

적층 복합재료 사각판의 진동특성에 관한 연구

A Study on the Vibration Characteristics of Laminated Composite Materials Rectangular Plates

허동현(현대자동차), 신귀수(전북대 대학원), 이기형, 정인성(전북대 공대)
Dong-Hyun Heo(Hyundai Mortor Co.), Gwi-Su Shin (Chonbuk Univ. Graduate School),
Kee-Hyung Lee, In-Sung Chung (Chonbuk National Univ.)

ABSTRACT

Composite materials have various complicated characteristics according to the ply materials, ply orientations, ply stacking sequences and boundary conditions. Therefore, it is difficult to analysis composite materials. For efficient use of composite materials in engineering applications the dynamic behavior, that is, natural frequencies, nodal patterns should be informed.

This study presents the experimental and FEM results for the free vibration of symmetrically and antisymmetrically laminated composite and hybrid composite rectangular plates.

In order to demonstrate the validity of the experiment, FEM analysis using ANSYS was performed and natural frequencies experimentally obtained is compared with that calculated by FEM analysis. The results obtained from both experiment and FEM analysis show a good agreement.

Key Words ; Composite materials(복합재료), Finite element(유한요소), Laminated Composite(적층복합), Rectangular plates(사각판), CFRP(탄소섬유강화플라스틱)

1. 서론

높은 비강도(강도/무게)와 비강성(강성/무게), 저열 팽창계수를 갖는 복합재료는 최근 항공우주분야 뿐만 아니라 자동차, 선박, 스포츠 용품 등 여러 산업 분야에서 구조물의 경량화 설계를 위해 사용되고 있으며 많은 종류의 복합재료들이 개발되고 있고 그 응용성이 더욱 증가되고 있다.

복합재료의 특성과 다양한 기능을 산업분야에 응용하기 위해서는 복합재료의 진동특성에 대한 보다 많은 연구가 필요하다. 成田吉弘은 복합재료 판이론에 근거한 모델링과 진동해석을 수행하였고¹⁾, 一宮 등은 한쪽지지원 사각판의 정상응답을 구하였으며²⁾, 細川 등은 자유진동 해석의 정도 및 계산시간 평가에 있어서 각 판형상에 따른 해석을 수행하였다³⁻⁵⁾. 한편 Narita 등은 Ritz법을 이용하여 고유 진동수를 해석하였으며⁶⁾, 이영신 등은 복합재료 사각판의 동적 거동을 수행하였다⁷⁾. 본 연구에 있어서는 지금까지 나타낸 이론들을 바탕으로 복합재료의 이방성, 적층각 등의 조건들에 따라 나타나는 다양하고 복잡한 특성들의 해석을 통하여 우수한 기능과 특성을 갖

는 개선된 소재의 개발이 가능하게 되고 복합재료를 사용하는 구조물의 안정성에 대한 신뢰성 있는 예측과 설계를 도모하고자 하였으며, 최종적으로는 최적화 설계에 기여 할 수 있게 하고자 하였다.

본 논문에서는 탄소 섬유 프리프레그(Carbon fiber prepreg)로 구성된 대칭, 비대칭 2종류의 복합 적층판을 직사각형 형상의 실험 시편 판으로 제작하고 원하는 경계조건을 만족 시킬 수 있는 실험장치를 구성하여 각각의 경계조건에서의 적층판들에 대한 고유진동수를 FFT Analyzer에 의한 진동실험으로 구하였다.

실험에서 얻은 값들의 타당성을 확인하기 위해서 유한요소법을 이용하는 상용 프로그램인 ANSYS를 사용하여 해석을 수행하였고 복합 적층판들에 대한 고유진동수와 각각의 진동 모드형상(mode shape)을 2차원 그래픽으로 얻었다.

2. 이론해석

복합 적층판을 구성하는 각각의 층들은 직교성을 갖는 얇은 판들이므로 각 층을 평면응력 상태로 가정하면 두께 방향의 응력 성분들은 무시할 수 있다.

복합 적층판에 있어서 재료의 섬유방향을 1축, 그것에 수직인 횡방향을 2축이라 하고 판 형상에 대한 기하축으로 가로방향, 세로 방향을 x, y 축이라고 한다면 k 번째 층에 대한 1, 2축 방향으로의 응력과 변형의 관계는 아래와 같이 표현될 수 있다⁸⁾.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (1)$$

이 경우는 C_{ij} 인 4개의 독립적인 탄성상수를 갖게 되는데 환산 강성(Reduced Stiffness)이라고 하는 이 탄성상수들은 복합 적층판에 있어서의 일반적인 공학 상수들과 다음과 같은 관계가 있다.

