

# 부분 구조물의 모드 합성을 이용한 구조물 모드 매개변수의 민감도 해석

◦ 김형중\* • 박윤식\*\*

## Modal Parameter Sensitivity Analysis Using Component Mode Synthesis Method

Kim H.J. and Park Y.S.

### Abstract

A method, termed as the substructural sensitivity synthesis method, which utilizes the computational merits of the component mode synthesis technique is proposed to calculate design sensitivity of modal parameters of substructurally combined structures. In this method, the sensitivity analysis is combined with component mode synthesis technique, thus the degrees of freedom of a combined structure can be dramatically reduced. Free-interface mode method including the residual attachment modes among the component mode synthesis methods is used to calculate the modal sensitivity of the combined structure. For the design sensitivities of modal properties of structure, the Nelson's method, which is exact solving method is used. It is shown that the modal sensitivities of the entire structure can be obtained by synthesizing the substructural modal data, and the sensitivities of the modal data about the design variables of modifiable substructure. Using the proposed method, the final degrees of freedoms of entire structure can be remarkably reduced to calculate the modal parameter sensitivities. With a structure composed of beams and plates, as an example, the sensitivities of the eigenvalues and eigenvectors obtained by this proposed method were compared with the exact solutions in terms of accuracy.

### 1. 서론

여러 부분 구조물들 중에 한 부분 구조물의 여러 설계변수 변화에 대한 전체구조물의 모드 매개변수 민감도 (Sensitivity of the Modal properties)를 부분구조 합성법(Component Mode Synthesis Method)<sup>(1-4)</sup>을 이용하여 효과적으로 구할 수 있다. 이 방법에서는 각 부분 구조물들의 모드 매개변수(Modal properties)와 설계 변수가 변하는

부분구조물 만의 모드 매개변수의 민감도<sup>(7)</sup>를 이용하므로 여러 가지 설계 변수 변화에 대한 전체 구조물의 모드 매개변수 민감도를 구하고자 할 때 한번 계산한 각 부분 구조물들의 모드 매개변수(Modal properties)는 그대로 이용할 수 있고 변하는 부분 구조물에서만 모드 매개변수의 민감도를 다시 계산하면 되므로 여러설계변수에 대해 민감도 반복 계산시 효과적으로 계산 할 수 있다.

여기서는 부분구조합성법중 의 하나인 자유경계 합성법(Free Interface Method)과 잔류 부착모드

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 한국과학기술원 기계공학과(정회원)

(Residual Attachment Mode)를 이용하는 방법을 이용하여 민감도를 구하는 방법을 소개하였으며 전체적인 구성은 Fig 1에 도시하였다. 이 방법을 이용하여 계산한 결과와 고정경계 합성법 (Fixed Interface Method)을 이용한 민감도 해석 방법<sup>(8)</sup>과 비교하여 이 방법의 정확도를 보인다.

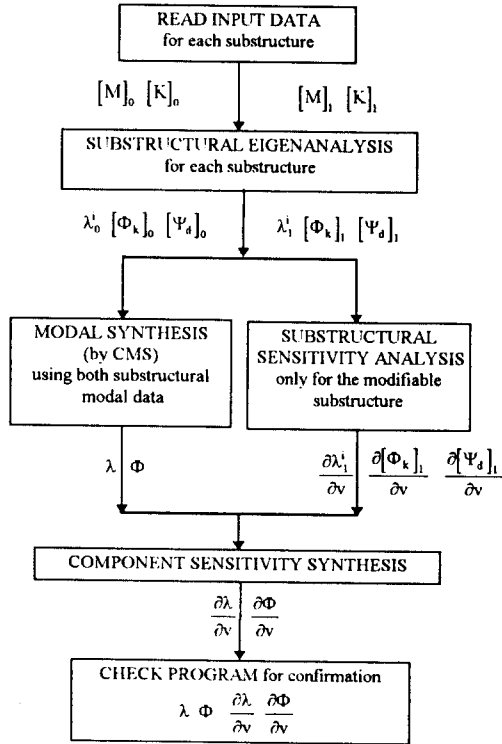


Fig. 1 Schematic flow chart for algorithm

## 2. 부분 구조 합성법과 민감도 해석의 연계

### 2-1. 부분 구조 합성법

전체 구조물이 일반성이 결여됨이 없이 두개의 부분구조물로 이루어졌다고 가정 하였으며, 여기서 변화되지 않는 부분구조물을 Sub0, 변화되는 부분구조물은 Sub1 라고 하겠다.

