

내부에 길이방향 사각판이 부착된 원통셸의 자유진동해석

이영신*, 최명환**, 류충현**

Free Vibration Analysis of Circular Cylindrical Shells with Longitudinal, Interior Rectangular Plate

Y.S. Lee, M.H. Choi, C.H. Ryu

ABSTRACT

The analysis of the free vibrations of a circular cylindrical shell with a longitudinal, interior rectangular plate is performed. The natural frequencies and the mode shapes of the combined shells are experimentally obtained by impact testing using an impact hammer and an accelerometer. The effects of the position of the plate on the frequencies and mode shapes of the combined system are examined. The experimental results are compared with a finite element analysis and show good agreement.

1. 서론

원통셸은 비강성 및 비강도가 높은 구조물로서 항공, 조선, 원자력구조등에 널리 사용되고 있으며, 많은 연구자들에 의해서 연구되어 왔다[1]~[4]. 다양한 형태의 정적, 동적 하중하에서 셸 구조물을 설계하는데 있어 구조물의 진동특성을 예측하는 것은 공진으로 인한 파손 등의 안전성을 평가하는데 꼭 필요한 것이다. 원통셸의 진동특성인 고유진동수와 모드형상에 대한 셸의 기하학적 매개변수(길이/반경, 반경/두께)에 따른 정보는 셸 구조물의 설계를 위한 유용한 기초자료이다. 특히 항공기나 해양 구조물의 응용을 위한 많은 구조물들은 길이방향 판에 의해서 분할된 원통셸의 기초적인 형태를 갖고 있다. 예를 들면, 바닥판(floor plate) 구조를 갖는 잠수함이나 항공기의 동체 부분은 분할된 원통셸로서 이상화될 수 있다. 내부에 사각판이 결합되면 원통셸의 진동특성은 달라지며, 판이 결합되지 않은 셸에 대한 연구결과는 설계에 응용될 수가 없다.

따라서 내부에 길이방향으로 사각판이 결합되었을 때 셸의 진동에 대한 정보가 필요하다[5]~[7].

본 연구는 주파수분석기를 이용한 모달해석 실험을 통하여 내부에 길이방향 사각판이 부착된 원형 원통셸의 자유진동거동을 연구하는 것이다. 등방성재료로 제작된 외팔형 원통셸 구조물의 고유진동수와 모드형상을 구하였고, 셸 내부에 부착되는 판의 결합위치에 따른 영향을 연구하였다. 실험결과와 비교를 위해서 상용 유한요소 프로그램(ANSYS)을 이용한 해석을 수행하였고, 이들 두 결과들을 비교·고찰하였다.

2. 실험

2.1 실험시편 및 장치

내부에 길이방향의 사각판이 부착된 일단고정-일단자유 원통셸의 진동실험을 위한 시편을 제작하였고, 그림 1에는 실험시편에 대한 기하학적 형상 및 좌표계를 나타내었다. 원통셸은 외경 212 mm, 두께 3.0 mm 그리고 길이 500 mm의 크기를 갖는 등방성재료인 강철(steel)로 제작되었다. 내부에 부착된 사각판은 원통셸과 같은 재질, 두께, 길이를 갖고, 판의 부착위치는 그림 1에서와 같이 z_0

* 정희원, 충남대학교 기계설계공학과 교수

** 충남대학교 기계설계공학과 대학원

측을 기준으로 하여 θ_0 에 위치한 θ 좌표계로 표시하였다. 표 1에는 셸과 판의 크기 및 판의 부착 위치를 나타내었다.

실험에서 외팔형의 경계조건을 구현하기 위하여 사용한 고정지그(jig)는 1000 mm×800 mm×100 mm의 강체구조물로 네 개의 방진땀퍼를 갖고 있다. 지그의 총 중량은 800 kgf이며, 다양한 시편 착탈을 위해 50 mm간격의 T 슬롯으로 구성되어 있다. 유한요소 프로그램을 이용해 해석한 결과 지그의 기본진동수는 3 Hz이고, 이 진동수는 예상되는 셸의 진동수에 비하여 상대적으로 낮으며, 셸의 진동에 비해 강제로 고려할 수 있다.

