

# 분할판을 이용한 원형실린더 유동소음의 제어

유동현,\* °최해천,\*\* 최명렬,\*\*\* 강신형\*\*\*\*

## Control of flow-induced noise from a circular cylinder using a splitter plate

Donghyun You, Haecheon Choi, Myung-Ryul Choi, Shin-Hyoung Kang

### Abstract

Laminar vortex sheddings behind a circular cylinder with and without splitter plates attached to the circular cylinder at low Reynolds numbers are simulated by solving the unsteady incompressible Navier-Stokes equations. The Strouhal number, lift and drag rapidly change with the splitter plate. Far-field noise from the vortex shedding behind the cylinder is computed using the Lighthill acoustic analogy and the Curle's solution for the Lighthill equation. The acoustic source functions are obtained from the computed near-field velocity and pressure. Numerical results show that the volume quadrupole noise is small at low Mach numbers, compared with the surface dipole noise. Also the amplitude and frequency of the acoustic density fluctuations are varied with the length of splitter plates. The scattering effects at the edge of a splitter plate are considered by using the half-plane Green's function.

### 1. 서 론

실린더주위를 흐르는 유동은 실린더 표면에서 보텍스를 생성시켜 실린더의 항력과 양력에 주기적인 변화를 일으키고, 유동장을 교란시킨다. 보텍스 shedding에 의한 이러한 소음발생원을 적절히 제어하고 예측하는 것은 많은 유동소음 문제에 중요한 기술이다. 그러나 이론적으로 혹은 실험적으로 이러한 문제를 예측하고 제어하는 데는 많은 제약이 있다. 또한 기존의 단순화된 수치기법은 난류에 의한 소음원 해석에 적절한 방법이 되지 못한다. 최근에는 비교적 간단한 형상에 대하여 직접 수치모사(DNS) 혹은 대와류모사법(LES)등을 통하여 난류의 경우에도 매우 정확한 해를 구할 수 있게 되었다. 그 중 압축성 직접 수치 모사법으로 밀도 혹은 압력의 분포를 정확하게 모사할 수 있지만 이 경우 소음원으로부터 원거리까지의 양상을 예측하

는 것은 거의 불가능하다. 그러나 낮은 마하 수에 대해서는 근거리에서  $O(M^2)$ 의 압축성 효과로 인해 비압축성 수치모사를 통하여 속도성분과 압력성분을 시간과 공간에 대하여 정확히 구하고 이를 소음원 함수로 하여 원거리에서의 밀도요동을 Lighthill<sup>(1)</sup> 상사이론을 통하여 적절히 구할 수 있다. Lighthill은 난류유동에 의해 발생하는 밀도요동에 대한 대류 파동 지배방정식을 유도하고 선형화된 비점성 가정으로는 모사할 수 없는 비선형 소음원을 보였다. 이러한 사중극 소음원은 높은 마하 수의 제트유동 소음에서 지배적인 역할을 한다. Curle<sup>(2)</sup>은 Lighthill 상사이론을 확장하여 고체 경계면이 있는 경우에 대해서 대류 파동 지배방정식의 해를 구하였으며 전체 소음장은 홀극과 이중극 그리고 사중극의 조합으로 표현됨을 보였다.

실린더주위의 주기적인 보텍스 shedding에 의해 발생하는 소음원은 이중극과 사중극의 조합으로 구성된다. 실린더 벽면에서의 압력요동과 점성마찰은 이중극 특성을 갖는 소음원이 되고 보텍스 shedding에 의해 교란된 후류영역은 비선형 사중극 특성의 소음원이 된다. 이와 비슷한 메커니즘은 익형 주위의 유동에 의해서도 발생된다 (Wang et al.<sup>(3)</sup>).

