

# 逆動力學을 利用한 彈性 로보트 아암의 先端 位置 制御 改善에 대한 研究

## A Study on the Position Control Improvement of Flexible Robot Arm by Inverse Dynamics

방두열(순천공전 제어계측과), 이성철(전북대 기계공학과)

Du-Yeol Pang(Succheon Technical Junior Col.), Seong-Cheol Lee(Cheon Buk Univ.)

### Abstract

This paper is a study on the inverse dynamics of a one-link flexible robot arm which is controlled by translational base motion. The system is composed of a flexible arm, a base for driving arm, a DC servomotor, and a computer. The arm base is moved so that the arm tip follows a desired function. The governing equations are based on the Bernoulli-Euler beam theory and solved by applying the Laplace transform method and then the numerical inversion method. Motor voltage is obtained by simulation for tip trajectory functions i.e. Bang-Bang, Cosine and Gauss function. And, the tip motion is measured while simulation results are applying. Then the results are investigated to select most proper input and to compare their characteristics. Experimental results show the Cosine function is most proper with respect to low maximum voltage and steady state error.

### 1. 서 론

생산공정의 자동화에 필수적으로 이용되는 로보트 매니퓰레이터의 사용은 최근 급격히 늘어나고 있는 추세이다. 이러한 로보트를 이용하여 고속·고정도의 제어를 위한 한 방법으로 로보트의 아암을 경량화하는 연구가 진행되고 있다. 그리고 우주, 항공 분야에서도 경량의 매니퓰레이터를 요구하고 있다.

경량의 로보트 아암은 고속성, 경제성, 저동력성 및 안전성의 특징을 발휘한다. 그러나, 아암의 탄성으로 인하여 제어시 진동이 발생하게 된다. 따라서 경량의 로보트의 연구에 있어서는 수반되는 진동을 제어하는 것이 필수적이다.

지난 기간 동안, 탄성 로보트 아암의 제어에 대한 많은 논문이 발표 되었으나 페루프제어에 대한 연구가 대부분이었고, 역동역학 방법에[1]-[6] 대해서는 소수가 발표되었을 뿐이다.

역동역학법은 선단의 진동이 없는, 목표궤적을 따라 선단을 운동시킬 수 있는 액츄에이터의 입력 전압을 먼저 구하여 적용시키는 방법으로 Ma[1]와 Asada[2]등은 가상 강체링크 좌표계를 도입하여 탄

성아암이 목표 궤적에 따라 운동하는데 필요한 액츄에이터의 토오크를 계산하였고, Bayo[3][4]는 베르누이-오일러 빔 이론에 근거한 유한요소법을 도입 함으로서 아암 선단을 목표궤적에 따라 이송하기 위한 회전 액츄에이터의 토오크를 계산하였고, 또 1-링크 탄성아암의 역동역학적 일반식을 소개하고 실험을 통해 입증하였다. Sasaki[5][6]는 회전운동을 하는 탄성 로보트 이암의 각도 및 토오크를 제어함으로써 선단의 궤적, 힘, 모멘트를 제어하는 위치/힘의 Hybrid 제어방법을 제안하였다.

위의 논문들은 탄성아암의 회전운동에 관한 것이며, 병진운동에 대한 연구로는 페루프 및 개루프 제어법을 적용한 1-링크 탄성아암의 병진운동 위치제어에 관한 연구가 Hur[7], Lee[8][9]와 Yu[10]에 의해 발표되었다.

본 논문에서는 병진운동을 하는 부하질량을 갖는 1-링크 탄성 로보트아암에 있어서 선단궤적이 주어졌을때, 역동역학적 방법을 이용한 제어에서 세가지 형태의 선단궤적에 대하여 연구하였고, 이들 중에서 가장 제어효과가 뛰어난 제어입력을 찾는데 목표를 두었다.

## 2. 모델링과 운동방정식

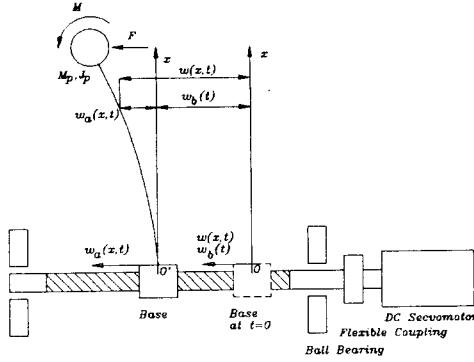


Fig.1 Geomerty of problem.