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} \quad (2)$$

$$C_{12} = \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} = \frac{\nu_2 E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad C_{66} = G_{12}$$

다음으로 복합 적층판에서 u, v, w 를 x, y, z 방향으로의 변위라고 할 때 다음과 같은 관계가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \epsilon_{zx} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

본 논문에서는 고전 적층판 이론에 근거해서 이론을 전개하는데 Kirchhoff가설에 의해 변위장을 z 의 1차항까지만으로 가정하는 것으로 두께좌표 z 에 대한 선형함수로 u, v, w 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y) + z u_1(x, y) \\ v &= v_0(x, y) + z v_1(x, y) \\ w &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 u_0, v_0, w_0 는 중앙면의 변위이다. Kirchhoff가설로 부터 층간전단변형 $\epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$ 를 무시할 수 있다. n 개의 층(Lamina)으로 구성된 복합 적층판에 대하여 h 를 전체 판의 두께라고 할 때 복합 적층판의 구성과 좌표계는 Fig. 1과 같다.

k 번째 층에 대한 응력-변형의 관계식에 중립면에서의 변형과 판곡률과의 관계식을 적용하여 다음과 같이 간단하게 표현한다.

$$[\sigma]_k = [Q]_k [\epsilon^0] + z [Q]_k [\kappa] \quad (5)$$

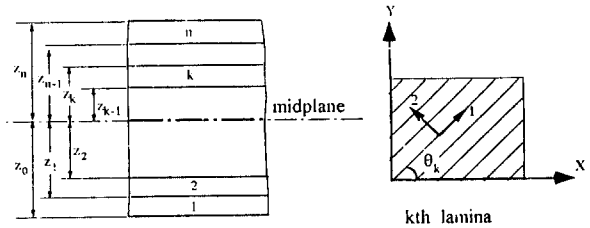
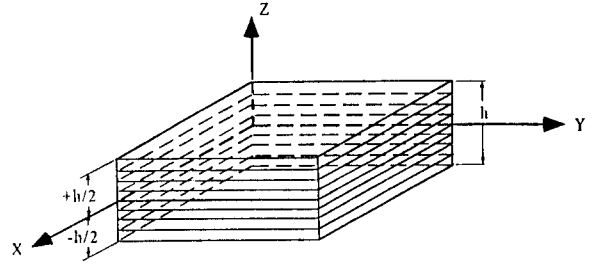


Fig. 1 Laminated composite plate with n lamina.

복합 적층판에 작용되는 응력의 합들인 합성력(resultants force), $N(N_x, N_y, N_{xy})$ 은 두께방향으로는 크기가 0이기 때문에 In-plane Force라고도 한다. n 층 복합 적층판 전체에 작용되는 합성력, N 과 합성모우먼트, $M(M_x, M_y, M_{xy})$ 은 앞에서의 응력-변형 관계식과 같이 간단하게 표현하는 방법으로 다음과 같이 복합 적층판에 대한 구성방정식(constitutive equation)으로 다음과 같이 보다 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서, A 는 인장 강성행렬, B 는 컵플링 강성행렬, D 는 굽힘 강성행렬이다.

3. 실험 방법

적층각과 두께를 달리하는 비대칭(8ply)과 대칭(16ply) 2종류의 CFRP 적층판을 시편으로 제작하고 원하는 실험장치를 구성하여 FFT Analyzer에 의한 진동실험으로 각각의 고유진동수를 구하게 된다. 또한 본 논문에서 구성한 실험장치의 적합성과 유한요소 해석의 정확한 수렴특성을 확인하기 위한 기초실험으로 자동차에 사용되는 등방성 균일재료인 강철판에 대해서도 실험을 실시하였다.

강철판 시편의 두께는 0.8 mm이고 300(mm) × 300(mm)인 정사각형으로 제작하였다.

CFRP 적층판들은 두께가 0.125 mm인 T300 탄소 섬유 프리프레그(Carbon fiber prepreg)를 사용하여 필요한 적층각(섬유방향)과 적층수에 맞추어 적층을 한 후에 autoclave에서 일정 주기의 온도와 압력의 조건에서 제작하였다. CFRP 비대칭 적층판은 적층각(섬유방향)이 $[45^\circ / -45^\circ / 45^\circ / -45^\circ]_{2T}$ 이고 두께는 1mm이며 CFRP 대칭 적층판은 적층각(섬유방향)이 $[90^\circ / -45^\circ / 0^\circ / 45^\circ]_{2S}$ 이고 두께는 2mm이다.

본 논문의 실험에 사용한 복합 적층판 시편들에 대한 적층 형상은 Fig. 2와 같다.