시편에서 셸의 한쪽 단은 두께 13 mm의 350 mm×350 mm 판에 용접하였고, 고정판에는 8개의 M10 고정볼트를 이용하여 고정지그의 T 슬롯에 끼운 후 고정판 위에서 너트를 조여 고정하였다.

실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 이용하였다. 고유진동수와 모드형상을 구하기 위하여 ONO-SOKKI CF-920 모델의 주파수분석기(Fast Fourier Transformer : FFT)를 사용하였는데, 두 개의 채널을 갖는 것으로 측정 가능한 주파수의 범위는 1 Hz~100 kHz이고, 센서의 증폭 범위는 1 mV~50 V이다. 주파수 분석을 위한 입력신호는 PCB 086B03 SN 1983 충격해머로 가진하였고, 결합구조물의 응답신호는 PCB A352B18 SN 3984 가속도계를 사용하여 얻었다. 입력과 응답신호는 PCB Model 480D06 power unit를 사용하여 증폭하였고, 가속도계는 왁스를 사용하여 시편에 부착하였다. 그리고 실험을 통하여 얻은 주파수응답곡선(Frequency Response Function : FRF)을 출력하기 위하여 ONO-SOKKI CX-337 color plotter를 사용하였다.

2.2 실험방법

셸과 판의 결합구조물에 대한 고유진동수 및 모드형상을 결정하기 위한 실험은 충격가진법에 의한 주파수분석으로 수행되었다. 실험에 앞서 모드형상을 결정하기 위하여 시편에 길이방향과 원주방향으로의 가진점을 표시하고, 시편을 고정지그에 고정된 다음, 주파수분석기에서 진동수의 측정범위와 센서의 민감도 및 증폭범위를 세팅한다.

충격가진법에서는 충격해머에 의한 가진이 입력신호로 들어가고, 가속도계의 응답신호가 주파수 분석기에 입력되어 전달함수의 피이크(peak)응답이

일어나고 위상각(phase angle)이 바뀌는 곳에서 고유진동수를 결정한다. 이때 주파수응답곡선은 원하는 가진점을 정확히 가진하지 못하는 경우의 불규칙한 신호로 인한 오차를 줄이기 위하여 8회를 가진함으로써 이들을 평균하여 얻었다.

실험으로 결정한 내부에 사각판이 부착된 원통셸의 고유진동수에서 구조물이 어떤 모드로 거동하는가를 모드형상을 통하여 입증할 필요가 있다. 실험을 통하여 모드형상을 결정하는 데에는, 우선 시편을 가진하여 상대변위를 얻고자 하는 가진점을 결정해야 하고, 주파수응답곡선에서 고유진동수를 결정해야 한다. 본 연구에서는 판의 모드형상을 얻기위하여 길이방향(x_p) 10 point와 넓이방향(y_p) 6 point의 가진점, 셸에 대하여 길이방향(x_s) 10 point와 원주방향(y_s) 16 point의 가진점을 이용하였다. 모드형상은 예상되는 변위가 발생하지 않는 노달라인(nodal line)을 피하여 가속도계를 부착하고, 각 절점을 가진하여 주파수응답곡선의 허수부(imaginary part)에서 상대변위를 결정하고, 이들을 연결하여 결정하였다. 그림 2는 판과 셸이 결합된 구조물의 고유진동수와 모드형상을 결정하기 위한 실험장치의 개요를 보여주고 있다.

3. 유한요소해석

실험결과와의 비교를 위해서 상용유한요소 프로그램인 ANSYS 코드를 이용한 해석을 수행하였고, 고유진동수 및 모드형상을 비교·검토하였다. 유한요소 해석은 내부에 사각판이 부착되지 않은 경우와 셸의 내부 θ_0 위치에 판이 부착된 경우에 대하여 수행하였다.