실린더주위 보텍스 shedding의 주기적인 특성은 스트

\*. \*\*\*서울대학교 대학원 기계공학과

\*\*\*\*서울대학교 공과대학 기계공학과

로울 수 ( $St = fd/u_\infty$ )로 표현된다. 여기서  $f$ 는 주파수,  $d$ 는 실린더 지름,  $u_\infty$ 는 자유 유동 속도를 나타낸다. 이러한 스트로울 수의 변화는 소음장의 주기적인 특성에 중요한 영향을 끼친다. 또한 실린더 주위의 항력과 양력을 변화시킬 뿐만 아니라 후류의 교란 영역에도 영향을 준다. 따라서 적절한 방법을 사용하여 보텍스 shedding을 제어할 수 있다면 실린더주위의 항력과 양력 그리고 교란영역을 변화시킬 수 있고 이렇게 하여 소음장도 제어할 수 있다. 본 연구에서는 간단하면서도 효과적인 제어방법으로 분할판을 사용하였다.

Kwon & Choi<sup>(4)</sup>는 낮은 레이놀즈 수의 층류 보텍스 shedding을 분할판을 사용하여 적절히 제어할 수 있음을 수치해석을 통하여 보였다. 레이놀즈 수가 120보다 작은 경우에는 분할판의 길이가 길어짐에 따라 스트로울 수가 계속해서 감소하는 양상을 보이고 120보다 커지면 분할판의 길이가 실린더 직경 정도가 될 때까지 급격히 감소하다가 길이가 실린더 직경의 2배가 될 때까지 다시 증가하게 된다. 길이가 더욱 길어지면 이때부터는 스트로울 수가 계속해서 감소하게 된다. 높은 레이놀즈 수 영역의 난류 유동에 대해서는 실험을 통한 결과가 제시되어 있다(Gerrard<sup>(5)</sup>, Apelt et al.<sup>(6)</sup>, Cimbala & Garg<sup>(7)</sup>). 이 경우는 레이놀즈 수가 120보다 큰 층류 보텍스 shedding의 경우와 비슷한 양상을 보인다. 따라서, 본 연구에서는 스트로울 수 변화 양상이 다른 레이놀즈 수 100인 경우와 160인 경우를 수치 모사하였다.

한편 분할판과 같이 날카로운 끝을 가진 물체가 있는 경우 이 끝 부분으로부터 가까운 영역에 존재하는 소음원에 의하여 산란 소음장이 발생한다. Crighton & Leppington<sup>(8,9)</sup>은 반 무한 평판에 의해 발생하는 산란 소음장을 Wiener-Hopf 기법을 사용하여 수식적으로 해석하였다. Ffowcs Williams & Hall<sup>(10)</sup>도 이 문제를 고려하여  $U^6$  법칙과  $\sin^2(\theta/2)$ 의 방향성을 제시하였다. 본 연구에서는 Howe<sup>(11)</sup>의 2차원 반 무한 평판 Green 함수를 사용하여 이 효과를 고려하였다.

## 2. 음향학적 상사이론

소음원으로부터 전파되는 밀도 요동은 Lighthill<sup>(1)</sup>에 의해 유도된 대류 파동 방정식에 의해 지배된다.

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \right)^2 - \frac{1}{M^2} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \right] \rho = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

여기서

$$T_{ij} = \rho(u_i - \delta_{ij})(u_j - \delta_{ij}) + \delta_{ij} \left( p - \frac{\rho}{M^2} \right) - \tau_{ij}$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)$$

이며 각각 Lighthill 응력 텐서와 Stokes 응력 텐서의 점성항을 나타낸다. 위에서 모든 변수는 실린더 직경과 자유 유동 속도로 무차원화 되었으며  $Re$ 와  $M$ 은 각각 레이놀즈 수와 마하 수를 나타낸다. 이때 유체 사이를 통과하는 고체 표면에 의해 생성되는 소음을 고려한 해는 Curle<sup>(2)</sup>에 의해 유도되었다. 본 연구에서 모사된 유동장은 2차원 무한 횡 방향의 실린더에 대한 것이다. 따라서 음향학적 상사식의 2차원 해를 구하여 사용하였다<sup>(12)</sup>.

