

# 음함수 형태 쇄파조건식에 대한 양함수식 유도에 관한 연구

이종설\*, ○정일문\*, 조원철\*\*

## 1. 서론

파형경사가 일정한 값이 되면, 바람에 의한 파고의 상승은 멈추게 되고 물입자가 파봉에서 깨지는 쇄파현상(wave breaking)이 일어난다. 쇄파현상을 설명하는데는 쇄파의 내재한 특성 때문에 이론적인 근거와 더불어 경험적인 요소가 매우 중요하다(유동훈, 1990).

쇄파의 형식을 분류하기 위해 널리 이용된 Iribarren수(Iribarren과 Nogales, 1949)에 의해 쇄파의 형태를 surging, plunging, collapsing 또는 spilling으로 나누며, 처오름 높이와 굴절계수를 구할 수 있다(Battjes, 1974). Miche(1944)에 의해 제안된 쇄파기준은 쇄파점에서의 파고를 추정하기 위해 널리 이용되어 왔다. 근년에 바닥경사와 파형경사도 쇄파기준에 영향을 미침이 밝혀졌고, 이에 따라 Miche의 조건을 쇄파변수 's'를 도입하여 수정하려는 연구가 몇몇 연구자들에 의해 이루어졌다.

Ostendorf와 Madsen(1979)은 변수들을 바닥경사와 관련시켰으며, Battjes와 Janssen(1978)은 Weggel(1972)의 조건과 결부시켰다. 유동훈(1990)은 쇄파변수가 Iribarren수를 사용하여 추정될 수 있음을 제안하였으며, 기발표된 실험실 자료를 재분석하여, 쇄파매개변수와 국지 Iribarren수와 관계를 얻어낸 음함수 형태의 식을 발표하였다.

본 연구의 목적은 유동훈(1990)이 제안한 쇄파매개변수 산정식의 음함수 형태를 계산이 용이한 양함수의 식으로 전환한 식을 제안하는데 있다.

## 2. 본론

Iribarren 등(1949)은 바닥경사에 대한 파형경사와 관계있는 쇄파계수를 발표하였다.

$$I_1 = \frac{m}{\sqrt{\frac{H_b}{L_o}}} \quad (1)$$

여기서, m은 바닥경사,  $H_b$ 는 쇄파고, L은 파장, 그리고 첨자 'o'는 외해조건을 나타내며, 첨자 '1'은 내해조건을 나타낸다.

Galvin (1968)은 천해역에서의 쇄파기구(mechanism)를 연구하였으며, 다양한 바닥경사에 따른 수많은 실험을 통해 쇄파형식을 분류할 수 있는 매개변수를 구한 바 식(1)에 나타난 매개변수들과 본질적으로 동일한 것을 확인하였고, Battjes(1974)는 다양한 천해역의 제량(quantities)-쇄파분류외에 처오름 현상, 굴절 등-을 추정하는데 사용가능하도록 무차원화된 매개변수를 제안하였으며, 이를 쇄파계수 혹은 이를 처음 제안한 저자의 이름을 딴 Iribarren수라고 명명하였다. Iribarren수는 바닥경사와 파형경사의 제곱근과의 비이다.

그러나 내해 Iribarren수  $I_1$ 에 사용된 파장의 값을 외해의 것으로 이용함에 따라 부적절한 파형경사의 추정을 야기시켰다. 이에 유동훈(1990)은 매개변수를 어떤 점에서의 쇄파특성을 보다 잘 묘사할 수 있는 국지 Iribarren수  $I_b$ 를 제안하였다.

\* 연세대학교 토목공학과 박사과정 수료

\*\* 연세대학교 토목공학과 교수

$$I_b = \frac{m}{\sqrt{\frac{H_b}{L_b}}} \quad (2)$$

여기서,  $H_b$ 와  $L_b$ 는 쇄파점에서의 국지값들이다.

유동훈(1990)은 Galvin(1968)의 실험실 자료를 이용하여, 위의 두 쇄파계수에 따른 쇄파양상의 차이를 규명하였으며, plunging 형태의 쇄파에 대해서는 국지 Iribarren수를 이용하여 0.25부터 0.9의 범위에 집중되어 있음을 확인하였다. 표 1에는 내해 및 국지 Iribarren수의 범위에 따른 쇄파의 형태를 나타내었다.