그림 1과 같이 시스템은 직류서보모터, 볼스크류, 베이스, 길이  $l$  인 탄성아암 및 선단부하로 구성되어 있다. 제어방법은 선단에서의 목표궤적  $w(l, t)$ 를 실현하도록 모터전압  $e_a(t)$ 로 모터를 구동하여 아암의 베이스를  $w_b(t)$ 로 구동시키는 것이다. 모터의 전압은 선단에서의 목표궤적  $w(l, t)$ 를 입력으로 하여 역동역학을 적용하여 출력으로서의 모터전압  $e_a(t)$ 를 구하는 것이다.

그림 1에서와 같이  $w(x, t)$ 를 볼스크류의 길이방향으로의 아암의 절대변위,  $w_a(x, t)$ 는 아암의 상대변위, 그리고  $w_b(t)$ 는 아암 베이스의 변위로 한다. 따라서 위의 3개의 변위 사이의 관계는 식(1)과 같다.

$$w(x, t) = w_b(t) + w_a(x, t), \quad (1)$$

베루누이-오일러 빔이론에 근거한, 아암의 운동방정식은 다음과 같다. 여기에서,  $E$ ,  $I$ ,  $C$ ,  $\rho$ ,  $A$ 는 각각 탄성아암의 Young's Modulus, 단면 2차 모멘트, 내부댐핑계수, 밀도 및 단면적이다.

$$EK(1 + C \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

$x=0$ 에서의 경계조건은 식(3), (4)와 같다.

$$w_a(0, t) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial w_a(0, t)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

아암선단  $x=l$ 에서의 힘과 모멘트에 대한 평형 방정식은 식(5), (6)과 같다. 여기서  $M_b$ 와  $J_b$ 는 각각 선단부하의 질량과 극관성 모멘트이다. 그리고  $F(t)$  및  $M(t)$ 는 선단에 외력으로 작용하는 힘과 모멘트를 나타낸다

$$M_b \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial t^2} = EK(1 + C \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^3 w(l, t)}{\partial x^3} + F(t), \quad (5)$$

$$J_b \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial w(l, t)}{\partial x} = -EK(1 + C \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial x^2} + M(t), \quad (6)$$

아암을 구동하는 베이스에서의 힘의 평형 방정식은 식(7)과 같다. 여기서  $M_b$ 는 베이스의 질량이고,  $r_2$ ,  $p$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ 는 각각 볼스크류의 유효반경, 피치, 피치각, 마찰각이고  $J_m$ ,  $J_c$ ,  $J_s$ 는 각각 모터, 커플링, 볼스크류의 극관성 모멘트이고,  $C_b$ ,  $C_m$ 은 볼스크류 및 모터의 댐핑계수이다.

$$M_e \frac{d^2 w_b(t)}{dt^2} + C_1 \frac{dw_b(t)}{dt} + EK(1 + C \frac{\partial}{\partial t}) \frac{\partial^3 w(0, t)}{\partial x^3} = \frac{1}{r_2} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} T(t), \quad (7)$$

$$M_e = M_b + \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} (J_m + J_c + J_s), \quad (8)$$

$$C_1 = C_b + \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} C_m. \quad (9)$$

전압과 토크의 관계를 식(10)으로 표현하면 다음과 같다. 여기에서,  $L_a$ ,  $R_a$ ,  $K_t$ ,  $K_b$ 는 각각 직류서보모터의 인덕턴스, 저항, 토크 상수와 역기전력상수이다.

$$\frac{1}{r_2} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} \frac{L_a}{R_a} \frac{dT}{dt} + \frac{1}{r_2} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} T + C_2 \frac{w_b}{dt} = K_1 e_a, \quad (10)$$

$$C_2 = \frac{K_t K_b}{R_a} \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)}, \quad (11)$$

$$K_1 = \frac{K_t}{R_a} \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)}, \quad (12)$$

위의 식(1)-(12)를 시간에 대하여 라플라스변환한 다음 정리하면 다음과 같다. 여기에서  $s$ 는 라플라스 변환변수이며,  $M_e$ ,  $C_e$ ,  $K_e$ 는 다음과 같다.

$$W(x) = W_b + W_a(x), \quad (13)$$

$$EK(1 + Cs) \frac{d^4 W(x)}{dx^4} + \rho A s^2 W(x) = 0, \quad (14)$$

$$W_a(0) = 0, \quad (15)$$

$$\frac{dW_a(0)}{dx} = 0, \quad (16)$$

$$M_p s^2 W(l) = EI(1 + Cs) \frac{d^3 W(l)}{dx^3} + F, \quad (17)$$

$$J_p s^2 \frac{dW(l)}{dx} = -EI(1 + Cs) \frac{d^2 W(l)}{dx^2} + M, \quad (18)$$

$$M_e s^2 W_b + C_e s W_b + EI(1 + Cs) \frac{d^3 W(0)}{dx^3} = K_e E_a, \quad (19)$$

$$M_e = \left\{ M_b + \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} (J_m + J_c + J_s) \right\}, \quad (20)$$

$$C_e = \left\{ C_b + \frac{1}{r_2} \frac{2\pi}{p} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} \left( C_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \frac{1}{L_{as} + R_a} \right) \right\}, \quad (21)$$

$$K_e = \frac{1}{r_2} \frac{1}{\tan(\phi + \psi)} \frac{K_t}{R_a} \frac{1}{L_{as} + R_a}, \quad (22)$$