부분 구조물 S 에 대한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$[M]_S \{\ddot{x}\}_S + [K]_S \{x\}_S = \{F\}_S \quad (1)$$

여기서

$$[M]_S = \begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ij} \\ m_{ji} & m_{jj} \end{bmatrix}_S$$

$$[K]_S = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix}_S \quad (2)$$

$$\{x\}_S = \begin{Bmatrix} x_i \\ x_j \end{Bmatrix}_S$$

$$\{F\}_S = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_j \end{Bmatrix}_S$$

여기서 하첨자 S가 0이면 Sub0 를, 1 이면 Sub1을 나타냄

$\{x\}$ 를 서로 직교성을 갖는 k개의 정규 모드  $\{\Phi_k\}$  와 잔류 부착 모드  $\{\Psi_d\}$  로 변환하면

$$\begin{aligned} \{x\}_S &= \begin{Bmatrix} x_i \\ x_j \end{Bmatrix}_S \\ &= [\Phi_k \quad \Psi_d] \begin{Bmatrix} p_k \\ p_d \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{id} \\ \Phi_{jk} & \Psi_{jd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_k \\ p_d \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$[\Phi_k]$  : k개의 정규 모드

$$[\Psi_d]_S = \left[ [K]_S^{-1} - [\Phi_k]_S [\Lambda_{kk}]_S^{-1} [\Phi_k]_S^T \right] \begin{bmatrix} 0_i \\ I_j \end{bmatrix}$$

: 잔류 부착 모드

부분구조물 S 에 대한 지배 방정식은 서로 비연성된 좌표계  $\{p_k\}$  에 대한 방정식과 좌표계  $\{p_d\}$  에 대한 방정식을 각각 얻을 수 있다.

$$[m_{kk}] \{\ddot{p}_k\} + [k_{kk}] \{p_k\} = \{\Phi_k\}^T \{F\} \quad (4)$$

$$[m_{dd}] \{\ddot{p}_d\} + [k_{dd}] \{p_d\} = \{\Psi_d\}^T \{F\} \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} [m_{kk}] &= \{\Phi_k\}^T [M] \{\Phi_k\} \\ [k_{kk}] &= \{\Phi_k\}^T [K] \{\Phi_k\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \{m_{dd}\} &= \{\Psi_d\}^T [M] \{\Psi_d\} \\ \{k_{dd}\} &= \{\Psi_d\}^T [K] \{\Psi_d\} \end{aligned} \quad (7)$$

식 (5) 에 Pseudo-static Response 를 가정하여  $\{\ddot{p}_d\}$  를 무시하고 정리하면 부분구조물 S에서의 다른 구조물과의 사이의 연결력  $\{F_j\}_s$  과 잔류 부착 모드에 대한 좌표계  $\{p_d\}_s$  의 관계를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\{p_d\}_s = \{F_j\}_s \quad (8)$$

부분 구조물 사이의 구속조건은 두 부분구조물 연결 자유도에서의 변위와 작용력의 크기는 같고 작용력의 방향이 반대라는 것이다.

$$\{x_j\}_0 - \{x_j\}_1 = \{0\} \quad (9)$$

$$\{F_j\}_0 + \{F_j\}_1 = \{0\} \quad (10)$$

식 (8) 과 식 (10)을 이용하면 다음과 같은 조건을 얻을 수 있다.

$$\{p_d\}_0 + \{p_d\}_1 = \{0\} \quad (11)$$

각 부분 구조물의 지배방정식 (1)과 구속조건 식 (9), (11)을 이용하면 일반화된 좌표계  $\{p\}$  에서 축약된 좌표계  $\{q\}$  로의 변환 관계식(12)를 얻을 수 있다.