또한 단위 소음 파장보다 작은 소음 원천항 영역에 대하여는 compact 소음원 가정이 가능하다. 이때 Curle의 식은 다음과 같다.

$$\rho(\mathbf{x}, t) - 1 = \frac{M^3}{2\pi} \frac{x_i}{x} \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t^*} \int n_j \dot{p}_{ij}(\mathbf{y}, t^*) dy d\xi + \frac{M^4}{2\pi} \frac{x_i x_j}{x^2} \int_0^\infty \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} \int T_{ij}(\mathbf{y}, t^*) d^2 y d\xi \quad (2)$$

여기서  $\dot{p}_{ij} = p\delta_{ij} - \tau_{ij}$ ,  $t^* = t - M|\mathbf{x}| \cosh \xi$ 이며  $\xi$ 는 Hankel 함수의 적분 변수이다. 이때,  $\mathbf{x}$ 는 관찰 지점 위치 벡터이고,  $\mathbf{y}$ 는 소음 원천항 요소의 위치 벡터이다.  $n_j$ 는 고체 표면에 대한 외향 단위 방향 벡터이다. 또한 전체 소음장에 기여하는 이중극, 사중극 특성의 소음원은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \dot{D}_i(t^*) &= \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t^*} \int n_j \dot{p}_{ij}(\mathbf{y}, t^*) dy d\xi, \\ \ddot{Q}_{ij}(t^*) &= \int_0^\infty \frac{\partial^2}{\partial t^{*2}} \int T_{ij}(\mathbf{y}, t^*) d^2 y d\xi \end{aligned} \quad (3)$$

한편 분할판의 끝 가까이 존재하는 소음원들에 의해 발생하는 산란 소음장은 다음의 Helmholtz 방정식에 의해 지배된다<sup>(11)</sup>.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} + k^2 \right) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = -\delta(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4)$$

여기서  $G$ 는 반 무한 평판의 산란 소음장에 대한 Fourier 변환된 Green 함수로써 Wiener-Hopf 기법<sup>(8,9)</sup>에 의하여 유도되어진다. Green 함수 방법에 의해 해는 다음과 같이 구하여 진다 (Fig. 1).

$$\rho_s(\mathbf{x}, t) - 1 = \frac{M^2}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{R}} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \int ([T_{11}] - [T_{22}]) \cdot \sin \frac{3\theta_0}{2} \cdot \frac{1}{r_0 \sqrt{r_0}} - 2[T_{12}] \cos \frac{3\theta_0}{2} \cdot \frac{1}{r_0 \sqrt{r_0}} d^2 \mathbf{y} \quad \dots \dots \dots (5)$$

식(5)에서  $[T_{ij}] = T_{ij}(t - M \cdot R)$  이다.

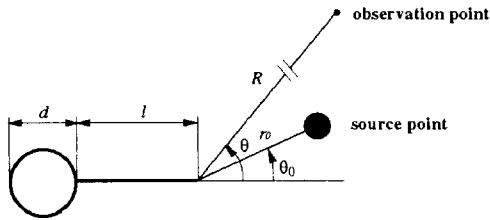


Fig. 1. Computational geometry

### 3. 수치해석 기법

유동장의 해석은 무한 횡 방향의 실린더가 2차원 비정상 유동장에 놓인 경우에 대해 이루어졌다. 이때 사용된 레이놀즈 수 ( $Re = u_\infty d / \nu$ )는 100과 160 이고 마하 수 ( $M = u_\infty / c$ )는 0.01이다.

Lighthill 상사 이론에 의하면, 음향학적 원천항 함수는  $O(M^2)$ 의 압축성 효과에 의해 주어지는 비압축성 유동 근사법에 의해 결정되어진다. 유동장의 지배 방정식은 일반화된 좌표계에서 공간 차분에 대해 2차 중심 차분법을, 시간에 대해 Crank-Nicolson 방법을 사용한 코드로 수치 해석하였다<sup>(13)</sup>. 계산에 사용된 격자계는 576x121의 C-type 엇갈림 격자계이며, 계산 영역은 소음원이 되는 교란 유동장을 충분히 포함할 수 있도록 실린더 입구, 상하로 각각 실린더 직경의 50배로 하였고 출구방향으로는 100배로 하였다. 계산 시간 간격은  $\Delta t = 0.02$  를 사용하였다. 실린더 표면과 분할판에 대해서는 no-slip 속도 조건을 주었으며 격자계 바깥 경계에 대해서는 자유 유동 조건,  $u_i = (1, 0)$ , 을 주었다.

