ 이므로 식(10)에서

$$S_n D_n = 0 \quad (20)$$

따라서 진동수방정식은

$$\det S_n = 0 \quad (21)$$

이다. 그러나 식(21)을 이분법으로 처리할 경우, 거짓근(반대칭 극)이 발생하므로 이를 제거하지 않으면 안된다. 거짓근은 일반적으로 역행렬을 구하는 과정에서 행렬식이 0이 될 때 발생한다.

거짓근을 해소하기 위해서는 동강성계수를 전달하는 과정 중에 ω 의 함수인 G_j 와 T_{AB} 의 행렬식과 $\sin \delta$, $d\det$ 의 부호함수를 곱해주면 된다. 따라서 진동수방정식은 다음식과 같이 된다.

$$\text{sign}(\det Q) = \text{sign}\{ \sin \delta \cdot d\det \cdot \det T_{ab} \cdot \left(\prod_{j=1}^n \det G_j \right) \cdot \det S_n \} \quad (22)$$

2.6 고유모드의 계산

고유진동수를 구한 후, 우단에서 $F_n = 0$ 이므로 절점 n 의 변위벡터 D_n 중의 한 요소를 기준으로 나머지 우단의 변위벡터를 계산한다.

다음으로 식(15)에 식(12) 및 식(10)을 대입하고, \bar{F}_j 및 F_j 를 소거하면,

$$(S_j - P_j) D_j = S_j^s D_j + S_j^c D_{j-1} \quad (23)$$

그리고 식(18)을 대입하고 S_j 를 소거하면 다음식을 얻는다.

$$D_{j-1} = V_j D_j \quad (j=n, \dots, 1) \quad (24)$$

이식을 이용하면 좌단까지의 모든 절점의 변위벡터를 구할 수 있다. 변위 벡터를 계산한 후, 식(10)으로부터 각 절점의 힘벡터 \bar{F}_j , F_j 를 구한다. 부분구조의 소거된 내부 절점의 상태량은 부분구조의 좌우측인 절점의 상태벡터와 식(1)의 관계를 이용하여 구한다.

3. 수치계산 및 실험

격자형 구조물의 면내 중 급힘 연성 자유진동을 전달동강성계수법(TDSCM), 전달행렬법(TMM) 그리고 유한요소법(FEM)으로 수치실험을 행한 후 비교 검토한다. 그리고 간단한 격자구조물에 대해서는 보조실험도 행한다.

3.1 2격자 구조물의 수치계산 및 실험

모델 I 은 폭 50mm, 두께 4.36mm, 길이가 500mm의 격자가 두 개인 구조물이다. 경계조건은 양단 자유이다. 모델 II (Fig. 2)는 모델 I 에서 우단 1층에서 400mm 떨어진 곳에 고정점을 가지고 있다. 재료는 종탄성계수가 $2.06 \times 10^{11} N/m^2$ 인 鋼製 구조물이고, 밀도는 $7.7523 \times 10^3 kg/m^3$, 포아송비는 0.3이다.

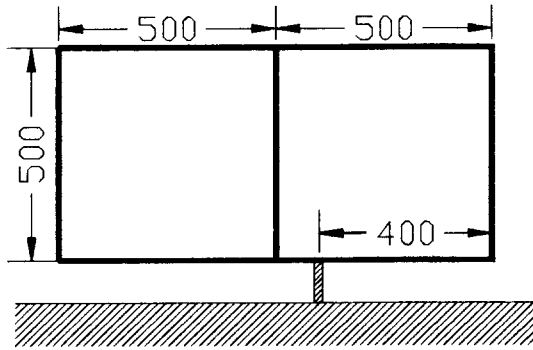


Fig. 4 Numerical model II

Table 1은 모델 I 에 대해 다양한 진동해석 방법과 실험을 통해 0.1~100Hz 범위내의 고유진동수를 찾은 결과이다. 범용 유한요소해석 프로그램인 NISA를 이용한 유한요소법(FEM), 슈퍼컴퓨터로 계산한 전달행렬법(TMM(SC)), 퍼스널 컴퓨터로 계산한 전달동강성계수법(TDSCM)은 모두 서로 잘 일치하고 있다. 그러나 퍼스널 컴퓨터로 계산한 TMM(PC)는 0.1Hz 근방에서 잘못된 고유진동수를 구하는 문제점이 노출되었다. 참고로 FEM(34)는 절점의 수가 34개(자유도는 34×3)인 유한요소를 뜻한다.

Table 2는 모델 II 에 대한 계산 결과이다. 모델 II 에는 구조물의 중간에 변위가 고정인 점이 존재한다. 고정점은 이론적으로 무한대의 스프링으로 기초로부터 지지되어 있다고 볼 수 있으므로, 절점의 스프링상수에 수치상의 무한대에 해당하는 10^{20} 을

대입한다. 계산 결과는 TMM(PC)는 계산이 전혀 불가능했고, TMM(SC)도 TDSCM이나 FEM에 비해 상대적으로 불안정했고, 1차 고유진동수는 전혀 구할 수 없었다.

