

# 소음/진동의 컨피규레이션 설계 민감도 연구

°왕 세명\*, 기 성현\*\*

## Study on Configuration Design Sensitivity of Noise & Vibration

°S. M. Wang\*, S. H. Ki\*\*

### ABSTRACT

In the concurrent engineering, the CAD-based design model is necessary for multidisciplinary analysis and for computer-aided manufacturing (CAM). A shape and configuration design velocity field computation of structure has been developed using a computer-aided design (CAD) tool, Pro/ENGINEER. The design Parameterization with CAD tool is to characterize the change in dimensions and movements of geometric control points that govern the shape/orientation of the structural boundary. The boundary velocity is obtained by using a CAD-based finite difference method and the domain velocity field is obtained from finite element analysis (FEA) using the boundary displacement method. In this paper, the continuum configuration DSA for NVH problem, which requires the shape velocity field and the orientation velocity field at the same time, is developed using linear shape functions. For validation of continuum design sensitivity coefficients, design sensitivity coefficients are compared with the coefficients computed using by the finite difference method.

### 1. 서 론

지난 수십 년간 무게를 줄이면서 조용하고 견고하고 안전한 구조물을 설계하기 위해 많은 연구가 진행되었다. 구조물의 판 두께를 줄임으로서 무게는 줄어드나 일반적으로 소음/진동과 내구성 그리고 안전도면에서는 성능을 저하시킨다. 구조물 전체의 질량 감소는 원가 절감과 에너지 절약을 위하여 필요하기 때문에 상반되는 설계 방향을 조절하기 위해서는 최적 설계의 기법이 요구된다.

최근에 소개된 동시 공학은 설계, 해석, 생산 과정을 연결하여 획기적으로 개발 시간을 줄일 수 있다. 동시 공학에서 CAD 모델은 유한 요소

해석, 설계 민감도 해석, 생산 등에 사용되며 CAD 매개 변수는 이 모든 과정에 영향을 미친다. 최근에 등장한 CAD 프로그램으로 설계자가 쉽게 CAD 모델상에서 설계 경향을 파악할 수 있게 되었다. 이때 설계자는 모델의 치수나 형상에 관심을 가지게 된다. 형상 설계 민감도 해석과 최적 설계에서 모델의 치수나 제어점은 설계 변수로 사용된다. CAD를 이용한 매개 변수화의 목적은 구조물의 형상을 지배하는 치수나 제어점 변화의 특성을 기술하기 위함이다 [1-3].

설계 속도장의 계산은 형상 및 컨피규레이션 설계 민감도 해석의 중요한 과정이다. 이것은 또한 설계 최적화 과정에서 모델의 형상에 있어 중요하다. 본 연구에서, 경계 설계 속도장은 CAD를 이용한 유한 차분법 (CAD-based Finite Difference Method)을 사용하여 얻었고, 내부 영역 설계 속도

\* 광주과학기술원 기전공학과

\*\* 광주과학기술원 기전공학과 대학원

장은 유한 요소 해석 프로그램을 이용한 경계 변위법 (Boundary Displacement Method)을 이용하여 얻었다. 형상 설계 민감도는 설계 부분의 형상만 고려하면 되지만, 컨피규레이션 설계는 설계 부분의 형상 및 좌표계(orientation)의 변화를 고려해야 한다.

Twu[4]는 Batoz[5] 삼각형 요소를 이용하여 정적 반응과 고유치, Wang[6]은 동적 반응, 그리고 Shim[7]은 소음/진동의 연속체 컨피규레이션 설계 민감도 법을 개발하였다. 그러나 3승(cubic) 형상 함수의 사용으로 제한적인 문제에만 적용하였다. 이 연구에서는 선형 설계 속도장을 이용하게 되면 좌표계 설계 속도장은 어떠한 연성 (coupled) 부분도 포함하지 않게 되어 3승 (cubic) 설계 속도장의 사용 시 발생하는 제한을 피해 일반적인 구조물에 적용이 가능하다 [8].

본 연구에서는 단순 차량 모델의 소음/진동에 대한 컨피규레이션 설계 민감도 해석을 수행하여 수치적으로 검증하였다.