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} \{p_d\}_0 \\ \{p_d\}_1 \\ \{p_k\}_0 \\ \{p_k\}_1 \end{Bmatrix} = S \begin{Bmatrix} \{p_k\}_0 \\ \{p_k\}_1 \end{Bmatrix} = S\{q\} \quad (12)$$

여기서

$$S = \begin{bmatrix} -[k1][\Phi_{jk}]_0 & [k1][\Phi_{jk}]_1 \\ [k1][\Phi_{jk}]_0 & -[k1][\Phi_{jk}]_1 \\ [I_{kk}]_0 & 0 \\ 0 & [I_{kk}]_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[k1] = ([k_{dd}]_0 + [k_{dd}]_1)^{-1} \quad (14)$$

식 (12)를 이용하여 전체 구조물에 대한 축약된 지배 방정식을 구하면

$$[\bar{M}]\{\ddot{q}\} + [\bar{K}]\{q\} = \{0\} \quad (15)$$

과 같은 방정식이 얻어진다.

여기서

$$\begin{aligned} [\bar{M}] &= S^T \mu S \\ [\bar{K}] &= S^T \kappa S \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mu = \begin{bmatrix} [m_{dd}]_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [m_{dd}]_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [I_{kk}]_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [I_{kk}]_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\kappa = \begin{bmatrix} [k_{dd}]_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [k_{dd}]_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [\Lambda_{kk}]_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [\Lambda_{kk}]_1 \end{bmatrix}$$

따라서

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} \\ M_{10} & M_{11} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[M_{00}] = [I_{kk}]_0 + [\Phi_{jk}]_0^T [m1] [\Phi_{jk}]_0 \quad (20)$$

$$[M_{01}] = [M_{10}]^T = -[\Phi_{jk}]_0^T [m1] [\Phi_{jk}]_1 \quad (21)$$

$$[M_{11}] = [I_{kk}]_1 + [\Phi_{jk}]_1^T [m1] [\Phi_{jk}]_1 \quad (22)$$

$$[K_{00}] = [\Lambda_{kk}]_0 + [\Phi_{jk}]_0^T [k1] [\Phi_{jk}]_0 \quad (23)$$

$$[K_{01}] = [K_{10}]^T = -[\Phi_{jk}]_0^T [k1] [\Phi_{jk}]_1 \quad (24)$$

$$[K_{11}] = [\Lambda_{kk}]_1 + [\Phi_{jk}]_1^T [k1] [\Phi_{jk}]_1 \quad (25)$$

$$[m1] = [k1]([m_{dd}]_0 + [m_{dd}]_1) [k1] \quad (26)$$

식 (15)로 부터 전체 구조물에 대한 모드 매개 변수(Modal properties)를 계산할 수 있으며, 이 방정식의 전체 자유도 수는 각 부분 구조물에서 선택된 정규 모드(Normal Mode)의 수에 의해 결정된다.

## 2-2. 민감도 해석

식(15)와 같은 지배 방정식의 고유치 방정식에 대해 Nelson의 민감도 해석 방법을 이용하여 민감도 방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{\lambda}_{oi}}{\partial v} = \{\bar{X}\}_i^T \left( \frac{\partial \bar{K}}{\partial v} - \bar{\lambda}_i \frac{\partial \bar{M}}{\partial v} \right) \{\bar{X}\}_i \quad (27)$$

$$\frac{\partial \{\bar{X}\}_i}{\partial v} = \{V\}_i + c_i \{\bar{X}\}_i \quad (28)$$

또는

$$\frac{\partial \{\bar{X}\}_i}{\partial v} = \begin{Bmatrix} V_A \\ 0 \\ V_B \end{Bmatrix}_i + c_i \begin{Bmatrix} \bar{X}_A \\ \bar{X}_k \\ \bar{X}_B \end{Bmatrix}_i \quad (29)$$