Table 1 Comparison of computation accuracy of natural frequency for model I [Hz]

	TDSCM	FEM(34)	TMM(PC)	TMM(SC)	EXPERIMENT
1,2,3	*****	*****	0.1982 0.2012	*****	*****
4	18.25	18.25	18.25	18.25	18.5
5	21.93	21.93	21.93	21.93	22.5
6	41.05	41.06	41.05	41.05	41.0
7	52.23	52.24	52.23	52.23	52.6
8	68.33	68.35	68.33	68.33	69.1
9	81.06	81.08	81.06	81.06	81.6
10	92.37	92.42	92.37	92.37	94.5
11	92.40	92.44	92.40	92.40	95.4
12	99.30	99.33	99.30	99.30	101.6

Table 2 Comparison of computation accuracy of natural frequency for model II [Hz]

	TDSCM	FEM(34)	FEM(69)	TMM(SC)	EXPERIMENT
1	4.264	4.264	4.264	×	4.2
2	13.04	13.04	13.04	13.57	13.5
3	15.95	15.95	15.95	14.48	16.5
4	43.08	43.09	43.08	43.07	44.0
5	54.09	54.09	54.08	54.09	54.0
6	60.59	60.60	60.59	60.59	61.0
7	73.66	73.68	73.65	73.00	???
8	87.93	87.96	87.93	88.00	???
9	92.39	92.43	92.39	92.39	96.0

계산시간

모델 I 에 대하여 퍼스널 컴퓨터에서 1~200Hz사이의 고유진동수 9개를 1Hz씩 증가시켜 구하는데 걸린 시간을 Table 3에 나타내었다. 계산시간은 전달동강성계수법이 전달행렬법보다 훨씬 빨랐다. 그 원인은 전달하는 행렬의 크기가 작기 때문이다.

Table 3 Computation time [sec]

order	TDSCM	TMM
9	6.81 sec	16.59 sec

고유모드

Fig. 5는 전달동강성계수법을 이용한 모델 I의 1차, 2차 고유모드이다.

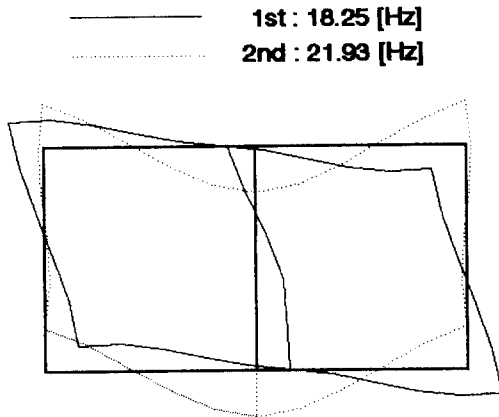


Fig. 5 Characteristic modes for model I

3.2 다격자 구조물의 수치계산 및 실험

모델Ⅲ는 길이 1 m로 구성된 격자가 10(50)개인 구조물이다. 경계조건은 양단자유이고, 고정점은 없다.

Table 4 Comparison of computation accuracy of natural frequency for model III [Hz]

	10 Lattice		50 Lattice	
	TMM	FEM	TMM	FEM
1	1.060	1.060	0.2103	0.2103
5	1.548	1.549	0.3018	0.3018
6	2.307	2.312	0.4235	0.4236
7	2.895	2.902	0.5225	0.5225
8	3.837	3.845	0.6407	0.6408
9	3.840	3.853	0.7447	0.7449
10	4.773	4.795	0.8639	0.8642

참고로 TMM(PC)는 격자가 2개인 구조물까지, TMM(SC)는 4개인 구조물까지 계산이 가능했으나 더 이상은 수치 계산상 오류가 발생했다.

4. 결 론

개인용 컴퓨터에 적합한 진동해석 기법인 전달동강성계수법을 통하여 격자구조물의 중 급힘 연성 자유진동 해석을 위한 알고리즘을 정식화했다.

간단한 수치계산 모델에 대하여 유한요소법, 전

달행렬법과 수치실험 및 보조실험을 행한 후, 본 해석 기법이 퍼스널 컴퓨터에 적합하면서 고속 고 정도의 계산이 가능함을 확인했다.

참 고 문 헌

- (1) J. F. Doyle, 1988, "A Spectrally Formulated Finite Element for Longitudinal Wave Propagation", Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, 3(1), 1~5
- (2) J. F. Doyle, T. N. Farris, 1990, "A Spectrally Formulated Finite Element for Flexural Wave Propagation in Beams", Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, 5(2), 99~107
- (3) V. H. Muchino, V. Pavelic, 1981, "An Exact Condensation Procedure for Chain-Like Structures Using a Finite Element-Transfer Matrix Approach", J. of Mechanical Design, 103(2), 295~303
- (4) 이, 강, 1995, "전달 스펙트럴 유한요소법을 이용한 거대격자구조물의 진동해석", 대한기계학회 논문집, 19(12), 3177~3189
- (5) A. Sueoka, T. Kondou, D. H. Moon, and K. Yamashita, 1988, "A method of Vibrational Analysis Using a Personal Computer - A Suggested Transfer Influence Coefficient Method", The Memoirs of the Faculty of Engineering Kyushu University, 48(1), 31~46
- (6) 近藤, 末岡, 安田, 文, 1991, "傳達影響係數法による樹狀構造物の自由振動解析(第1報, 二次元樹狀構造物に對する定式化)", 日本機械學會論文集, 57卷, 536号(C編), pp.1091~1098
- (7) 文, 末岡, 近藤, 呂, 1991, "傳達影響係數法에 의한 원판구조물의 자유振動解析", 대한기계학회 논문집, 15(5), 1439~1446
- (8) 문, 여, 1993, "傳達影響係數法에 의한 사각형 평판구조물의 자유振動解析", 대한기계학회 논문집, 17(3), 559~567
- (9) 문, 여, 1994, "傳達影響係數法에 의한 彈性支持를 갖는 원통형 쉘구조물의 자유振動解析", 한국소음진동공학회지, 4(4), 469~478
- (10) 長松, 大熊, 1991, "부분구조합성법", 培風館
- (11) 문, 최, 홍, 1996, "강성계수의 전달에 의한 보형 구조물의 진동해석기법", 한국소음진동공학회 1996년도 춘계학술대회논문집, 316~321