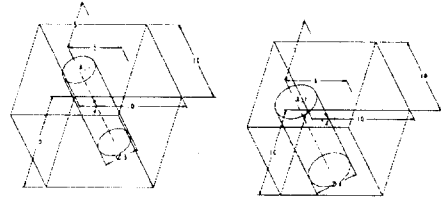
## 2. CAD 를 이용한 설계 매개 변수화

구조 설계의 최적화를 위해서 설계자는 먼저 설계 변수를 선택하여야 하고, 설계 변수를 이용하여 모델을 매개 변수화하여야 한다. 구조물 형상의 변화는 설계 속도장에 의하여 예측된다. 그러므로 설계 변수의 선택, 매개 변수화, 설계 속도장의 계산이 전체 설계 과정 중에서 중요한 과정이다.

설계 매개 변수화는 기하학적 모델링과 설계 변수 정의의 두 단계가 있다. 동시 공학적 측면에서, 설계자, 해석자, 생산 기술자가 같은 모델을 사용하여야 서로 정보교환이 쉽게 이루어진다. 따라서 설계자는 기하학적 모델을 해석적 측면과 생산적 측면을 동시에 고려하여야 한다.

CAD 모델의 치수나 제어점은 설계 민감도

해석이나 최적화의 설계 변수로 사용되기 때문에 설계자에게 중요하다. 설계 변수를 갖는 기하학적 형상은 매개 변수화할 수 있다.



(a) Before change (b) After change

Fig. 1 Change of dimension of cylindrical hole

Fig. 1 은 모델의 치수 변화를 나타낸 그림이다. 일반적으로 대부분의 CAD 프로그램은 변수를 변화시키면 자동적으로 재생성 된다.

## 3. 설계 속도장

설계 속도장 계산은 CAD 모델의 형상 변화에 의한 질점(material point)의 이동으로 정의된다. 설계 속도장은 형상 설계 속도장과 좌표계 설계 속도장이 있다.

### 3. 1. 좌표계 설계 속도장

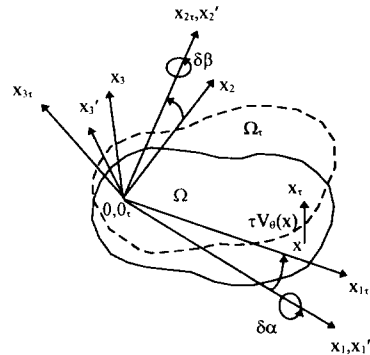


Fig. 2 Orientation change of surface design element

삼차원 상에서 회전하는 평판 설계 요소는 Fig. 2 에 주어져 있다.

변환 함수  $T_\theta : x \rightarrow x_\tau(x)$ ,  $x \in \Omega$  는

$$\begin{aligned} x_\tau &\equiv T_\theta(x, \tau) = x + \tau V_\theta \\ \Omega_\tau &\equiv T_\theta(\Omega, \tau) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $V_\theta = [0, 0, V_3(x)]^T$  는 좌표계 설계 속도이다. 변위  $z$  에 대한 물질 미분은

$$\begin{aligned} \dot{z}_{V_\theta}(x) &\equiv \frac{d}{d\tau} z_\tau(x + \tau V_\theta(x)) \Big|_{\tau=0} \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z_\tau(x + \tau V_\theta(x)) - z(x)}{\tau} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $z_\tau(x_\tau)$  는  $z_\tau(x_\tau) = A(\delta\alpha, \delta\beta)z(x)$  이고,  $A(\delta\alpha, \delta\beta)$  는 다음과 같은 회전 변환 행렬이다.

$$\begin{aligned} A(\delta\alpha, \delta\beta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta\alpha & -\sin\delta\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\delta\alpha & \cos\delta\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\delta\alpha & -\sin\delta\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\delta\alpha & \cos\delta\alpha \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} \cos\delta\beta & 0 & \sin\delta\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\delta\beta & 0 & \cos\delta\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\delta\beta & 0 & \sin\delta\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\delta\beta & 0 & \cos\delta\beta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\delta\alpha$  와  $\delta\beta$  는 Fig. 2 에서처럼  $x_1$  와  $x_2$  축에 대한 회전각이다. 각의 변화가 작다고 하면 ( $\tau \rightarrow 0$ ), 평판 요소에 대해

$$\begin{aligned} \delta\alpha &= \tau V_{3,2} \\ \delta\beta &= -\tau V_{3,1} \end{aligned} \quad (4)$$

