

# 불포화 흐름을 고려한 지하수 분산오염원의 모델링

○이도훈\*, 이은태\*\*

## 1. 서론

대수층과 하천이 수리적으로 상호 연결된 상황에서는 흐름 및 물질의 상호교환이 발생되어 물질농도의 변화가 야기된다. 분산오염원 또는 비점오염원의 정량적인 평가 및 효율적인 수질관리를 위해서는 지하수체 및 지표수체에 존재하는 오염물질의 변동양상을 이해하고 정량화할 필요성이 있다. 따라서 본 논문에서는 불포화 흐름이 존재하는 대수층-하천 연결시스템에서 분산오염원이 대수층으로 유입될 경우에 지하수체 및 지표수체의 오염물질의 변동을 설명할 수 있는 공간적분모형을 제안하여 공간분포모형과 비교하고자 한다.

지하수 분산오염원에 대한 모델링 기법은 공간분포모형(spatially distributed model)과 공간적분모형(spatially integrated model)으로 구분될 수 있다. 공간분포모형은 국부적 규모에서 지하수흐름 및 물질의 이동과정을 고려하여 유도한 편미분방정식으로 구성된다. 따라서 공간분포모형은 공간적으로 분포된 매개변수의 자료가 필요하며, 종속변수인 압력수두 또는 토양함수비와 농도의 공간적인 변화를 평가할 수 있다. 그러나 공간적분모형은 토양함수비와 농도를 공간적으로 적분하여 유도된 모형으로 상미분방정식으로 구성된다. 따라서 이들 종속변수들의 공간적인 평가는 불가능하고 공간적분된 종속변수들의 시간에 따른 평가만 가능하게 된다. 그리고 매개변수의 공간분포 자료 및 시스템의 구체적인 기하학적 양상 등에 관한 자료가 필요하지 않아서 공간분포모형과 비교하여 모형의 구조가 간단하다.

본 연구에서는 대수층과 하천이 수리적으로 상호 연결된 2차원 시스템에서 포화흐름조건에서 적용이 가능한 Gelhar와 Wilson(1974)이 제안한 공간적분모형인 'Linear Reservoir Model'을 확장하여 불포화흐름 효과를 고려한 공간적분모형을 제안하여 해석해를 유도하였다. 그리고 Richards방정식과 연계한 이송·분산 방정식의 공간분포모형에 대한 수치해를 이용하여 공간적분변수인 비포화대의 평균농도, 포화대의 평균농도, 지하수유출의 평균농도분포를 계산하여 공간적분모형의 해석해

---

\* 경희대학교 공과대학 토목공학과 조교수

\*\* 경희대학교 공과대학 토목공학과 교수

와 비교하였다.

## 2. 모형의 구성

### 2.1 공간분포모형

부분적으로 포화된 대수층에서 오염물질의 이송(advection) 및 분산(dispersion) 과정을 설명하는 지배방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$\theta \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = \nabla \cdot (\theta \mathbf{D} \cdot \nabla C) \quad (1)$$

식(1)에서  $\theta$ 는 흡함수비,  $C$ 는 지하수에 용해되어있는 물질의 농도( $M/L^3$ ),  $\mathbf{v}$ 는 지하수 속도벡터( $L/T$ ),  $\mathbf{D}$ 는 분산계수텐서를 각각 의미한다. 식(1)에서 물리적 source 및 sink, 화학적 반응, 생물학적 반응의 효과는 고려되지 않았으며 물과 토양은 비압축성으로 가정되었다.

식 (1)에서 지하수의 속도벡터  $\mathbf{v}$ 에 대한 정보가 필요하므로 불포화-포화 흡에서 지하수의 흐름은 Richards(1931)에 의하여 제안된 다음의 Richards 방정식을 이용하여 지하수 유속을 결정할 수 있다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot [K(h) \nabla h + \nabla Z] \quad (2)$$

이 식에서  $\partial \theta / \partial h$ 는 비수분용량,  $K(h)$ 는 비포화투수계수가 압력수두의 함수로 표현된 형태이며,  $Z$ 는 포텐셜수두를 의미한다. 식(2)로부터 matric potential 또는 압력수두를 계산한 후에 지하수의 속도벡터  $\mathbf{v}$ 는 포화 대수층에 적용된 Darcy법칙과 같은 흐름률법칙을 적용하여 결정된다.

$$\mathbf{v} = -K(\theta) \nabla h \quad (3)$$

식(1)과 식(2)는 부분적으로 포화된 대수층의 오염물질 분포를 설명하는 기본방정식으로 문제영역의 기하학적 특성, 초기조건, 경계조건, 매개변수 등이 주어지면 이 식들을 연계하여 수치해를 구할 수 있다. 본 연구에서는 hybrid Eulerian-Lagrangian 수치해석기법을 적용한 LEWASTE 프로그램(Yeh and Chang, 1993)을 이용하여 수치해석을 수행하였다.