### 4. 결과 및 토의

본 연구는 분할판 ( $l = 1d, 2d, 3d$ )을 부착한 경우와 부착하지 않은 경우에 대하여 수행되었다. 분할판이 부착되지 않은 실린더의 경우 레이놀즈 수 100에서 최대 보텍스의 크기는 대략 실린더 직경

정도의 크기를 가지므로 실린더 직경과 같은 크기의 분할판이 부착되는 경우 스트로울 수의 급격한 감소가 있고 길이에 따라 계속 감소한다. 그러나 레이놀즈 수가 160이 되면 이와는 달리 분할판의 길이가 실린더 직경의 1배 이상에서 스트로울 수가 다시 증가하는 경향을 보인다. 이는 레이놀즈 수 160에서 실린더 직경의 1배 이상의 길이의 분할판을 부착한 경우 분할판 끝에서 2차 보텍스가 발생하기 때문이다<sup>(4)</sup>. 이 2차 보텍스의 크기는 실린더 주위의 주 보텍스에 비해 크기는 작지만 강도는 거의 비슷한 수준이다 (Fig. 2).

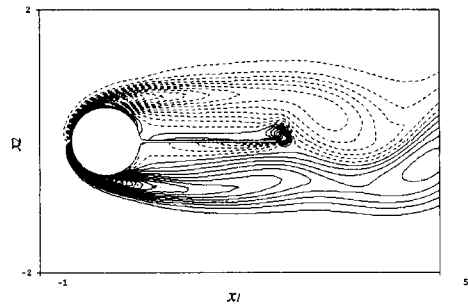


Fig. 2. Vorticity contour at  $Re=160$  with the splitter plate of  $l=2d$ . Contour levels: from -19.28 to 19.28 by 0.4

분할판을 부착한 후 변화하는 특성 중 소음 원천 항에 큰 영향을 주는 것은 항력과 양력의 변화이다. 항력과 양력의 주기적인 변화는 고체 표면에서 이중극 특성을 갖는 소음원이 된다. 레이놀즈 수가 100인 경우는 실린더 표면에서 발생하는 항력과 양력의 시간에 대한 변화량인 항력, 양력 소음 이중극의 변화 폭이 크게 감소하게 된다 (Fig. 3). 그러나 레이놀즈 수가 160인 경우는 항력의 평균값은 분할판의 길이가 길어짐에 따라 계속 감소하는 경향을 보이지만 분할판의 길이가 실린더 직경의 2배인 경우 항력의 섭동량은 증가하는 현상을 보인다 (Fig. 4). 따라서 이 값의 미분량인 항력 이중극의 값은 분할판의 길이가 실린더 직경의 2배일 때 증가하는 경향을 보인다. 또한 양력의 경우도 분할판의 길이에 따른 변화 양상이 크게 달라져서 분할판의 길이가 실린더 직경의 2배 일 때 오히려 양력의 섭동량과 양력 이중극의 섭동량이 증가하는 현상을 보인다 (Fig. 4(b)). 항력 이중극과 양력 이중극을 비교하면 분할판의 부착 여부와 관계없이 양력 이중극의 크기가 실린더 표면에서의 지배

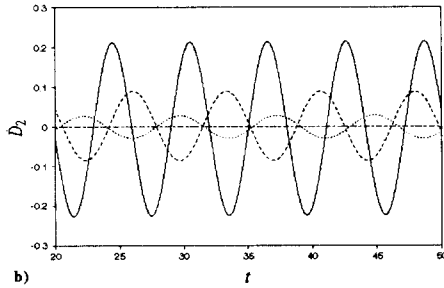
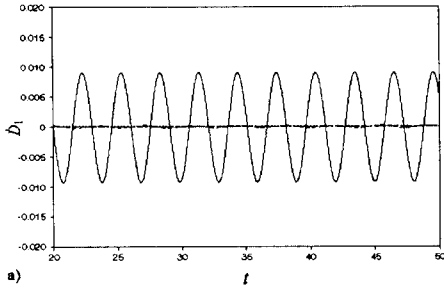