표 1. 내해 및 국지 Iribarren수의 범위에 따른 쇄파의 형태

국지 Iribarren수의 범위	쇄파의 형태	내해 Iribarren수의 범위
$0.25 < I_b < 0.9$	plunging	$0.4 < I_i < 2.0$
$I_b > 0.9$	surging or collapsing	$I_i > 2.0$
$I_b < 0.25$	spilling	$I_i < 0.4$

Miche(1944)는 천해역에 대해 스토오크스파이론을 기반으로, 다음 식을 유도하였다.

$$\left(\frac{H}{L}\right)_b = \frac{1}{7} \tanh(kd)_b \quad (3)$$

여기서,  $k$  = 파수(wave number =  $\frac{2\pi}{L}$ ),  $d$  = 수심

매우 얇은 수심에 대해서는  $\tanh(kd) \approx kd$ 가 되므로, 다음 식(4)~(5)와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{H_b}{L} = \frac{1}{7} kd = \frac{1}{7} \frac{2\pi}{L} d \quad (4)$$

$$\frac{H_b}{d} = \frac{2\pi}{7} \approx 0.9 \quad (5)$$

Galvin(1968)은 실험을 통해 해변경사가 쇄파기준에 미치는 영향을 증명하였으며, Madsen(1976)은 실험 결과를 통해 다음 식을 얻었다.

$$\left(\frac{H}{d}\right)_b = 1.18, m \geq 0.1 \quad (6)$$

$$\left(\frac{H}{d}\right)_b = 0.72 + 4.6m, m < 0.1$$

이 결과를 보면, 바닥경사가 급할수록 상대적인 파고도 커짐을 볼 수 있다. 바닥경사와 파형경사의 영향을 포함시키기 위해 기존의 Miche의 기준은 Ostendorf와 Madsen(1979), 그리고 Battjes와 Janssen(1978)에 의해 재검토되었고 식 (7)과 같이 수정되었다.

$$\left(\frac{H}{L}\right)_b = \frac{1}{7} \tanh(skd)_b \quad (7)$$

여기서,  $s$ 는 바닥경사 혹은 파형경사와 관련된 상수 혹은 쇄파매개변수이다. 매우 얇은 수심에서는  $\tanh(skd) \approx skd$ 가 된다.

쇄파기구는 쇄파의 형태가 바닥경사보다는 Iribarren수를 이용하여 분류되는 것과 마찬가지로 바닥경사에만 영향받는 것이 아니라 파형경사에 대한 상대적인 바닥경사에 의해 영향받는 것으로 고찰되고 있다.

Weggel(1972)은 Bowen 등(1968), Galvin(1968), Iversen(1953), Weggel과 Maxwell(1970)의 자료를 수집하였고, 유동훈(1990)은 다른 실험실자료 (van Dorn, 1978 등)를 추가보완하여 쇄파점에서 국지 파조건과 국지 매개변수를 산정하기 위한 회귀분석을 실시하였다.

주어진  $k$  혹은  $L$ ,  $H$  그리고  $d$ 에 대해서 실험실 결과로 얻어진 식(7)에서의 's'는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s &= (kd)^{-1} \tanh(7H/L)_b \\ &= (2kd)^{-1} \ln[(1+7H/L)/(1-7H/L)_b] \end{aligned} \quad (8)$$

유동훈(1990)은 hyperbolic tangent 함수를 이용하여, 다음과 같은 선형 경향 회귀선을 제안하였다.

$$s = a + b \tanh(cI) \quad (9)$$

여기서,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 는 적합계수이며,  $I$ 는  $I_i$  또는  $I_b$ 가 된다.

만일  $a, b$ 값이 주어진다면,  $c$ 는 회귀분석을 통해 산정될 수 있으며, 자료의 분산(scattering)도를 고려하면, 정확한 적합도 조건을 적용하는데 난점이 있지만 그 중에서도 자료를 대표할 수 있는 회귀방정식을 다음과 같이 구하였다.

$$s = 0.8 + \tanh(0.90I_i) \quad (10)$$

$$s = 0.8 + \tanh(1.06I_b) \quad (11)$$

식(11)을 이용하여, 쇄파조건을 구하는 공식을 적용해보면, 국지 Iribarren수를 대입하여 다음과 같은 식을 얻을 수 있다(유동훈, 1993).

$$\left(\frac{H}{L}\right)_b = \frac{1}{7} \tanh \left[ \left[ 0.8 + \tanh \left( 1.06 \sqrt{\frac{m}{\left(\frac{H}{L}\right)_b}} \right) \right] kd \right] \quad (12)$$

식(12)는 양변에 파형경사항이 포함되어 있는 음함수 형태의 식이 되며, 이를 계산하기 위해서는 반복계산을 통한 시산과정이 포함된다.