이때 회전에 대한 변위의 물질 미분은

$$\begin{aligned} \dot{z}_{V_\theta}(x) &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z_\tau(x) - z(x)}{\tau} + \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{z_\tau(x_\tau) - z_\tau(x)}{\tau} \\ &= z'_{V_\theta}(x) + \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{A(\tau V_{3,2}, -\tau V_{3,1})z_\tau(x) - z_\tau(x)}{\tau} \\ &= z'_{V_\theta}(x) \\ &\quad + \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{[A(\tau V_{3,2}, -\tau V_{3,1}) - A(0, -\tau V_{3,1}) + A(0, -\tau V_{3,1}) - I]z_\tau(x)}{\tau} \\ &= z'_{V_\theta}(x) + \left[ \frac{dA(\tau V_{3,2}, 0)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} + \frac{dA(0, -\tau V_{3,1})}{d\tau} \Big|_{\tau=0} \right] z(x) \\ &= z'_{V_\theta}(x) + \tilde{V}_\theta z(x) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 좌표계 설계 속도 매트릭스  $\tilde{V}_\theta$  는

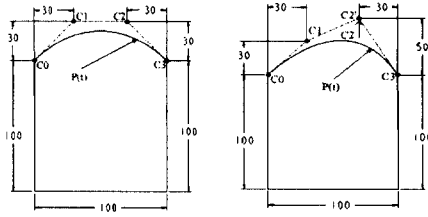
$$\begin{aligned} \tilde{V}_\theta &= \frac{dA(\tau V_{3,2}, 0)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} + \frac{dA(0, -\tau V_{3,1})}{d\tau} \Big|_{\tau=0} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -V_{3,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V_{3,2} & 0 & 0 & 0 \\ V_{3,1} & V_{3,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V_{3,1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V_{3,2} \\ 0 & 0 & 0 & V_{3,1} & V_{3,2} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

$\tilde{V}_\theta$  는 연성(coupled) 부분을 포함하지 않는다.

### 3. 2. CAD 매개 변수를 이용한 설계 속도장 계산

경계 (boundary) 속도장의 계산은 CAD 를 이용한 유한 차분법을 이용한다. 이 방법은 CAD 모델의 변화 전, 후를 비교하여 속도장을 구한다. CAD 모델의 치수나 제어점이 설계 변수로 선택되고, 이 설계 변수의 변화에 의해 CAD 모델의 형상이 변하게 된다.

예를 들어 B-spline 곡선을 갖는 2-D 평판의 경우, Fig. 3 과 같이 B-spline 곡선의 제어점이 설계 변수로 선택되어진다.



(a) Before change (b) After change  
Fig. 3 Change of design variable of CAD model

경계 곡선  $P(t)$ 는 3 차(cubic) B-spline 곡선이다.  $P(t)$ 의 방정식은

$$P(t, C_0, C_1, C_2, C_3) = C_0(1-t)^3 + 3C_1t(1-t)^2 + 3C_2t^2(1-t) + C_3t^3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (7)$$

여기서  $C_0, C_1, C_2, C_3$ 는 B-spline의 제어점이다.

B-spline의 제어점  $C_2$ 를 설계 변수로 선택하면  $C_2$ 는  $C_2'$ 로 이동시킬 수 있다. 이때 변화된 경계 곡선의 방정식은

$$P(t, C_0, C_1, C_2', C_3) = C_0(1-t)^3 + 3C_1t(1-t)^2 + 3C_2't^2(1-t) + C_3t^3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (8)$$

여기서,  $C_2' = C_2(x_{C_2}, y_{C_2} + \delta y_{C_2}, z_{C_2})$ ,  $\delta y_{C_2}$ 는 제어점  $C_2$ 의  $y$  방향 변화이다. 그러므로 식 (8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(t, C_0, C_1, C_2', C_3) = P(t, C_0, C_1, C_2(x_{C_2}, y_{C_2} + \delta y_{C_2}, z_{C_2}), C_3) = C_0(1-t)^3 + 3C_1t(1-t)^2 + 3C_2(x_{C_2}, y_{C_2} + \delta y_{C_2}, z_{C_2})t^2(1-t) + C_3t^3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (9)$$

경계 곡선상의 임의의 절점  $N$ 에서의 설계 속도는

$$V(N) = \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y_{C_2}} \equiv \frac{[P(t, C_0, C_1, C_2', C_3) - P(t, C_0, C_1, C_2, C_3)]}{\delta y_{C_2}} \quad (10)$$

CAD 프로그램인 Pro/ENGINEER의 모듈인 Pro/DEVELOP의 함수들을 사용하면 경계의 기하학적 방정식을 알지 못해도 쉽게 경계 속도를 구할 수 있다. 경계 속도를 구한 후 경계 변위법을 사용하여 영역 (domain) 설계 속도장을 구한다. 즉, 유한 요소 해석에서 원래 모델에 경계 속도장을 경계 조건으로 대입하면 영역에서의 설계 속도장을 구할 수 있다.