Fig. 3. Dipole sources at Re=100 : (a) drag dipole; (b) lift dipole. —, l=0d; ---, l=1d; ····, l=2d; -·-·, l=3d

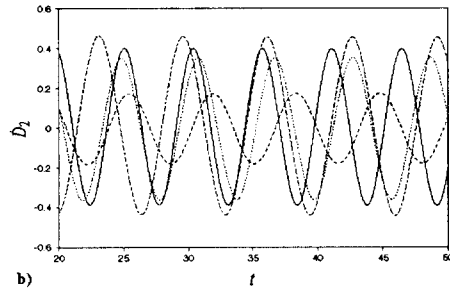
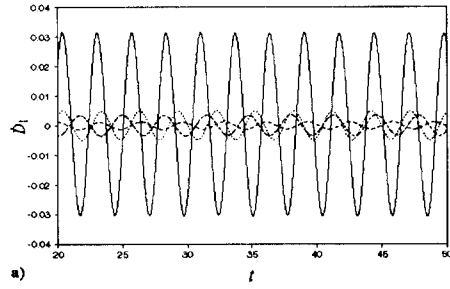


Fig. 4. Dipole sources at Re=160 : (a) drag dipole; (b) lift dipole. —, l=0d; ---, l=1d; ····, l=2d; -·-·, l=3d

적 소음원임을 알 수 있다.

한편 실린더 주위와 후류에서의 보텍스 shedding에 의한 비정상 유동장에서의 레이놀즈 응력 변화는

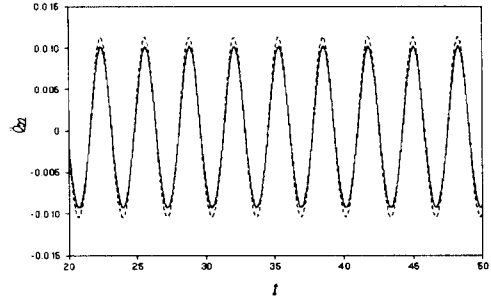


Fig. 5. Active flux problem of  $\dot{Q}_{22}$  at Re=100 with the splitter plate of  $l=2d$  : ····,  $x_{1,max}=50d$ ; ---,  $x_{1,max}=80d$ ; -·-·,  $x_{1,max}=90d$ ; —,  $x_{1,max}=100d$

사중극의 특성을 갖는 소음원이 된다. 그러나 이러한 사중극 소음원의 해석에는 특히 출구경계에서의 유속(flux) 문제의 해결이 중요하다. 교란된 와류가 계산경계에 의해 인위적으로 차단되는 경우 강력한 의사 소음이 발생하여 전체소음장을 오염시키는 것으로 알려져 있기 때문이다<sup>(3)</sup>. 따라서 본 연구에서는 출구경계( $x_{1,max}$ )를 실린더 지름의 50배에서 100배까지 확장하여 약 80배 정도 이상을 경계로 잡는 경우 전체 소음원으로써의 교란 유동장이 완전히 포함되는 것을 확인할 수 있었다 (Fig. 5). 레이놀즈 응력의 체적 적분 값의 시간에 대한 이차 변화량인 사중극의 경우  $\dot{Q}_{11}$ ,  $\dot{Q}_{12}$ ,  $\dot{Q}_{22}$ 는 레이놀즈 수 100, 160인 경우 모두 분할판의 길이가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보인다 (Figs. 6, 7). 그러나 분할판의 길이가 증가될 때의 변화는 분할판이 없는 경우에 실린더 직경크기의 분할판이 부착될 때의 큰 변화보다는 상대적으로 작았다.