여기서  $k$ 는  $\{\bar{X}\}_i$  성분중 절대값이 가장 큰 성분의 위치를 나타내며, 부벡터  $V_A$ 와  $V_B$ 는 다음 식에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [\bar{K} - \bar{\lambda}_i \bar{M}]_{AA} & 0 & [\bar{K} - \bar{\lambda}_i \bar{M}]_{AB} \\ 0 & 1 & 0 \\ [\bar{K} - \bar{\lambda}_i \bar{M}]_{BA} & 0 & [\bar{K} - \bar{\lambda}_i \bar{M}]_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_A \\ V_k \\ V_B \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} F_A \\ 0 \\ F_B \end{Bmatrix}_i \quad (30)$$

여기서

$$\{F\}_i = - \left( \frac{\partial \bar{K}}{\partial v} - \frac{\partial \bar{\lambda}_i}{\partial v} [\bar{M}] - \bar{\lambda}_i \frac{\partial \bar{M}}{\partial v} \right) \{\bar{X}\}_i \quad (31)$$

$$c_i = -\{\bar{X}\}_i^T [\bar{M}] \{V\}_i - \frac{1}{2} \{\bar{X}\}_i^T \frac{\partial \bar{M}}{\partial v} \{\bar{X}\}_i \quad (32)$$

민감도 방정식(27)-(28)의 자유도 수도 식(15)와 같게 되어 부분 구조 합성법을 이용할 경우 민감도 방정식의 자유도 수를 매우 효과적으로 줄일 수 있다.

모드 매개변수의 민감도를 구하기 위해서 이미 구한 Sub0와 Sub1의 모드 매개 변수와 Sub1의 모드 매개 변수의 민감도를 이용하여 결합된 구조물의 질량 및 강성 행렬의 변화율을 표현해 보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [K_{00}]}{\partial v} & \frac{\partial [K_{01}]}{\partial v} \\ \frac{\partial [K_{10}]}{\partial v} & \frac{\partial [K_{11}]}{\partial v} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [M_{00}]}{\partial v} & \frac{\partial [M_{01}]}{\partial v} \\ \frac{\partial [M_{10}]}{\partial v} & \frac{\partial [M_{11}]}{\partial v} \end{bmatrix}$$

여기서

$$\frac{\partial [K_{00}]}{\partial v} = [\Phi_{jk}]_0^T \frac{\partial [kl]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial [K_{01}]}{\partial v} = \left( \frac{\partial [K_{10}]}{\partial v} \right)^T \quad (35)$$

$$= -[\Phi_{jk}]_0^T \frac{\partial [kl]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_1 - [\Phi_{jk}]_0^T [kl] \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1}{\partial v}$$

$$\frac{\partial [K_{11}]}{\partial v} = \frac{\partial [\Lambda_{kk}]_1}{\partial v} + \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1^T}{\partial v} [kl] [\Phi_{jk}]_1 \quad (36)$$

$$+ [\Phi_{jk}]_1^T \frac{\partial [kl]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_1 + [\Phi_{jk}]_1^T [kl] \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1}{\partial v}$$

$$\frac{\partial [M_{00}]}{\partial v} = [\Phi_{jk}]_0^T \frac{\partial [ml]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_0 \quad (37)$$

$$\frac{\partial [M_{01}]}{\partial v} = \left( \frac{\partial [M_{10}]}{\partial v} \right)^T \quad (38)$$

$$= -[\Phi_{jk}]_0^T \frac{\partial [ml]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_1 - [\Phi_{jk}]_0^T [ml] \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1}{\partial v}$$

$$\frac{\partial [M_{11}]}{\partial v} = \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1^T}{\partial v} [ml] [\Phi_{jk}]_1 \quad (39)$$

$$+ [\Phi_{jk}]_1^T \frac{\partial [ml]}{\partial v} [\Phi_{jk}]_1 + [\Phi_{jk}]_1^T [ml] \frac{\partial [\Phi_{jk}]_1}{\partial v}$$

### 2-3. 모드 벡터 민감도의 최초 좌표계로의 변환

모드 벡터의 민감도는 일반화된 좌표계  $\{q\}$ 에 대해 표현되어 있으므로 이 일반화된 좌표계  $\{q\}$ 로부터 최초 좌표계  $\{x\}$ 로의 변환이 필요하게 된다. 이 변환은 다음과 같다.