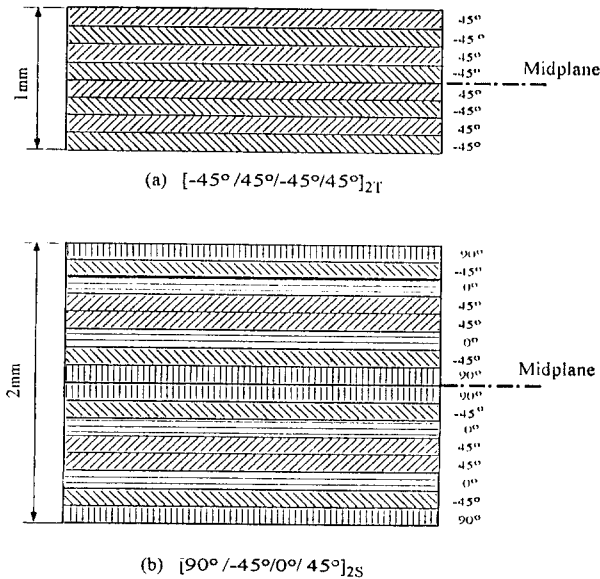


Fig. 2 Laminate stacking sequences of CFRP plate.

경계조건을 만족시키기 위해서 지그(Jig)를 제작 사용하였다. 지그는 판을 지지하는 320 mm의 블럭2개와 200 mm의 블럭2개 그리고 판위에 놓여 판을 블럭에 고정 체결시키는 역할을 하는 두께 10 mm의 덮개판 4개로 구성되며 블럭은 모두 볼트체결이 가능하도록 나사가 내어져 있다.

4개의 블럭과 덮개판을 모두 사용하면 네변고정, 1개의 블럭과 덮개판을 사용하면 한변고정의 경계조건을 만족시킬 수 있는 실험장치를 구성할 수 있게 된다.

Fig. 3은 실험 장치에 대한 개략도를 보여주고 있

다.

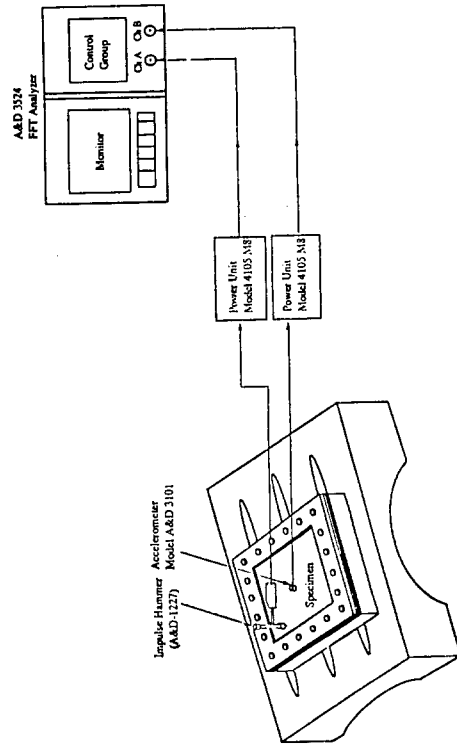


Fig. 3 Schematic diagram of rectangular plate experimental apparatus.

진동 실험장치의 블럭과 덮개판 사이에 시편 판들을 위치시키고 토오크 렌치를 이용하여 일정한 체결력으로 볼트 체결하여 실험을 실시한다.

실험은 고유진동수를 구하기 위해서 FFT 주파수 분석기를 사용하였다. 모든 시편 판들에 대해서 데이터 측정시 부정확한 가진으로 인한 오차를 줄이기 위하여 10회 가진을 실시하여 평균화된 주파수 응답 신호를 얻었다.

4. 유한요소 해석

본 논문에서는 복합 적층판, 혼합 적층판의 고유진동수와 모드형상을 구하기 위해서 유한요소법을 이용하는 구조해석 상용 프로그램인 ANSYS를 사용하여 해석을 수행하였다.

두께 0.8mm, 크기 250×200 (mm)와 네변고정의 경계조건을 갖는 강철판에 대해서도 위에서의 element를 사용하여 모델링했다. 이때 층수는 한 개의 층이 되고 등방성을 고려했다.

판들의 모델링시 입력한 강철판과 CFRP 적층판의 재료 특성값은 Table 1과 같다.

Table 1 Material properties of plates

Material	E ₁ [GPa]	E ₂ [GPa]	G ₁₂ [GPa]	G ₁₃ [GPa]	G ₂₃ [GPa]	ν ₁₂	ρ [kg/m ³]
CFRP	135.4	9.6	4.8	4.8	3.0	0.31	1500
Steel	E=206.84		G=80.046			0.292	7833.4
Urethane	E=0.0098		G=0.00331			0.48	100

CFRP 비대칭 적층판 2장을 사이에 두고 안쪽에 우레탄이 위치하는 혼합 적층판(Hybrid laminated plate)은 CFRP 적층판이 탄성층이 되고 우레탄이 점탄성층이 되는 구조를 갖게 된다.