#### 4. 컨피규레이션 설계 민감도 해석

구조-음향계의 변분식은

$$b_u(z, \bar{z}) - \iint_{\Gamma} \bar{p} z^T n d\Gamma + d(p, \bar{p}) - \omega^2 \iint_{\Omega} \bar{p} * z^T n d\Gamma = \ell_u(\bar{z}) \quad (11)$$

$$Q = \left\{ \begin{array}{l} (z, p) \in Z \otimes P \mid f_p = p n \\ \text{and } \nabla p^T n = \omega^2 \rho_0 z^T n, x \in \Gamma^{ns} \equiv \Omega' \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$Z = \left\{ z \in [H^2(\Omega')]^3 \mid Gz = 0, x \in \Gamma^s \right\} \quad (13)$$

$$P = \left\{ p \in H^1(\Omega^s) \mid \nabla p^T n = 0, x \in \Gamma^{sr} \right\}$$

여기에서  $H^1$ 과  $H^2$ 은 각각 일차 및 이차의 복소수 소보레브 공간 (complex Sobolev spaces)을 의미하며, 식 (12)의  $Z \otimes P$ 은 공간  $Z$ 와  $P$ 에서의 적을 의미한다.

식 (11)에서  $z$ 와  $p$ 는 구조 변위와 음압을 나타내고, '\*'는 공액 복소수를 나타낸다.  $b_u(\bullet, \bullet)$ 와  $d(\bullet, \bullet)$ 은 sesquilinear 형상이고,  $\ell_u(\bullet)$ 은 semilinear 형상으로서 다음과 같이 정의 되어진다.

$$b_u(z, \bar{z}) \equiv (D_u z, \bar{z}) = \iint_{\Gamma} [-\omega^2 m z + i \omega C z + A z]^T \bar{z}^T d\Gamma \quad (14)$$

$$d(p, \bar{p}) \equiv (B_p \bar{p}) = \iiint_{\Omega} \left[ -\frac{\omega^2}{\chi} p \bar{p}^* + \frac{1}{\rho_0} \nabla p \nabla \bar{p}^* \right] d\Omega \quad (15)$$

$$\ell_v(\bar{z}) \equiv \iint_{\Gamma} \mathbf{f}^T \bar{\mathbf{z}}^T d\Gamma \quad (16)$$

구조-음향 복합체의 조화 운동하의 구조물 안의 공기 음압  $\hat{x}$ 는

$$\psi_p = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x-\hat{x}) p d\Omega \quad (17)$$

식 (17)의 1차 컨피규레이션 변분은 식 (18)과 같다.

$$\psi_p' = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x-\hat{x}) p d\Omega \quad (18)$$

보조 변수법을 이용하여 식 (19)와 같이 설계 민감도 식을 구할 수 있으며 보조 변위는 보조식 (20)에서 구한다. 이 보조식은 모든 가상 상태를 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} \psi_p' = \ell'_v(\lambda) - b'_v(\mathbf{z}, \lambda) + \iint_{\Gamma} \mathbf{p} \lambda^{*T} [\tilde{\mathbf{V}}_{\theta} \mathbf{n} + \nabla^T \mathbf{V}_{\Omega} \mathbf{n}] d\Gamma \\ - d'_v(\mathbf{p}, \eta) + \omega^2 \iint_{\Gamma} \eta \mathbf{z}^{*T} [\tilde{\mathbf{V}}_{\theta} \mathbf{n} + \nabla^T \mathbf{V}_{\Omega} \mathbf{n}] d\Gamma \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} b_{\Omega}(\bar{\lambda}, \lambda) - \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^{*T} n d\Gamma + d_{\Omega}(\bar{\eta}, \eta) \\ - \omega^2 \iint_{\Gamma} \eta^* \bar{\lambda}^T n d\Gamma = \iint_{\Omega} \hat{\delta}(x-\hat{x}) \bar{\eta} d\Omega \end{aligned} \quad (20)$$

식 (19)에서 컨피규레이션 설계 속도  $\mathbf{V}$ 는 형상 설계 속도  $\mathbf{V}_{\Omega}$ 와 좌표계 설계 속도  $\mathbf{V}_{\theta}$ 의 합이다. 보와 판의 좌표계 설계 속도 매트릭스  $\tilde{\mathbf{V}}_{\theta}$ 는 식 (21)이다.