$$\{x\}_i = \begin{Bmatrix} \{x_j\} \\ \{x_i\}_0 \\ \{x_i\}_1 \end{Bmatrix} = [T] \{p\}_i = [T][S] \{q\}_i \quad (40)$$

$$\{p\}_i = \begin{Bmatrix} \{p_d\}_0 \\ \{p_d\}_1 \\ \{p_k\}_0 \\ \{p_k\}_1 \end{Bmatrix}, \quad \{q\}_i = \begin{Bmatrix} \{p_k\}_0 \\ \{p_k\}_1 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} [\Psi_{jd}]_0 & 0 & [\Phi_{jd}]_0 & 0 \\ [\Psi_{id}]_0 & 0 & [\Phi_{id}]_0 & 0 \\ 0 & [\Psi_{id}]_1 & 0 & [\Phi_{id}]_1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} -[kl][\Phi_{jk}]_0 & [kl][\Phi_{jk}]_1 \\ [kl][\Phi_{jk}]_0 & -[kl][\Phi_{jk}]_1 \\ [I_{kk}]_0 & 0 \\ 0 & [I_{kk}]_1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

따라서 식(40)으로부터

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{x\}_i}{\partial v} &= \frac{\partial \{[T][S]\{q\}_i\}}{\partial v} \\ &= \frac{\partial [T]}{\partial v} [S]\{q\}_i + [T] \frac{\partial [S]}{\partial v} \{q\}_i + [T][S] \frac{\partial \{q\}_i}{\partial v} \end{aligned} \quad (44)$$

이 되며 최초 좌표계  $\{x\}$  에 대해 표현된 모드 벡터의 민감도를 얻을 수 있다

### 3. 적용 예제

이 장에서는 본 논문에서 제안한 잔류 역강성을 고려한 잔류 부착 모드와 자유 경계 모드를 이용한 부분 구조 합성법을 이용한 민감도 해석법을 외팔보 구조물과 한쪽 면이 구속된 평판 구조물에 대해 적용을 해서 그 결과를 고정 경계 합성을 이용한 민감도 해석 방법을 적용한 결과와 비교해 보았다.

각 경우에 대해 부분 구조물로 나누지 않은 전체 구조물에 대해 모드 해석과 민감도 해석을 수행하여 얻은 모드 매개 변수와 모드 매개 변수의 민감도를 이 구조물의 엄밀해(Exact Solution)로 하였다.

이 엄밀해와 두 부분 구조 합성법을 이용한 축약된 구조물에 대해 얻어진 모드 매개 변수와 매개

변수의 민감도를 비교하여 각각의 오차를 다음과 같이 정의 하였다.

특성치의 백분율 오차  $\varepsilon_\lambda$  는

$$\varepsilon_\lambda = \frac{(\lambda^a - \lambda^e)}{\lambda^e} \times 100 \quad (45)$$

특성치 민감도의 백분율 오차  $\varepsilon_{\lambda'}$  는

$$\varepsilon_{\lambda'} = \frac{((\lambda')^a - (\lambda')^e)}{(\lambda')^e} \times 100 \quad (46)$$

모드 형상의 백분율 오차  $\varepsilon_\phi$  는

$$\varepsilon_\phi = \frac{\sum_i (\phi_i^a - \phi_i^e)^2}{\sum_i (\phi_i^e)^2} \times 100 \quad (47)$$

모드 형상 민감도의 백분율 오차  $\varepsilon_{\phi'}$  는

$$\varepsilon_{\phi'} = \frac{\sum_i ((\phi_i')^a - (\phi_i')^e)^2}{\sum_i ((\phi_i')^e)^2} \times 100 \quad (48)$$

과 같다. 여기서 상첨자 e는 엄밀해를, 상첨자 a는 각 해석 방법에서의 해를 지칭한다.