그림 3은 $\theta_0=120^\circ$ 의 위치에 길이방향 내부 사각판이 부착된 외팔 원통셸의 유한요소 모델을 나타낸다. 유한요소 모델링은 셸의 반경에 대한 두께의 비(R/h_s)가 34.8(104.5/3)로서 얇은 셸로 볼 수 있기 때문에 셸요소를 사용하였다. 사용된 요소는 4개의 절점으로 구성된 탄성 셸요소(Shell63)이고, 절점당 $U_x, U_y, U_z, ROTX, ROTY, ROTZ$ 의 6자유도를 갖는다. 셸과 판의 결합구조물에 대한 모델링에서 셸에 대하여 원주방향 24개의 메쉬, 판의 넓이방향(y_p)에 대하여 판의 부착위치가 $\theta_0=90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 일 때 각각 8, 6 그리고 4개의 메쉬를 생성하였다. 또한 판과 셸의 길이방향에 대하여 20개의 메쉬로 모델링하였다. 모델에 대한 전체

요소수는 852개이고, 총 자유도(degree of freedom : DOF)는 4908이다.

유한요소 해석에서 경계조건은 그림 3에서와 같이 셀의 한쪽 단을 고정하기 위한 판을 모델링하고, 고정판의 나사체결부에 해당하는 절점을 고정하였다. 또한 셀 내부에 부착된 사각판은 길이방향(x_p)으로 양단이 셀에 고정되고, 다른 두단은 자유인 것으로 고려하였다.

4. 결과 및 고찰

실험을 통하여 내부에 사각판이 부착된 원통셀의 고유진동수와 모드형을 결정하였고, 결과들은 유한요소 해석결과와 비교하고, 고찰하였다. 실험에 사용된 시편들은 모두 등방성재료인 강철로 제작되었고, 다음과 같은 기계적 물성값을 갖고 있으며, 유한요소해석에서 사용하였다.

탄성계수(E) : 206 GPa

밀도(ρ) : 7850 kg/m³

프와송비(ν) : 0.3

표 2는 원통셀을 모델링할 때 실험 경계조건에 근사한 고정부의 13 mm 사각판을 모델링하는 경우와 하지 않는 경우의 결과를 비교하기 위하여 나타내었다. 표에서 FEM1은 셀의 고정부 판을 모델링하여 볼트체결 부분의 절점을 고정하였을 때의 결과이고, FEM2는 고정부 판을 모델링하지 않고 셀의 한쪽 끝단을 고정하였을 때의 결과를 나타낸 것이다. 실제 경계조건에 근접하게 모델링한 FEM1의 결과가 실험치에 더 근사한 결과를 보였다. 셀의 내부에 사각판이 부착되지 않고, 고정부 판을 모델링하여 해석하였을 때, 셀의 기본진동수는 265 Hz이고, 2차 모드에서 실험결과와 최대 12%의 오차를 보였다. 실험에 의한 모드형상은 2차와 3차 그리고 6차와 7차에서 모드수가 서로 바뀌어 나타났다. 셀 내부에 판이 부착되지 않았을 때의 결과들로부터 유한요소 모델은 실제 형상에 가깝게 고정부 판을 모델링하여 해석하는 것이 타당한 것으로 생각되었으며, 이후의 셀 내부에 사각판이 부착되었을 때의 유한요소 해석결과는 고정부 판을 모델링하여 해석한 결과를 제시하였다.

그림 4는 중앙에 사각판을 갖는 셀의 주파수 응답곡선을 나타내었다. 실험에 의한 주파수응답곡선에서는 시스템의 진동에 대하여 오름차순의 진동수로 나타나며, 각각의 진동수에 대하여 모드형을 구함으로써 판과 셀의 모드수를 결정할 수 있다.