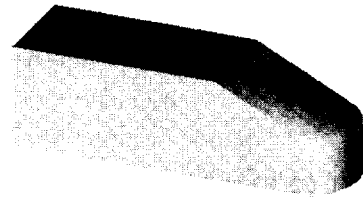
$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & 0 \\ 0 & \mathbf{S} \end{bmatrix} \\ \mathbf{S}_b = \begin{bmatrix} 0 & -V_{2,1} & -V_{3,1} \\ V_{2,1} & 0 & V_{2,3} \\ V_{3,1} & -V_{2,3} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -V_{3,1} \\ 0 & 0 & -V_{3,2} \\ V_{3,1} & V_{3,2} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

식 (18)을 이용하여 위치  $\hat{x}$ 에 있는 구조 변위의 설계 민감도를 구할 수 있다. 이 때, 보조 변위는 다른 보조식인 식 (22)에서 구한다.

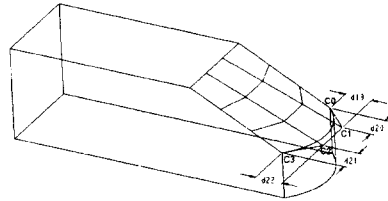
$$\begin{aligned} b_{\Omega}(\bar{\lambda}, \lambda) - \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^{*T} n d\Gamma + d_{\Omega}(\bar{\eta}, \eta) \\ - \omega^2 \iint_{\Gamma} \eta^* \bar{\lambda}^T n d\Gamma = \iint_{\Omega} \hat{\delta}(x-\hat{x}) \bar{\lambda} d\Omega \end{aligned} \quad (22)$$

## 5. 수치 해석 결과 및 고찰

Fig. 4에서처럼 단순 차량 모델은 B-spline 면을 포함하고 있다. CAD 모델은 Pro/ENGINEER를 사용하여 생성하였다.



(a) Simplified car model



(b) Design variable of CAD model

Fig. 4 Simplified car model

Fig. 4에서 설계 변수는 제어점 C2이고, 설계 영역이 3차원으로 변하기 때문에 형상 설계 속도뿐 아니라 좌표계 속도장도 고려해야 한다.

Pro/ENGINEER에서 생성한 기하학적 모델을 Fig. 5와 같이 MSC/PATRAN에서 350개의 사각 평판 요소로 유한 요소 모델을 생성하였다. x와 z 방향의 스프링 상수는 25N/mm, y 방향의 스프링 상수는 10N/mm이고, 각각의 감쇠는 10%이다. 가진력은 y 방향으로  $2.5 \times 10^5$ 으로 점 6에 가진된다. 측정점은 운전자의 좌석 위치인 절점 178의 y 방향이다.

모우드 주파수 응답 해석은 0 ~ 200 Hz 까지 계산된 45 개의 모우드를 사용하여 계산하였다. Fig. 6 에 40 ~ 65 Hz 까지의 운전자의 좌석에서의 변위 응답의 FRF 선도가 나타나 있다.

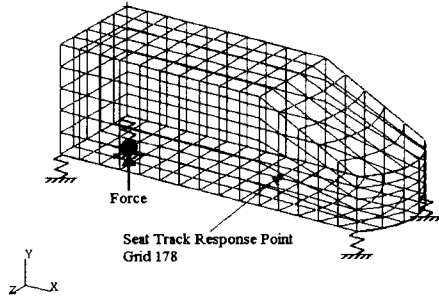


Fig. 5 Finite element model of simplified car

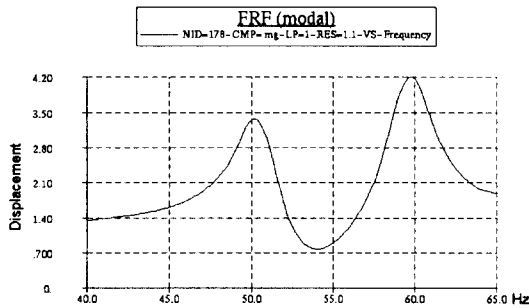


Fig. 6 FRF for modal frequency response analysis

경계 속도장은 Pro/DEVELOP 의 함수들을 사용하여 얻는다. 먼저 각 절점의 t 변수 값을 얻은 후 설계 변수의 변화에 따른 경계 곡선의 방정식에 대입하여 변화된 각 경계 절점의 좌표를 얻을 수 있다. 경계 절점의 변화 전후의 값을 비교하여 얻은 값이 경계 속도이다.