#### 3-1. 외팔보 구조물

Fig.2의 외팔보 구조물에 대해 부분 구조 합성법을 적용하고 이 결과를 이용하여 민감도 해석을 해보았다. 여기서 이용한 구조물은 가로와 세로가 모두 1cm인 정사각 단면을 갖는 길이가 1m인 철로 이루어진 보 구조물이다. 보 구조물은 10개의 보 요소를 이용하여 모델링 하였으며 각 보 요소로는 한 절점에서 상하 방향의 자유도와 지면에 수직한 방향으로의 회전 자유도, 2개의 자유도를 갖는 보 요소를 이용하였다.

10개의 보 요소로 이루어진 Fig.2 (a)의 외팔보 구조물을 Fig. 2의 (b), (c)와 같이 6개의 보 요소로 이루어진 부분 구조물0과 4개의 보 요소로 이루어진 부분 구조물1로 나누어 부분 구조 합성법과 민감도 해석을 하였다. 여기서 민감도 해석을 위한 설계

변수로는 전체 구조물 중 왼쪽에서 8번째 보의 단면의 세로인  $h_8$ 을 이용하였다.

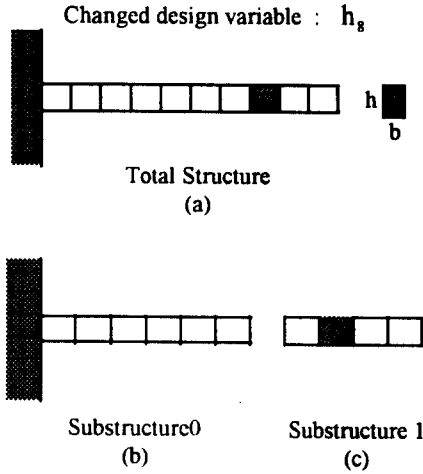


Fig.2 Clamped-Free Beam Structure

두가지 부분 구조 합성법에서 모두 최종 축약 자유도를 10으로 선정 하여 흰색 막대는 고정 경계 합성법을 이용한 경우의 오차를 나타내고 검은색 막대는 잔류 역강성을 고려한 자유 경계 합성법을 이용한 경우의 오차를 나타냈다. 그리고 Fig.3은 특성치의 백분율 오차, Fig.4는 특성치 민감도의 백분율 오차, Fig.5는 모드 형상의 백분율 오차, 그리고 Fig.6은 모드 형상 민감도의 백분율 오차를 도시 하였다. 모든 경우에 있어서 고정 경계 합성법을 이용한 결과의 오차보다 잔류 역강성을 고려한 자유 경계 합성법을 이용한 결과의 오차가 전체적으로 약간 작음을 알 수 있다.