표 3에는 중앙($\theta_0 = 90^\circ$)에 길이방향 사각판이 부착된 셀의 고유진동수와 모드수를 제시하였다. 기본진동수는 267.5 Hz로 내부 사각판의 y_p 방향 1차 굽힘모드이고, 2차 진동수에서는 판과 셀의 모드가 연성되어 나타나며, 길이방향에 대하여 판과 셀의 1차 굽힘모드를 보였다. 또한 2차 진동수에서 셀의 원주방향 모드수는 2를 갖고, 사각판은 y_p 방향 2의 반파수를 갖는 모드가 나타났다. 사각판이 셀의 중앙에 부착되어 있을 때 저차 모드에서는 판과 셀의 모드가 분리되어 나타났으나, 고유진동수가 높아지는 고차모드에서는 판과 셀의 모드가 연성되어 각각의 모드를 구별하기가 어려움이 있었다. 그리고 실험결과와 유한요소해석의 결과들은 서로 잘 일치하지만, 고차 모드로 갈수록 판과 셀의 모드수는 순서가 바뀌어 나타나고, 이것은 판과 셀 사이의 결합강성과 경계조건의 영향 때문이라 생각된다.

셀의 내부에 부착되는 판의 위치변화에 따른 고유진동수의 변화를 표 4에 나타내었다. 실험과 유한요소해석을 통한 오름차순의 고유진동수들은 잘 일치하였다. 셀 내부 사각판의 부착위치가 중앙에서 멀어짐에 따라 판이 결합된 셀의 1차와 2차 진동수는 증가하다 감소하였고, 3차 이상에서는 증가하는 경향을 보였다. 1차와 2차 모드에서 판의 부착위치에 따라 변화가 있는 것은 판이 셀의 중앙에 부착되었을 때 1차의 기본진동수는 판의 모드이고, 2차는 셀의 모드가 강하게 나타나지만, 판의 부착위치가 중앙에서 멀어짐에 따라 1차 모드가 셀에서 나타나기 때문이다. 또한 셀의 중앙에 판이 부착되면 표 3에서 보인바와 같이 판의 모드가 많이 나타나지만, $\theta_0 = 150^\circ$ 에서는 판 보다는 셀의 모드가 주로 나타났기 때문에 고차모드에서의 진동수들이 높게 나타난 것이다.

그림 5~9에는 실험을 통한 판 부착된 원통셀의 모드형을 나타낸 것으로, 점선은 변형전의 결합셀 형상이고 실선은 각 진동수에서의 모드형상이다. 그림 5는 셀의 중앙에 사각판이 부착되었을 때의 z_p 축 단면의 길이방향 모드형을 보인다. 8차까지의 진동수에서 셀은 1차 굽힘모드를 보였고, 고차모드로 갈수록 길이방향 사각판의 모드수가 증가하여 4차 굽힘모드까지 나타났다. 그림 6~9는 셀 내부 사각판의 부착위치에 따른 모드형상의 변화를 나타내었다. 그림들은 결합셀의 자유단쪽 단면에서의 각 진동수별 판과 셀의 모드형을 나타낸 것으로, S(m,n)은 셀의 길이방향과 원주

방향 반파수 그리고 $P(m,n)$ 은 사각판의 길이방향 (x_p)과 넓이방향(y_p)의 반파수를 나타낸다. 사각판이 셀의 중앙에 부착되었을 때 저차 진동수에서는 주로 판의 모드가 나타났으며, $\theta_o = 120^\circ$ 에서는 판과 셀의 모드가 연성되어 나타났다. 또한 $\theta_o = 150^\circ$ 에 판이 부착되면 셀의 모드가 강하게 나타나며, 연성되어 나타나는 판의 y_p 방향 모드는 비틀림 모드를 보였다.