본 연구에서는 식(12)의 음적형태를 양해식으로 전환하기 위해 먼저 반복계산을 통한 결과치를 구하고, 이에 최적의 양함수 형태를 찾아 적합시키는 방안을 모색하였다.

양함수식을 도출하기 위한 첫 번째 단계는 식(12)를 이용한 결과치를 구하는 것으로 반복계산을 위해서는 수치기법중 비선형방정식의 해법을 이용하여야 한다.

비선형방정식의 해법은 크게 구간법과 경사법으로 나눌 수 있는데, 경사법으로서는 비선형방정식 해법의 대표적인 방법이라 할 수 있는 Newton-Raphson(NR)법과 정할법(Secant method)등이 있고, 구간법에는 이분법(Bisection Method)과 가위치(假位置)법(False-Position Method) 등이 있다 (한상영과 오해석, 1990).

여기서는 식(12)를 풀기위해 다음과 같은 함수형태로 나타내었다. 이 식에서는  $t=(H/L)_b$ 로 쇄파조건에서의 파형경사이다.

$$f(t) = t - \frac{1}{7} \tanh \left[ \left[ 0.8 + \tanh \left( 1.06 \sqrt{\frac{m}{t}} \right) \right] kd \right] \quad (13)$$

식(13)의 형태로는 도함수를 구하기 어렵기 때문에 NR법을 이용하는데 여러 난점이 있어 도함수를 구하지 않고도 해를 구할 수 있는 가위치법을 사용하여 그 해를 구하였다.

음함수형태의 식으로 부터 구한 해를 그림으로 도시한 결과, 반대수지 상에서 S자형의 성장함수(growth function) 곡선의 형태로 나타났으며, 이 곡선을 적합시키기 위하여 다음과 같은 성장함수 곡선 식을 사용하였다(Draper와 Smith, 1981).

$$\frac{d\omega}{dt} = k(\alpha - \omega) \quad (14)$$

여기서,  $k$ 는 증가율 상수(rate constant)이며,  $\alpha$ 는 성장의 한계치,  $\omega$ 는 임의의 시간에서의 크기이다. (14)식을 적분하면, 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\omega = \alpha(1 - \beta e^{-kt}) \quad (15)$$

식(15)는 단분자(mono-molecular)성장함수이다. 이 곡선은 반대수지 상에서 S자 형상을 나타내며, 쇠파조건식을 이 성장곡선에 적합시키기 위해 다음 식(16)을 제안하였다.

$$(H/L)_b = \frac{1}{7}(1 - e^{-\alpha kd}) \quad (16)$$

$\alpha$ 는 곡선의 형태를 결정하는 상수이며, 바닥경사  $m$ 을 고려한 음함수식의 결과값에 대해 최소 제곱법을 이용하여, 다음과 같은 관계를 구하였다.

$$\alpha = 1.01572 + 5.50905m \quad (17)$$

식(16)의 하한치과 상한치는 다음과 같다.

$$kd = 0 \quad \text{일때} \quad (H/L)_b = 0 \quad (18)$$

$$kd \rightarrow \infty \quad \text{일때} \quad (H/L)_b = \frac{1}{7} \quad (19)$$

따라서, 최종적인 양해식은 다음 식(20)과 같이 구할 수 있다.

$$(H/L)_b = \frac{1}{7}(1 - e^{-(1.01572 + 5.50905m)kd}) \quad (20)$$

식 (20)은 양함수 형태의 식이며, 바닥경사  $m$ 과  $kd$ 가 주어지면 파형경사를 직접 구할 수 있다.

다음 그림 1~4는 양함수형태의 식과 음함수 형태의 식으로부터 구한 해를 도시한 것으로 그림으로부터 알 수 있듯이 대부분 좋은 적합을 보이고 있으며, 바닥경사  $m$ 이 커짐에 따라 적합이 더욱 잘 되는 것으로 나타났다.

양함수식의 사용성을 검증하기 위해 음함수식으로 구한 결과와 그림상에서 차이가 비교적 크게 나타난 구간인  $kd > 1.0$ 에 대해서 백분율 상대오차를 검토한 결과 표 2에서와 같이 차이가 미미하게 나타났다.