이중극과 사중극의 크기를 보면 이중극중 지배적인 소음원인 양력 이중극과 사중극중 지배적인 소음원인  $\dot{Q}_{12}$ 가 비슷한 크기를 갖는다. 그러나 낮은 마하 수( $M \ll 1$ )에 대해서는 식(2)에서 볼 수 있듯이  $O(M)$ 만큼의 차가 발생하므로 결국 양력 이중극이 지배적인 소음원이 된다. 따라서 마하 수가 작은 경우라면 실린더 표면에서의 이중극 소음원이 지배적이므로 레이놀즈 수 100에서는 분할판을 설치함으로써 결과적으로 원거리 유동 소음을 상당히 감소시킬 수 있다. 그러나 레이놀즈 수 160에서는 분할판의 길이에 의해 발생하는 양력의 변화로 인하여 그 길이를 적절히 선택할 필요가 있다 (Figs. 8, 9). 전체 소음장에서의 밀도 요동은 레이

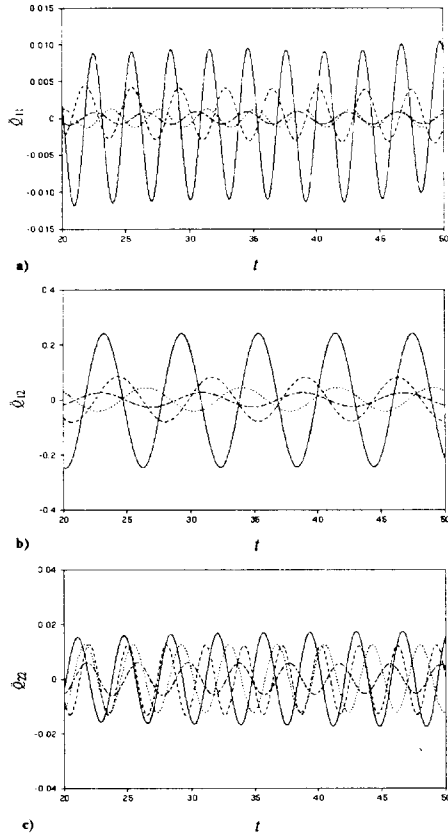


Fig. 6. Quadrupole sources at  $Re=100$  : —,  $l=0d$ ;  
 ---,  $l=1d$ ; ····,  $l=2d$ ; —·—,  $l=3d$

놀즈 수가 100, 160인 경우, 분할판의 길이에 관계 없이 양력 이중극의 특성을 따르고 있음을 볼 수 있다. 이는 고려되는 마하 수가 매우 작기 때문이다. 특히 레이놀즈 수 100의 경우 분할판의 길이가 실린더 직경의 2배 이상이 되면 항력과 양력 이중극의 소멸이 사중극의 감소에 비해 훨씬 크므로 사중극의 전체 소음장에 기여하는 정도가 커지게 된다. 따라서 난류의 경우 레이놀즈 응력이 증가하게 되어 사중극의 비중이 점차 커질 것으로 예측 된다.

앞에서 설명한바와 같이 분할판을 부착함으로써 사중극 특성의 소음은 효과적으로 감소시킬 수 있었다. 그러나 분할판의 날카로운 끝과 교란 유동장의 간섭에 의한 산란 소음장의 문제가 발생할 수 있다. 기존의 반 무한 평판에 대한 해가 존재하지만 이 경우 분할판의 길이가 적어도 주요 음파의 파장 보다 커야 적용할 수 있다. 그러나 본질적으

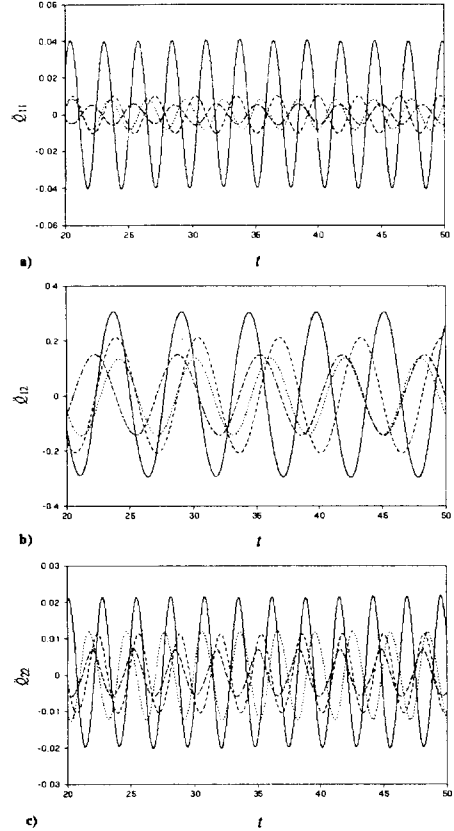


Fig. 7. Quadrupole sources at  $Re=160$  : —,  $l=0d$ ;  
 ---,  $l=1d$ ; ····,  $l=2d$ ; —·—,  $l=3d$