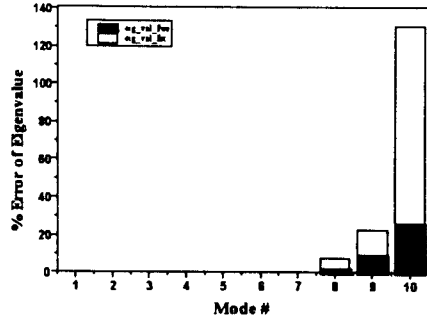


Fig.3 % Error of Eigenvalues

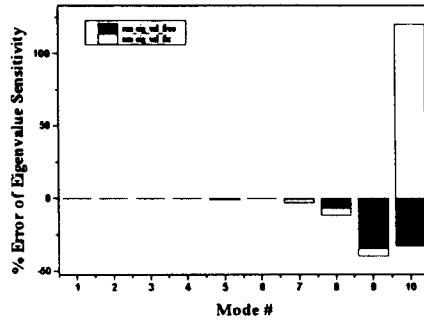


Fig.4 % Error of Eigenvalue Sensitivities

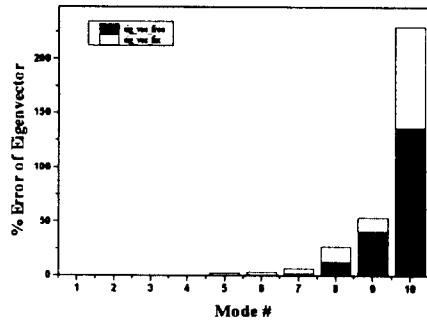


Fig.5 % Error of Eigenvectors

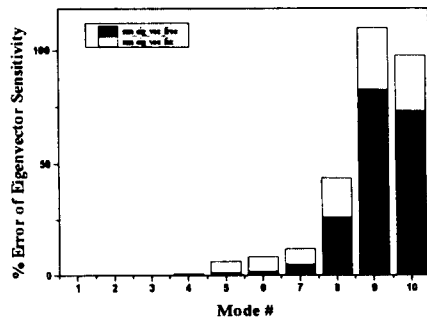


Fig.6 % Error of Eigenvector Sensitivities

### 3-2 한쪽 면이 구속된 평판 구조물

Fig.7(a)와 같은 한쪽면이 고정된 평판 구조물에 대해 적용 해보았다. 여기서 이용한 구조물은 길이가 1m이고 폭은 0.5m, 두께 $h$ 는 5mm인 철판 만들어진 평판 구조물이다. 이 구조물을 길이 방향으로 10개, 폭 방향으로 5개로 나누어 50개의 평판 요소를 사용하여 모델링 하였으며 각 평판 요소는 한 절점에서 상하 방향의 자유도와 지면에 평행한 방향으로의 회전 자유도 2개, 모두 3개의 자유도를 갖는 굽힘 평판 요소를 이용하였다. 따라서 이 평판 구조물의 전체 자유도 수는 180이다. 50개의 평판 요소로 이루어진 Fig.7 (a)의 한쪽면이 고정된 평판 구조물을 각각 Fig.7의 (b), (c)와 같이 20개의 평판 요소로 이루어진 부분 구조물0과 30개의 평판 요소로 이루어진 부분 구조물1로 나누어 부분 구조 합성법과 민감도 해석을 하였다. 여기서 민감도 해석을 위한 설계 변수로는 전체 구조물 중 빗금으로 표시된 왼쪽에서 6번째 줄 평판 요소들의 두께인  $h_6$ 을 이용하였다.

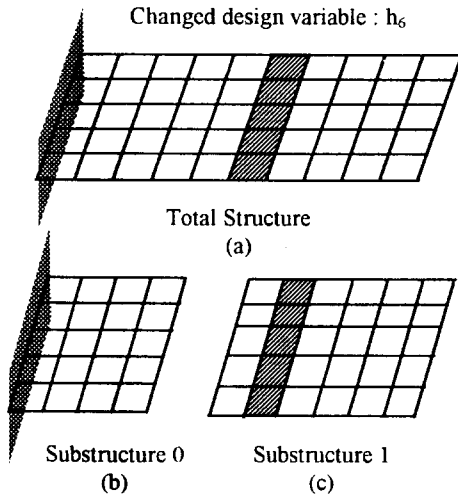


Fig.7 Clamped-Free Shell Structure

두가지 부분 구조 합성법에서 모두 최종 축약 자유도를 30으로 선정 하여 흰색 막대는 고정 경계 합성법을 이용한 경우의 오차를 나타내고 검은색 막대는 잔류 역강성을 고려한 자유 경계 합성법을 이용한 경우의 오차를 나타냈다. 그리고 Fig.8은 특성치의 백분율 오차, Fig.9는 특성치 민감도의 백분율 오차, Fig.10은 모드 형상의 백분율 오차, 그리고 Fig.11은 모드 형상 민감도의 백분율 오차를 도시하였다. 모든 경우에 있어서 고정 경계 합성법을 이용한 결과의 오차보다 잔류 역강성을 고려한 자유 경계 합성법을 이용한 결과의 오차가 매우 작음을 알 수 있다.