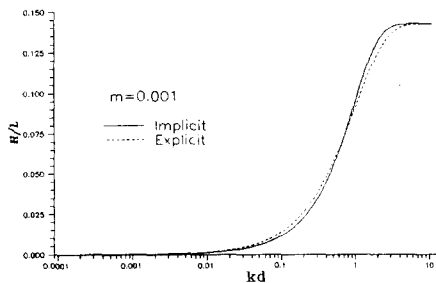


그림 1 음함수식과 양함수식과의 비교( $m=0.001$ )

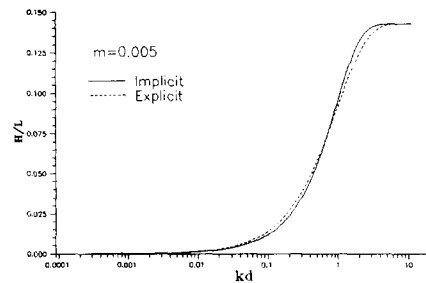


그림 2 음함수식과 양함수식과의 비교( $m=0.005$ )

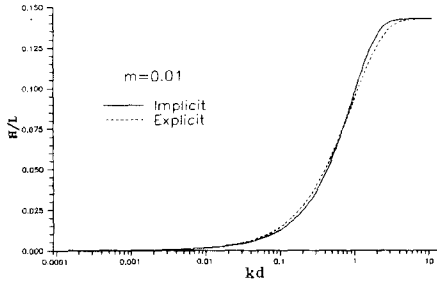


그림 3 음함수식과 양함수식과의 비교(m=0.01)

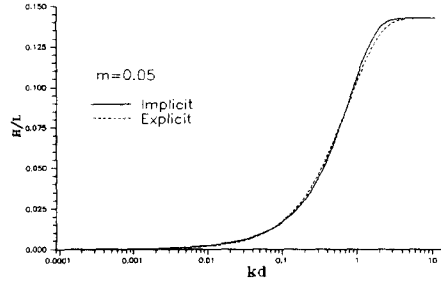


그림 4. 음함수식과 양함수식과의 비교(m=0.05)

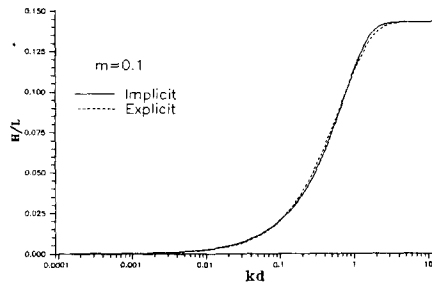


그림 5 음함수식과 양함수식과의 비교(m=0.1)

### 3. 결론

본 연구는 쇠파조건식의 음함수형태를 계산이 용이한 양함수식으로 전환한 것으로, 음함수식의 결과인 S자 형태의 곡선을 단분자 성장함수식의 형태로 보고 최소제곱법을 이용하여 적정 곡선식을 구하였다. 음함수식과 양함수식을 통해 얻어진 결과를 그림상으로 도시한 결과 두 곡선은 매우 일치함을 보였으며, 일부 차이나는 구간에 대한 상대오차의 영향 또한 크지 않다고 판단되어, 본 연구를 통해 얻어진 양함수의 식을 음함수의 식에 대한 새로운 간편식으로 제시하였다.