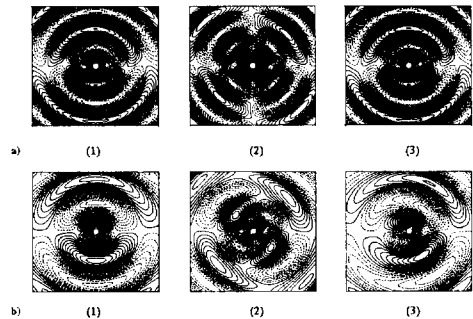


Fig. 8. Contours of the acoustic density fluctuations at  $Re=100$  : (1), (2) and (3) are dipole, quadrupole and total density fluctuations respectively. (a) Without splitter plate; (b)  $l=3d$ . Contour levels are the same in (a) and (b).

로 산란 소음장은 분할판 끝의 강한 교란 유동에 의해 발생하는 것으로 알려져 있다. 레이놀즈 수

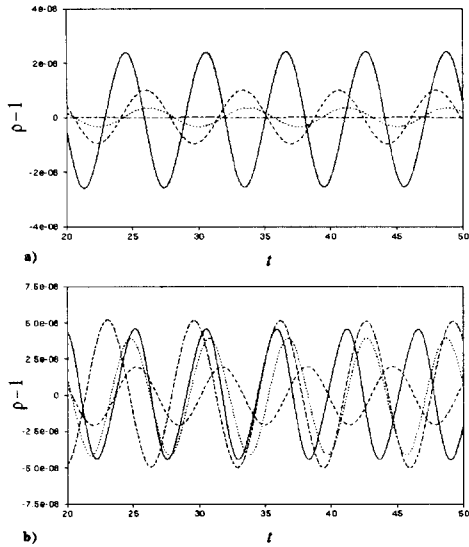


Fig. 9. Acoustic density at  $M=0.01$  : (a)  $Re=100$ ; (b)  $Re=160$ . —,  $l=0d$ ; ---,  $l=1d$ ; ····,  $l=2d$ ; -·-·,  $l=3d$

100인 경우, 반 무한 평판에 대한 산란 소음원의 적분값( $Q_5$ )을 보면 적어도 실린더 직경의 14배 정도의 영역이 영향을 주는 것을 볼 수 있다 (Fig. 10). 이로 보아 분할판 끝의 교란 영역의 효과가 그리 크지 않은 것을 알 수 있다. 그러나 레이놀즈 수 160의 경우, 실린더 직경의 약 1.5배의 영역이 주된 영향을 주는 것을 볼 수 있다. 이는 분할판 끝의 2차 보텍스가 강한 작용을 하기 때문이다 (Fig. 2). 따라서 이 경우 전체 소음장에서 산란소음장으로 인한 변화가 예상된다. 하지만 이 경우도 기존의 반 무한 평판에 대한 Green함수 방법을 적용하여 원거리에서의 소음을 예상하기에는 무리가 있고, 분할판 근처에서의 음압 양상을 보기 위해서는 정밀한 압축성 수치해석이 요구된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 비교적 단순한 형상인 원형실린더 주위의 보텍스 shedding에 의한 유동소음을 해석하고 제어함으로써 소음장을 제어할 수 있음을 보였다. 이러한 기법은 비슷한 유형의 많은 유동소음 문제에 적용이 가능하다. 분할판을 부착하여 제어하는 경우 레이놀즈수와 분할판의 길이에 따른 상관관계가 있고 이에 따른 소음의 변화와도 밀접한 관계를 보였다. 분할판을 사용함으로써 비선형 사중극의 제어는 효과적으로 이루어짐을 볼 수 있었다.