5. 결론

내부에 길이방향 사각판이 부착된 원통셀의 자유진동해석을 실험과 유한요소해석을 통하여 수행하였다. 이들 두 결과는 잘 일치하였고, 사각판이 셀의 내부에 부착되었을 때 판과 셀의 기본진동수는 유사한 값을 보이고, 판의 부착위치가 중앙에서 멀어질수록 고차 모드에서의 고유진동수는 증가하였다. 셀의 중앙에 판이 부착되었을 때 저차 모드에서 판과 셀의 모드들이 뚜렷하게 분리되어 나타났고, 기본진동수는 판에서의 모드였다. 또한 사각판의 부착위치가 중앙에서 멀어지고, 고차모드로 갈수록 판과 셀의 연성효과는 뚜렷하게 나타났다. $\theta_o = 150^\circ$ 에 판이 부착된 경우에는 셀의 모드가 주로 나타나기 때문에 고차모드에서 진동수가 상당히 증가하며, 셀과 연성되어 나타나는 y_p 방향 사각판의 모드는 비틀림 모드였다.

※ 참고문헌

- (1) A.W. Leissa, 1973, "Vibration of Shells", NASA SP-128.
- (2) S. Azimi, J.F. Hamilton and W. Soedel, 1986, "Natural Frequencies and Modes of Cylindrical Polygonal Ducts Using Receptance Methods", Journal of Sound and Vibration, Vol. 109, No. 1, pp. 79~88.
- (3) D.T. Huang and W. Soedel, 1993, "Study of the Forced Vibration of Shell-Plate Combinations Using the Receptance Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 166, No. 2, pp. 341~369.
- (4) 임정식, 1996, "일단고정-일단자유 원통셀의 고유진동해석", 한국소음진동공학회지, 제 6 권, 제 1 호, pp. 45~56.
- (5) M.R. Peterson and D.E. Boyd, 1978, "Free

Vibrations of Circular Cylinders with Logitudinal, Interior Partitions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 60, No. 1, pp.45~62.

(6) T. Irie, G. Yamada and Y. Kobayashi, 1984, "Free Vibration of Non-Circular Cylindrical Shells with Longitudinal Interior Partitions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 96, No. 1, pp.133~142.

(7) J. Missaoui, L. Cheng and M.J. Richard, 1995, "Free and Forced Vibration of a Cylindrical Shell with a Floor Partition", Journal of Sound and Vibration, Vol. 190, No. 1, pp.21~40.

(8) W. Soedel, 1993, "Vibrations of Shells and Plates", 2nd ed., Marcel Dekker, Inc..

(9) Swanson Analysis Systems Inc., 1992, "ANSYS User's Manual : Volume III Elements"

Table 1. Dimension of specimens and locations of the interior plate

Shell	Length (mm)		500.0
	Radius (mm)		104.5
	Thickness (mm)		3.0
Plate	Length (mm)		500.0
	Thickness (mm)		3.0
	Location & Width (mm)	$\theta_o = 90^\circ$	209.0
		$\theta_o = 120^\circ$	181.0
$\theta_o = 150^\circ$		104.5	

Table 2. The frequency comparison with experimental and FEM results for the isotropic steel cantilevered cylindrical shell

Method Mode	Frequency (Hz)		
	Experiment	FEM1	FEM2
1st	265 (1,2)*	282 (1,2)	309 (1,2)
2nd	470 (1,1)	535 (1,3)	541 (1,3)
3rd	550 (1,3)	555 (1,1)	651 (1,1)
4th	855 (2,3)	854 (2,3)	877 (2,3)
5th	1020(1,4)	1002(1,4)	1008(1,4)
6th	1135(2,2)	1128(2,4)	1137(2,4)
7th	1160(2,4)	1170(2,2)	1209(2,2)
8th	1560(3,4)	1548(3,4)	1555(1,5)

* : (m,n)=Axial and circumferential half wave no.