표 2. 쇄파기준식(음함수)과 양함수식과의 오차비교

Kd	m = 0.001			m = 0.005			m = 0.01			m = 0.05			m = 0.1		
	implicit	explicit	err(%)	implicit	explicit	err(%)	implicit	explicit	err(%)	implicit	explicit	err(%)	implicit	explicit	err(%)
1.00	.095136	.091407	3.919	.096212	.092528	3.829	.097512	.093896	3.708	.106394	.103579	2.645	.114529	.113036	1.303
1.05	.098241	.093968	4.349	.099293	.095086	4.236	.100564	.096448	4.092	.109215	.106034	2.912	.117070	.115283	1.526
1.10	.101179	.096402	4.721	.102205	.097514	4.589	.103445	.098868	4.424	.111846	.108337	3.137	.119407	.117360	1.714
1.60	.122539	.114978	6.170	.123256	.115944	5.932	.124113	.117104	5.647	.129659	.124756	3.781	.134160	.131208	2.200
2.10	.133378	.126126	5.437	.133814	.126883	5.179	.134330	.127781	4.875	.137493	.133366	3.001	.139779	.137535	1.605
2.60	.138530	.132816	4.124	.138775	.133376	3.890	.139062	.134031	3.617	.140724	.137880	2.020	.141790	.140425	.962
3.10	.140902	.136831	2.889	.141033	.137229	2.697	.141185	.137690	2.475	.142017	.140248	1.245	.142490	.141746	.522
3.60	.141978	.139241	1.927	.142046	.139517	1.780	.142124	.139832	1.612	.142528	.141489	.728	.142731	.142350	.266
4.10	.142462	.140687	1.245	.142497	.140874	1.138	.142536	.141086	1.017	.142728	.142140	.411	.142814	.142625	.132
4.60	.142680	.141555	.788	.142697	.141680	.712	.142717	.141820	.628	.142807	.142481	.228	.142842	.142751	.063
5.10	.142778	.142076	.491	.142786	.142159	.439	.142796	.142250	.382	.142838	.142660	.124	.142852	.142809	.030
5.60	.142822	.142388	.303	.142826	.142443	.268	.142830	.142502	.229	.142849	.142754	.066	.142855	.142835	.014
6.10	.142841	.142576	.185	.142843	.142611	.162	.142845	.142649	.137	.142854	.142803	.035	.142857	.142847	.007
6.60	.142850	.142688	.113	.142851	.142711	.098	.142852	.142735	.081	.142856	.142829	.018	.142857	.142853	.002
7.10	.142854	.142756	.068	.142854	.142770	.058	.142855	.142786	.048	.142857	.142842	.010	.142857	.142855	.001
7.60	.142856	.142796	.042	.142856	.142806	.035	.142856	.142815	.028	.142857	.142849	.005	.142857	.142856	.000
8.10	.142857	.142821	.025	.142857	.142827	.021	.142857	.142833	.016	.142857	.142853	.002	.142857	.142857	.000
8.60	.142857	.142835	.015	.142857	.142839	.012	.142857	.142843	.009	.142857	.142855	.001	.142857	.142857	.000
9.10	.142857	.142844	.009	.142857	.142846	.007	.142857	.142849	.005	.142857	.142856	.000	.142857	.142857	.000
9.60	.142857	.142849	.005	.142857	.142851	.004	.142857	.142852	.003	.142857	.142857	.000	.142857	.142857	.000
10.10	.142857	.142852	.003	.142857	.142853	.002	.142857	.142854	.002	.142857	.142857	.000	.142857	.142857	.000
10.60	.142857	.142854	.002	.142857	.142855	.001	.142857	.142855	.001	.142857	.142857	.000	.142857	.142857	.000
11.10	.142857	.142855	.001	.142857	.142856	.000	.142857	.142856	.001	.142857	.142857	.000	.142857	.142857	.000

#### 4. 참고문헌

- 유동훈 (1990). "천혜역에서의 쇄파", 한국 해안-해양공학회지, 제2권 제2호, pp.96~103.
- 유동훈 (1993). 해안수리학 (강의록)
- 한상영, 오해석 (1990). 전자계산수치해석, 대영사, 479 p.
- Battjes, J.A.(1974). "Surfa similarity", Proc.14th Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 446~480.
- Battjes, J.A. and Janssen, J.P.F.M. (1978) "Energy loss and set-up due to breaking of random waves, Proc.16th Conf. Coastal Eng. pp. 569~589.
- Bowen, A. J., Inman, D.L. and Simons, V. P. (1968). "Wave 「set-down」 and 「set-up」 ", J. Geophys. Res. 73, pp. 2569~2577.
- Draper, N.R. and Smith, H. (1981). Applied Regression Analysis, John Wiley & Sons, Inc.
- Galvin, C.J., Jr. (1968). "Breaker type classification on three laboratory beaches", J. of Geophys. Res. 73, pp. 3651~3659.
- Iribarren, C.R. and Nogales, C. (1949). Protection des Ports II. Comm. 4, 17th Int. Navig. Congr. Lisbon: 31~80.
- Iversen, H.W. (1953). "Waves and breakers in shoaling water", Proc. 3rd Conf. Coastal eng., ASCE, pp. 1~12.
- Madsen, O.S. (1976). "Wave climate of the continental margin: elements its mathematical description", Marine Sediment Trans. and Environ. Manag., pp. 65~90.
- Miche, R. (1944). "Mouvements ondulatoires des mers en propodeur constante ou dechroissant", Annales des Ponts et Chaussées, 25~78; 131~164; 270~292; 369~406.
- Orstendorf, D.W. and Madsen, O.S. (1979). An analysis of longshore currents and associated sediment transport in the surf zone, Dept. Civil Eng., MIT, 241.
- Van Dorn, W.G. (1978). "Set-up and run up in shoaling breakers", Proc. 16th Conf. Coastal Eng., ASCE, pp. 738-751.
- Weggel, J.R. and Maxwell, W.H.C. (1970). "Experimental study of breaking wave pressures", OTC-1244, Second Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas.
- Weggel, J.R. (1972). "Maximum breaker height", J. of Waterway, Port, Ocean and Coastal Eng., ASCE, WW4, pp. 529~547.