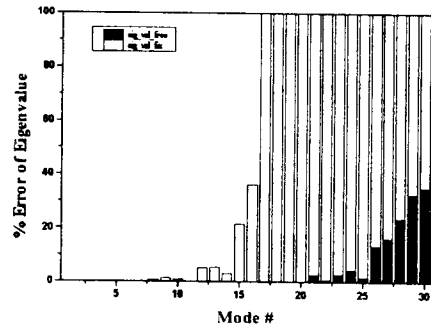


Fig.8 % Error of Eigenvalue

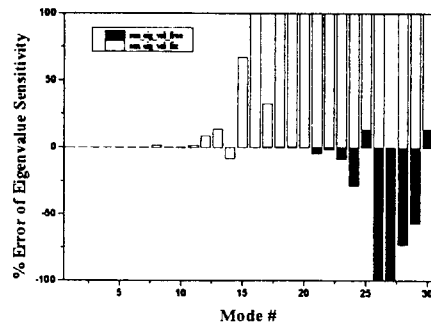


Fig.9 % Error of Eigenvalue Sensitivities

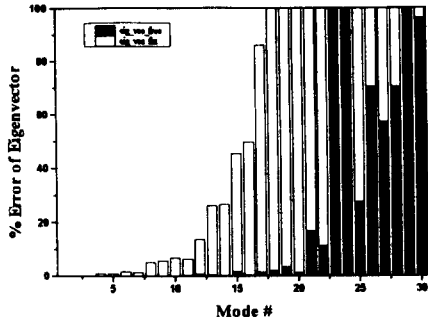


Fig. 10 % Error of Eigenvectors

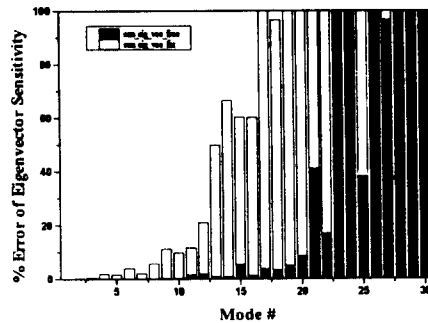


Fig. 11 % Error of Eigenvector Sensitivities

#### 4. 결론

본 논문에서는 잔류 역강성 효과를 고려한 잔류 부착 모드와 자유 경계 모드를 이용한 부분 구조 합성법을 이용하여 구조물의 모드 매개 변수를 구하기 위한 효과적으로 축약된 구조물의 특성치 방정식을 구성하였으며 이 축약된 특성치 방정식에 Nelson의 민감도 해석 방법을 연계적으로 적용함으로써 전체 구조물의 초기 자유도 수에 비해 많이 축약된 자유도를 가지면서도 상대적으로 매우 정확한 해를 얻을 수 있는 민감도 방정식을 구성할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 방법을 외팔보 구조물과 2차원 평판 구조물에 적용하여 최종적인 축약 자유도를 고정 경계 합성법을 이용한 민감도 해석 방법의 최종적인 축약 자유도와 같게 했을 때의 모드 매개 변수와 모드 매개 변수의 민감도 해석 결과를

비교하여 본 방법의 정확도가 매우 좋음을 알 수 있다.

#### 참고문헌

- (1) Hurty, W. C., "Dynamic Analysis of Structural System Using Component Modes," AIAA Journal, Vol. 3, No. 4, 1965, pp. 678-685.
- (2) Hurty, W. C., Collins, J. D., and Hart, G., C., "Dynamic Analysis of Large Structures by Modal Synthesis Techniques," Computers and Structures, Vol. 1, 1971, pp. 535-563.
- (3) Craig, R. R., and Bampton, M. C. C., "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis," AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, 1968, pp. 1313-1319.
- (4) Hou, S. N., "Review of Modal Synthesis Techniques and a New Approach," Shock and Vibration Bulletin, Vol. 40, Pt. 4, Dec. 1969, pp. 25-30.
- (5) Curnie, A., "On Three Modal Synthesis Variants," Journal of Sound and Vibration, Vol. 90, No. 4, 1983, pp. 527-540.
- (6) Craig, R. R. Jr., and Chang, C. J., "Free-Interface Methods of Substructure Coupling for Dynamic Analysis," AIAA Journal, Vol. 14, Nov. 1976, pp. 1633-1635.
- (7) Nelson, R. B., "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," AIAA Journal, Vol. 14, 1976, pp. 1201-1205.
- (8) Heo, J. H., and Ehmann, K. F., "A Method for Substructural Sensitivity Synthesis," ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 113, April, 1991, pp. 201-208.