### 2.2 공간적분모형

비포화대와 포화대를 각각 독립된 하나의 저수지로 생각하면 공간적으로 적분된 mass balance 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dt} (V_u(t) \cdot \langle C(t) \rangle_u) = I(t) \langle C_i(t) \rangle - R(t) \langle C_r(t) \rangle \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(V_s(t) \cdot \langle C(t) \rangle_s) = R(t) \langle C_r(t) \rangle - Q(t) \langle C_o(t) \rangle \quad (5)$$

$V_u(t)$ 는 비포화대의 공간적분된 수분저류량,  $\langle C(t) \rangle_u$ 는 비포화대수층의 평균농도,  $I(t)$ 는 침투경계면을 통하여 유입되는 공간 적분된 침투율,  $\langle C_i(t) \rangle$ 는 침투의 공간평균농도,  $R(t)$ 는 공간적분된 함양률,  $\langle C_r(t) \rangle$ 는 지하수면에 유입되는 함양률의 평균농도,  $V_s(t)$ 는 포화대의 지하수 저류량,  $\langle C(t) \rangle_s$ 는 포화대수층의 평균농도이다.  $Q(t)$ 는 지하수유출 경계면을 통하여 유출되는 공간적분된 흐름율,  $\langle C_o(t) \rangle$ 는 유출 경계면으로 유출되는 공간평균농도를 각각 의미한다. 식(4)와 (5)에서 흐름이 정상상태로 가정되면 다음 조건이 만족된다.

$$\frac{dV_u(t)}{dt} = 0 = I(t) - R(t), \quad \frac{dV_s(t)}{dt} = 0 = R(t) - Q(t), \quad I(t) = R(t) = Q(t)$$

용질이 비포화대를 통과하는 용질의 평균체류시간을  $T_{Ru} = \frac{V_u(t)}{I(t)} = \frac{V_u(t)}{R(t)}$ 로 정의하고, 포화대에서 용질의 평균체류시간을  $T_{Rs} = \frac{V_s(t)}{R(t)} = \frac{V_s(t)}{Q(t)}$ 로 각각 정의하면, 식(4)와 식(5)는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d\langle C(t) \rangle_u}{dt} = \frac{\langle C_i(t) \rangle}{T_{Ru}} - \frac{\langle C_r(t) \rangle}{T_{Ru}} \quad (6)$$

$$\frac{d\langle C(t) \rangle_s}{dt} = \frac{\langle C_r(t) \rangle}{T_{Rs}} - \frac{\langle C_o(t) \rangle}{T_{Rs}} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)은 연립 상미분방정식으로 입력농도  $\langle C_i(t) \rangle$ 와 체류시간 등이 주어지면, 4개의 미지수  $\langle C(t) \rangle_u, \langle C_r(t) \rangle, \langle C(t) \rangle_s, \langle C_o(t) \rangle$ 에 대한 반응을 계산할 수 있다. 그러나 미지수가 방정식의 수보다 많기 때문에 모형의 구성을 위하여 2개의 구성 방정식 또는 관계식을 필요로 한다. 따라서 비포화대의 평균농도와 함양률의 평균농도가 같다 ( $\langle C(t) \rangle_u = \langle C_r(t) \rangle$ )는 가정 및 Gelhar와 Wilson(1974)이 제안하였던 '포화대의 평균농도와 지하수유출의 평균농도가 같다 ( $\langle C(t) \rangle_s = \langle C_o(t) \rangle$ )'는 가정을 도입하여 다음의 공간적분모형(SIP)을 구성하였다.

$$\frac{d\langle C(t) \rangle_u}{dt} + \frac{\langle C(t) \rangle_u}{T_{Ru}} = \frac{\langle C_i(t) \rangle}{T_{Ru}} \quad (8)$$

$$\frac{d\langle C(t) \rangle_s}{dt} + \frac{\langle C(t) \rangle_s}{T_{Rs}} = \frac{\langle C(t) \rangle_u}{T_{Rs}} \quad (9)$$