다음에 유한 요소 해석 프로그램에서 위의 경계 속도를 경계 조건으로 대입하여 영역에 대한 설계 속도장을 얻는다.

위에서 얻은 설계 속도장을 이용하여 설계 민감도 해석을 수행하였다. 설계 변수 C2 에 대한 각 절점의 변위 설계 민감도는 MSC/NASTRAN 과 연

속계 민감도 해석 프로그램인 CONTESA 를 이용하여 얻었다. 정확성을 비교하기 위하여 유한 차분법과 비교하였다. 여기서 유한 차분은 변화 전후의 변위를 비교하여 계산한다.

## 6. 해석 결과 및 검토

앞의 예제에서 CAD 모델의 치수나 제어점을 설계 변수로 사용하여 컨피규레이션 설계 민감도 해석을 실행하였다. Table 1 은 운전자의 좌석 (절점 178)에서의 변위에 대한 설계 민감도 값이다. 설계 민감도 값과 유한 차분법에 의해 구한 값을 비교하여 보면 비교적 정확하다는 것을 알 수 있다.

Table 1 Design sensitivity of displacement (y-direction at the seat track, node 178)

Freq. (Hz)	Perturbation $\delta d$	CFD $\Delta \psi$	$\psi'$	$\psi'/\Delta \psi \%$
50	1 mm	1.2552E-2	1.0471E-2	83.42 %
60	1 mm	6.9890E-3	8.1442E-3	116.53 %

여기서,  $\Delta \psi = \frac{\psi(d + \delta d) - \psi(d - \delta d)}{2\delta d}$  는 중간 유한 차분법이고  $\psi'$ 는 NASTRAN 의 설계 민감도이다

## 7. 결 론

본 연구에서는 소음/진동의 연속체 컨피규레이션 설계 민감도 해석 프로그램이 개발되었고, 민감도 해석에는 민들린 판과 티모셴코 보 이론을 사용하였다.

소음/진동의 컨피규레이션 설계 민감도 해석을 위하여 CAD 를 이용하여 형상 및 좌표계 설계 속도장을 계산하였고, 이를 이용하여 설계 민감도 해석을 수행하였다. 예제로부터 CAD 를 이용한 컨피규레이션 설계 민감도 해석이 일반적인 형상을 갖는 소음/진동 문제에 적용 가능성을 확인하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] E. Hardee, K. H. Chang, K. K. Choi, X. Yu, and I. Grindeanu, "A CAD-based design sensitivity analysis and optimization for structural shape design applications," *6th AIAA/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization Part1*, 1996, pp.77-87.
- [2] K. H. Chang, K. K. Choi, C. S. Tsai, C. J. Chen, B. S. Choi, X. Yu, "Design sensitivity analysis and optimization tool(DSO) for shape design application," *SAE 45th Earthmoving Industry Conference*, Paper No.941090, Peoria, Illinois, April 12 and 13,1994.
- [3] K. H. Chang, J. L. T. Santos, and K. K. Choi, "Shape design sensitivity analysis and a what-if design workstation for elastic structural components," *Technical Report R-93*, Center for Simulation and Design Optimization, The University of Iowa, December, 1990.
- [4] S. L. Twu and K. K. Choi, "Configuration design sensitivity analysis of built-up structure," Part 1, Theory, *Numerical Methods in Engineering 35*, 1992, pp.1127-1150.
- [5] J. L. Batoz, K. J. Bathe, and L. W. Ho, "A study of three node triangular plate bending elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering 15*, 1980, pp.1771-1812.
- [6] S. Wang and K. K. Choi, "Configuration design sensitivity analysis of transient response," *Proceeding of 33rd AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 1992, pp.1460-1470.
- [7] I. B. Shim, "Design sensitivity analysis of dynamic frequency responses of structural-acoustic systems," Ph.D. Thesis, The University of Iowa, 1993.
- [8] K. K. Choi and K. H. Chang, "A study of design velocity field computation for shape optimal design," *Finite Elements in Analysis and Design 15*, 1994, pp.317-341.