Table 3. Frequencies and mode numbers of a partitioned shell with the plate at the center

Mode	Experiment		FEM	
	Wave No.*	Freq.	Wave No.	Freq.
	Shell Plate	(Hz)	Shell Plate	(Hz)
1st	- (1,1)	267.5	- (1,1)	267.7
2nd	(1,2) (1,2)	275.0	(1,2) (1,2)	286.3
3rd	- (2,2)	327.5	- (2,2)	348.5
4th	(1,1) -	390.0	(1,1) -	438.2
5th	(1,1) (3,1)	422.5	- (3,1)	450.0
6th	(1,1) (1,3)	445.0	(1,1) (1,3)	480.5
7th	(1,3) (3,1)	535.5	- (4,1)	595.9
8th	(1,3) (4,1)	632.5	(1,3) (1,3)	634.9

* : Number of half waves for the shell and plate
 S : (m,n)= Axial(x_s -dir.) and circumferential dir.
 P : (m,n)= Axial(x_p -dir.) and y_p -direction

Table 4. Natural frequencies of a partitioned shell for various locations of the plate

Mode	Natural Frequency (Hz)					
	$\theta_o = 90^\circ$		$\theta_o = 120^\circ$		$\theta_o = 150^\circ$	
	Exp.	FEM	Exp.	FEM	Exp.	FEM
1st	267.5	267.7	282.5	294.9	277.5	281.7
2nd	275.0	286.3	295.0	346.9	285.0	288.1
3rd	327.5	348.5	335.0	423.8	397.5	454.0
4th	390.0	438.2	400.0	432.8	482.5	455.9
5th	422.5	450.0	435.0	440.7	545.0	555.5
6th	445.0	480.5	467.5	489.2	567.5	631.4
7th	535.5	595.9	507.5	553.4	825.0	837.3
8th	632.5	634.9	545.0	566.3	907.5	921.1

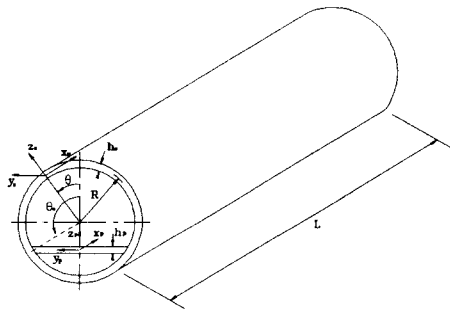


Fig. 1. Geometry of a circular cylindrical shell with a longitudinal partitioning plate

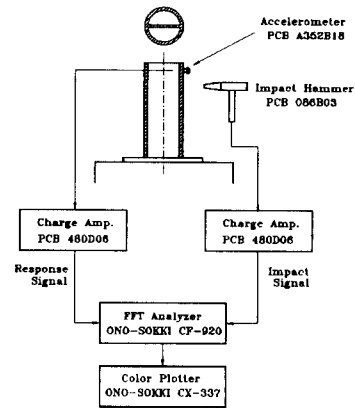


Fig. 2. Schematic diagram of test equipments

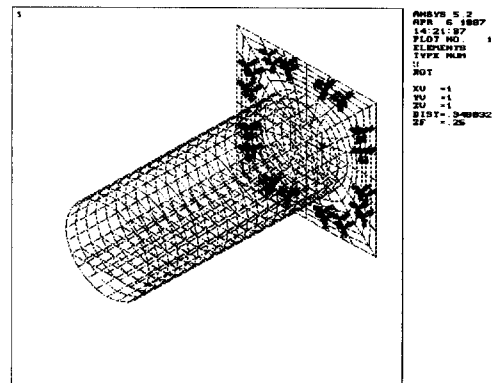


Fig. 3. Finite element model of the shell with the plate at the $\theta_o = 120^\circ$

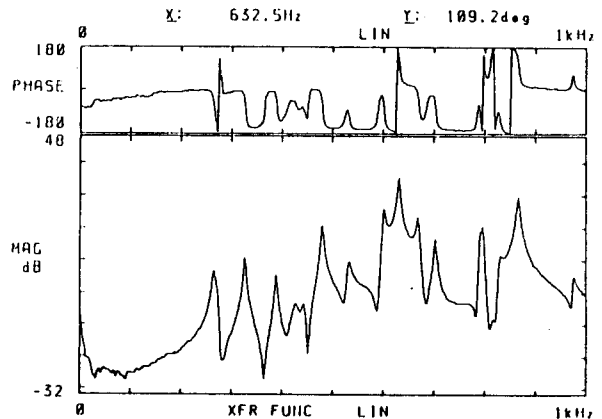


Fig. 4. A typical frequency response function of the shell with the plate at the center