식(14)의 해는 식(13)과 식(15), (16)으로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$W(x) = \alpha \cos \zeta x + \beta (\sin \zeta x - \sinh \zeta x) + \gamma \cosh \zeta x, \quad (23)$$

$$\xi^4 = - \frac{\rho A s^2}{EI(1 + Cs)}, \quad (24)$$

이고,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 는 경계조건으로 부터 결정되는 미지 상수이다.

$$[a_{ij}] [\alpha \ \beta \ \gamma]^T = [W(l) \ F \ M]^T, \quad (25)$$

여기에서,

$$a_{11} = \cos \zeta l,$$

$$a_{12} = \sin \zeta l - \sinh \zeta l,$$

$$a_{13} = \cosh \zeta l,$$

$$a_{21} = M_p s^2 \cos \zeta l - EI(1 + Cs) \zeta^3 \sin \zeta l,$$

$$a_{22} = M_p s^2 (\sin \zeta l - \sinh \zeta l) + EI(1 + Cs) \zeta^3 (\cos \zeta l + \cosh \zeta l),$$

$$a_{23} = M_p s^2 \cosh \zeta l - EI(1 + Cs) \zeta^2 \sinh \zeta l,$$

$$a_{31} = -J_p s^2 \zeta \sin \zeta l - EI(1 + Cs) \zeta^2 \cos \zeta l,$$

$$a_{32} = J_p s^2 \zeta (\cos \zeta l - \cosh \zeta l) - EI(1 + Cs) \zeta^2 (\sin \zeta l + \sinh \zeta l),$$

$$a_{33} = J_p s^2 \zeta \sinh \zeta l + EI(1 + Cs) \zeta^2 \cosh \zeta l,$$

식(25)의 연립방정식으로부터, 다음과 같이 정의되는 행렬식을 도입한다.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (26)$$

$$\Delta \alpha = \begin{vmatrix} W(l) & a_{12} & a_{13} \\ F & a_{22} & a_{23} \\ M & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad (27)$$

$$\Delta \beta = \begin{vmatrix} a_{11} & W(l) & a_{13} \\ a_{21} & F & a_{23} \\ a_{31} & M & a_{33} \end{vmatrix} \quad (28)$$

$$\Delta \gamma = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & W(l) \\ a_{21} & a_{22} & F \\ a_{31} & a_{32} & M \end{vmatrix} \quad (29)$$

식 (26)-(29)의 정의를 이용하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$E_a = \frac{(M_e s^2 + C_e s)(\Delta \alpha + \Delta \gamma) - 2 \zeta^3 EI(1 + Cs) \Delta \beta}{\Delta \cdot K_e} \quad (30)$$

### 3. 수치계산 및 실험결과

주파수영역에서의 해는 [13]에서 계산시간, 수치정밀도 및 적용성에서 가장 적절한 것으로 입증된 Weeks 알고리즘[12]를 이용하여 수치해석으로 시간영역의 해를 구하였다.

시뮬레이션에 사용된 입력함수는 식(31)-(33)과 같은 가속도를 가지는 함수를 사용하였고,  $\ddot{w}_1(l)$ 는 Bang-Bang적이고,  $\ddot{w}_2(l)$ 는 Cosine 함수를 조합한 것이며,  $\ddot{w}_3(l)$ 는 Gauss 확률밀도함수를 사용한 것이다. 이것을 Abstract에서는 편의상 Bang-Bang 함수, Cosine 함수, Gauss 함수로 칭하였다. 여기에서  $\ddot{w}_1(l)$ 에 대해서는  $T = 0.5 \text{ sec}$ ,  $\ddot{w}_2(l)$ 에 대해서는  $T = 0.5 \text{ sec}$ 이고,  $\ddot{w}_3(l)$ 에 대해서는  $\sigma = 0.13$ ,  $\mu = 1$ 이다.

$$\ddot{w}_1(l) = \{ U(t-T) - 2U(t-2T) + U(t-3T) \} / T^2, \quad (31)$$

$$\ddot{w}_2(l) = \frac{[ \{ \cos \omega(t-0.5T) + 1 \} U(t-T) - 2 \{ \cos \omega(t-1.5T) + 1 \} U(t-2T) + \{ \cos \omega(t-2.5T) + 1 \} U(t-3T) ]}{T^2} \quad (32)$$

$$\ddot{w}_3(l) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t-\mu}{\sigma} \right)^2}, \quad (33)$$

식(31)-(33)에 의한 가속도, 속도 및 변위의 그래프가 변위 50mm에 대하여 그림 2에 나타나 있다.