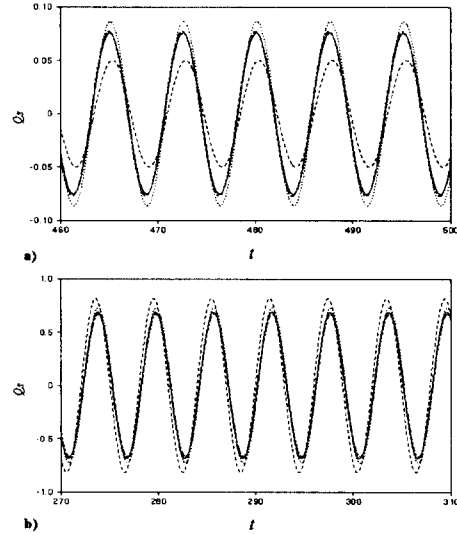


Fig. 10. Scattering source functions at  $l=2d$  : (a)  $Re=100$ , ---,  $\pm 4.5d$ ; ····,  $\pm 8.2d$ ; -·-·,  $\pm 14.3d$ ; —, total domain, (b)  $Re=160$ , ---,  $\pm 1.2d$ ; ····,  $\pm 1.5d$ ; -·-·,  $\pm 1.9d$ ; —, total domain

그러나 이차보텍스와 같은 현상에 의하여 양력의 변화 폭의 상승이나 분할판 끝에서의 산란 소음장의 발생과 같은 문제가 있다. 특히 산란 소음장의 경우 반 무한 평판 Green 함수방법이나 압축성 수치해석 등과 같은 방법 등이 있으나 아직까지는 효과적으로 해석할 수 있는 방법이 마련되어 있지 못한 상태이다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구 (No. 961-1009-075-2)의 지원으로 수행되었고 이에 감사드린다.

## 참고 문헌

- (1) Lighthill, M. J., 1952, "On sound generated aerodynamically; I. General theory," Proc. Roy. Soc. London Ser. A. Vol. 211, pp. 564-587.
- (2) Curle, N., 1955, "The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound," Proc. Roy. Soc. London Ser. A. Vol. 213, pp. 505-514.
- (3) Wang, M., Lele, S. K. & Moin, P., 1996,

"Computation of quadrupole noise using acoustic analogy," AIAA J. Vol. 34, pp. 2247-2254.

(4) Kwon, K. & Choi, H., 1996, "Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates," Phys. Fluids, Vol. 8, pp. 479-486.

(5) Gerrard, J. H., 1966, "The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies," J. Fluid. Mech, Vol. 25, pp. 401-413.

(6) Apelt, C. J., West, G. S., and Szewczyk, A. A., 1973, "The effects of wake splitter plates on the flow past a circular cylinder in the range  $10^4 < R < 5 \times 10^4$ ," J. Fluid. Mech, Vol. 61, pp. 187-198.

(7) Cimbalá, J. M., and Garg, S., 1991, "Flow in the wake of a freely rotatable cylinder with splitter plate," AIAA J., Vol. 29, pp. 1001-1003.

(8) Crighton, D. G., and Leppington, F. G., 1970, "Scattering of aerodynamic noise by a semi-infinite compliant plate," J. Fluid. Mech, Vol. 43, pp. 721-736.

(9) Crighton, D. G., and Leppington, F. G., 1971, "On the scattering of aerodynamic noise," J. Fluid. Mech, Vol. 46, pp. 577-597.

(10) Ffowcs Williams, J. E., and Hall, L. H., 1970, "Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of a scattering half plane," J. Fluid. Mech, Vol. 40, pp. 657-670.

(11) Howe, M. S., 1975, "Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute," J. Fluid. Mech, Vol. 71, pp. 625-673.

(12) Mitchell, B. E., Lele, S. K. & Moin, P., 1995, "Direct computation of the sound from a compressible co-rotating vortex pair," J. Fluid. Mech. Vol. 285, pp. 181-202.

(13) Choi, H., Moin, P. & Kim, J., 1992, "Turbulent drag reduction: studies of feedback control & flow over riblets," Report No. TF-55. Dept. of Mech. Eng., Stanford Univ.