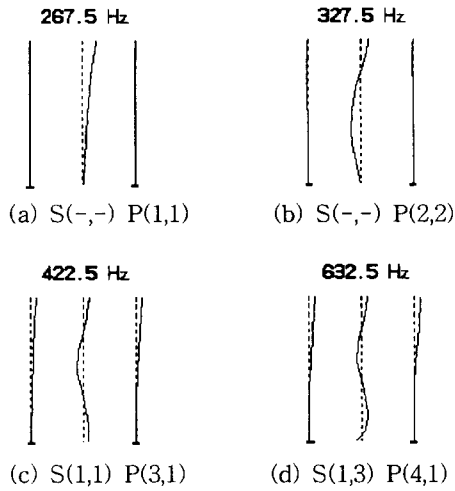


Fig. 5. A typical longitudinal mode shapes of the shell with the plate at the center

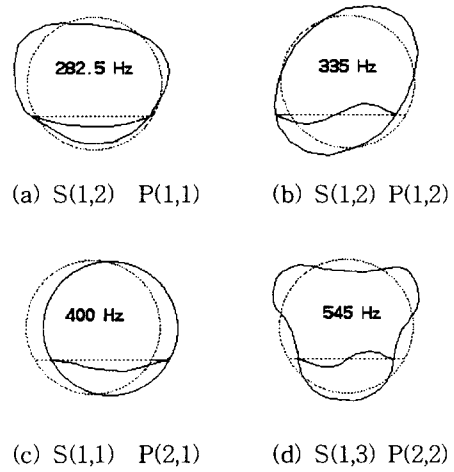


Fig. 8. Mode shapes for the shell with the plate location, $\theta_0 = 120^\circ$

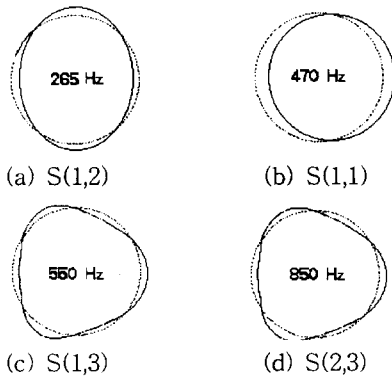


Fig. 6. Mode shapes for the isotropic cantilevered cylindrical shell without a plate

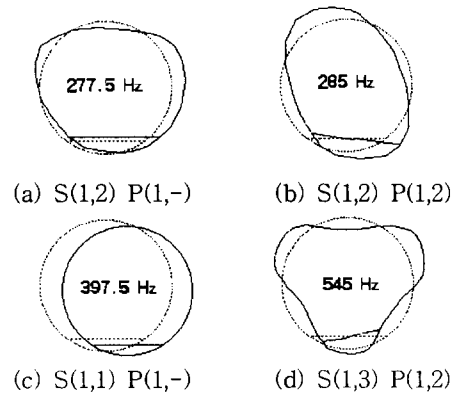


Fig. 9. Mode shapes for the shell with the plate location, $\theta_0 = 150^\circ$

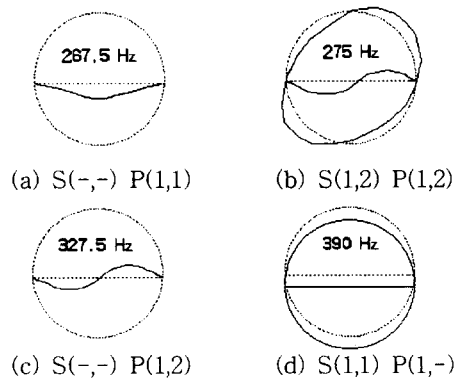


Fig. 7. Mode shapes for the shell with the plate location, $\theta_0 = 90^\circ$