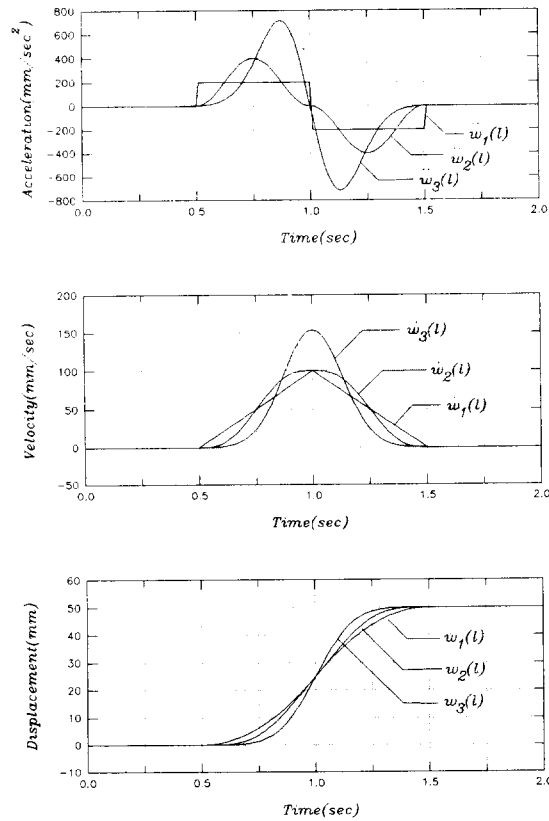


Fig.2 Desired Tip Trajectory

실험에 사용된 탄성아암은 길이  $l=500mm$ , 단면적  $2mm \times 12mm$ 이고, 밀도  $\rho=2.447 \times 10^3 kg/m^3$ 의 알루미늄 빔을 사용하였다. 그리고, 선단부하는  $10mm \times 10mm \times 12mm$ 의 황동각재 2개를 아암선단의 양측에 부착하여 사용하였고, 질량 및 극관성모멘트는 각각  $M_p=0.023628kg$ ,  $J_p=2.5858 \times 10^{-6} kg \cdot m^2$ 이다. 선단의 목표변위를 50mm로 하였을때 각 입력력에 대해 시뮬레이션을 통해 구해진 모터전압은 그림 3과 같다. 여기에서  $e_{a1}(t)$ ,  $e_{a2}(t)$ 와  $e_{a3}(t)$ 는 각각, 목표궤적  $w_1(l)$ ,  $w_2(l)$ 와  $w_3(l)$ 로부터 구해진 모터전압이다.

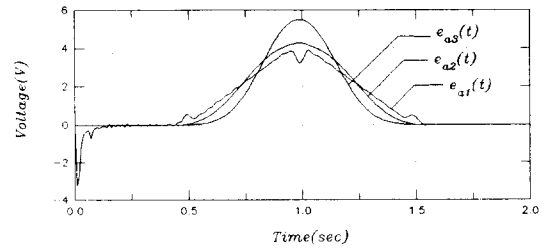


Fig.3 Motor Voltage by Simulation

그림 3의 모터전압을 모터에 인가하여 선단의 거동을 관측한 결과는 그림 4와 같고 그때의 오차는 그림 5와 같다.

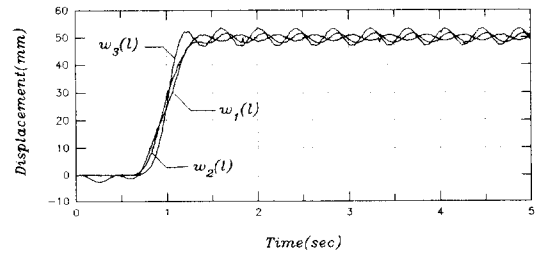


Fig.4 Measured Tip Displacement.

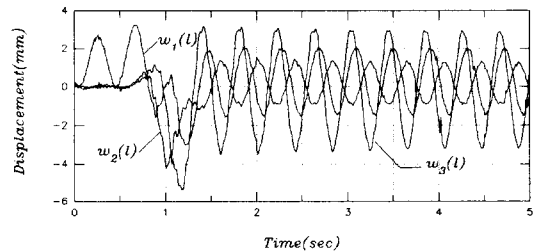


Fig.5 Error at Tip in comparison with Tip Trajectory Input