식(8)와 식(9)는 연립미분방정식으로 주어진 문제에 대하여  $\langle C_i(t) \rangle, T_{Ru}, T_{Rs}$ 에 대한 자료가 주어지면 해석해가 존재하므로 비포화대의 평균농도와 포화대의 평균농도를 계산할 수 있다. 본 연구에서 조사한 예로서 침투되는 강우의 평균농도가 일정 ( $\langle C_i(t) \rangle = k = \text{일정}$ )하며 초기농도  $\langle C(0) \rangle_u = 0, \langle C(0) \rangle_s = 0$  경우에 대한 정확해는 다음과 같이 표현된다.

$$\langle C(t) \rangle_u = k(1 - e^{-\frac{t}{T_{Ru}}}) \quad (10)$$

$$\langle C_o(t) \rangle = \langle C(t) \rangle_s = k \left( \frac{T_{Ru}}{T_{Ru} - T_{Rs}} + \frac{T_{Rs}}{T_{Rs} - T_{Ru}} + \frac{T_{Ru}}{T_{Rs} - T_{Ru}} e^{-\frac{t}{T_{Ru}}} + \frac{T_{Rs}}{T_{Ru} - T_{Rs}} e^{-\frac{t}{T_{Rs}}} \right) \quad (11)$$

### 3. 문제의 구성

공간분포모형(SDM)과 공간적분모형(SIM)의 반응특성을 비교하기 위하여 그림 1에 표시된 것처럼 대수층과 하천이 수리적으로 연결된 2차원 시스템을 구성하였다. 그림 1에서 대수층의 길이  $L=100\text{m}$ , 대수층의 두께  $D=10\text{m}$ , 하천수심  $d_o=2.5\text{m}$ 로 가정하였다. 그리고 지표면 A-F를 통하여 침투율  $I=3.12 \times 10^3 \text{m}^3/\text{hr}$ ,  $\langle C_i(t) \rangle = 100\text{mg/l}$  또는  $\langle C_i(t) \rangle = 0\text{mg/l}$ 인 비점오염원이 유입되고 있으며, 경계면 A-B-C-D는 흐름률이 0인 조건이 가정되었고 대수층을 구성하는 토양은 등방성의 Loam토양을 가정하여 토양의 수리적 특성은 Carsel과 Parrish(1988)에 제시된 van Genuchten 모델의 변수값을 사용하였고, 대수층에 존재하는 오염물질의 분산정도를 표시하는 종분산도  $\alpha_L=1\text{m}$ , 횡분산도  $\alpha_T=0.1\text{m}$ 을 입력하였다.

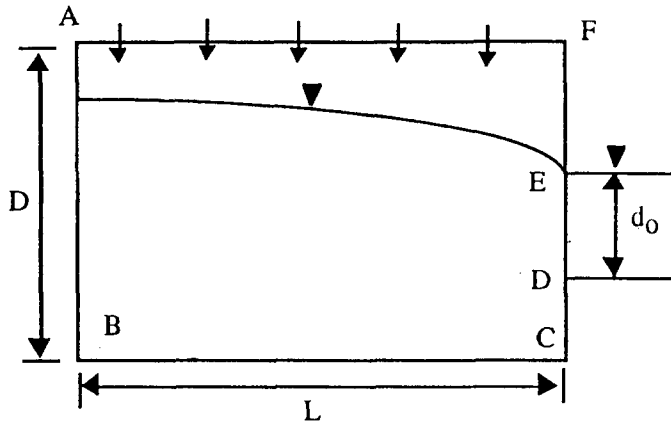


그림 1. 대수층-하천 시스템

### 4. 모형반응의 비교

그림 2와 그림 3에서는 공간분포모형(SDM)의 수치해와 공간적분모형(SIM)의 정확해(식10, 식11)로부터 결정된 대수층-하천 연결 시스템의 동적 상태변수인 불포화대의 평균농도( $\langle C \rangle_u$ ), 포화대의 평균농도( $\langle C \rangle_s$ ), 지하수 유출의 평균농도( $\langle C_o \rangle$ )분포를 비교하고 있다. 그리고 두 모형결과들의 정량적인 비교를 위하여 root mean square 오차(rmse)를 결정하였다. 두 모형사이의  $\langle C \rangle_u$ 분포 및  $\langle C_o \rangle$ 분

포는 약간의 차이를 보이며, 비포화대의 평균농도에 대한 rmse는 0.022, 지하수 유출의 평균농도에 대한 rmse는 0.0713로 모의기간동안 SIM의  $\langle C_o \rangle$  반응결과는 SDM의  $\langle C_o \rangle$  반응결과보다 약간 작게 산정되었다. 이렇게 과소평가되는 원인중의 하나는 SDM의  $\langle C \rangle_s$ 와  $\langle C_o \rangle$ 의 관계는 비선형을 보이지만, SIM구성에서  $\langle C \rangle_s$ 와  $\langle C_o \rangle$ 의 관계를 선형으로 가정하였기 때문이다. 포화대의 평균농도  $\langle C \rangle_s$  분포는 두 모형이 거의 동일한 반응결과를 보이고 있으며, 포화대의 평균농도에 대한 rmse는 0.0195로 비포화대의 평균농도와 지하수 유출의 평균농도에 대한 rmse와 비교할 때 가장 작은 값을 보이며, 지하수유출 평균농도의 rmse가 가장 큰 값을 보이고 있다.

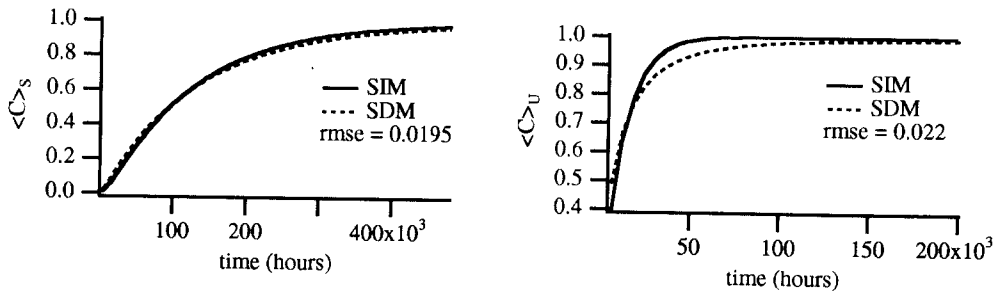


그림 2. SIM과 SDM의 포화대의 평균농도( $\langle C \rangle_s$ )와 불포화대의 평균농도( $\langle C \rangle_u$ )의 동적반응.

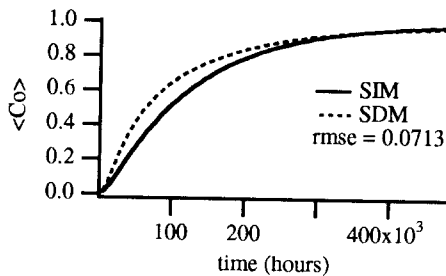


그림 3. SIM과 SDM의 지하수유출 평균농도( $\langle C_o \rangle$ )의 동적반응.

## 5. 결론

공간적으로 분포된 오염원이 대수층과 하천이 상호 연결된 시스템으로 유입될 경우에 불포화 흐름효과를 고려하여 공간적으로 적분된 mass balance 방정식과 공간적분농도와 함양 및 지하수유출 평균농도의 관계식을 선형으로 가정하여 제안한

공간적분모형의 동적 반응결과는 공간분포모형인 이송·분산 방정식의 반응결과와 거의 일치된 반응을 보이고 있다. 그러므로 지하수 분산오염원에 대한 수질관리에서 공간분포모형에서 요구되는 입력자료가 빈약할 경우 또는 불확실할 경우에 본 연구에서 제안된 공간적분모형은 비교적 간단하고 적은 양의 자료를 이용하여 지하수 분산오염원의 장기적인 수질관리에 적용될 수 있는 가능성을 보이고 있다. 그리고 향후에는 실제 시스템에서 나타나는 복잡한 물리적, 화학적 조건 및 부정류흐름 효과를 고려한 공간적분모형의 개발 및 테스트가 필요하다고 생각된다.

## 6. 참고문헌

- Carsel, R.F. and R.S.Parrish. 1988. Developing Joint Probability Distributions of Soil Water Retention Characteristics. *Water Research* 24(5): 755-769.
- Gelhar, L.W. and J.L.Wilson. 1974. Groundwater quality modeling. *Ground Water* 12(6): 399-408.
- Richards, L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous medium. *Physics* 1: 318-333.
- Yeh, G.T., J.R.Chang. 1993. User's manual of a hybrid Lagrangian-Eulerian finite element model of waste transport through saturated-unsaturated media: Version 2.0 Department of Civil Engineering, The Pennsylvania State University. PA 16802.