이러한 혼합 적층판의 유한요소 해석의 경우 탄성층은 쉘 element로 모델링하고 점탄성층은 판 형태이지만 전단변형을 정확하게 나타내기 위해서 Solid element로 모델링하는 기법이 일반적이다.

모델링 할 때 입력한 CFRP 적층판, 우레탄의 재료 특성값은 앞의 Table 1과 같다.

5 결과 및 고찰

각각의 경계조건들에 대해서 실험에 의해 얻어진 고유진동수 값들과 유한요소 해석에 의해 구한 고유진동수 값들을 표와 그래프로 정리하여 나타내었고 비교 검토하였으며 앞장에 나타난 진동 모드형상(Mode shape)들에 대해서 고찰해 보았다. 또한 FFT Analyzer를 이용한 진동 실험과 유한요소 모델링에 의한 해석을 수행하였다. 네변고정의 경계조건을 갖는 강철판의 고유진동수를 구했고 네변고정 경계조건들에 대한 대칭, 비대칭 복합 적층판들의 고유진동수들을 얻을 수 있었다.

Fig. 4는 실험에 의해 얻어진 주파수 응답 곡선을 보여주고 있는데 횡축은 가진 주파수(Hz), 종축은 응답변위의 스펙트럼 증폭에 대한 값을 표시하고 있다. 그림에서 주파수 응답 곡선의 피크값이 고유진동수를 나타낸다.

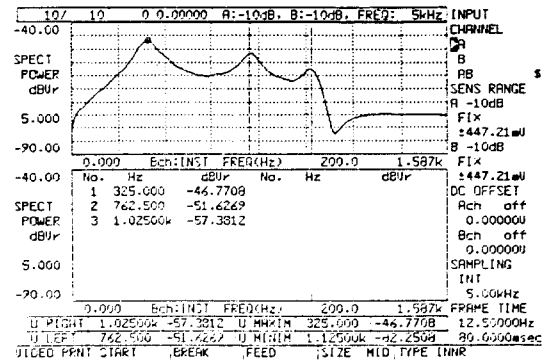
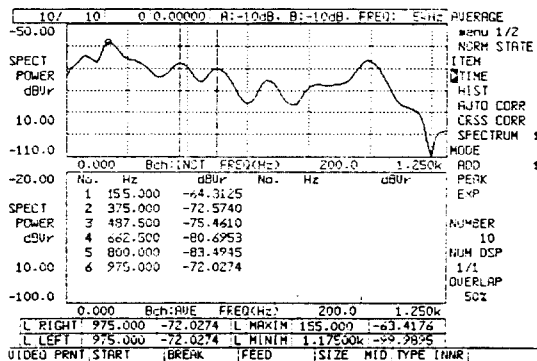


Fig. 4 Frequency response of completely clamped CFRP plate.

실험결과를 실험으로부터 얻은 고유진동수를 유한요소 해석 결과와 비교하기 위해서 Table 2~3에 정리하였다.

유한요소 모델링에 근거하여 강철판, 비대칭, 대칭 복합 적층판, 혼합 적층판에 대해서 유한 요소 해석을 실시하였다.

강철판은 네변고정의 경계조건에 대해서 해석했고 cross-ply 대칭 적층판과 혼합 적층판은 가장 다양한 모드형상을 보여주는 한변고정의 경계조건에 대해서만 해석했다.

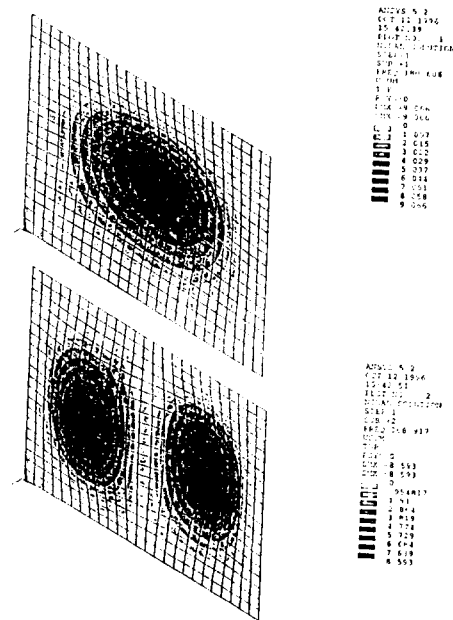


Fig. 5 Natural frequencies and mode shapes of CFRP plate

Table 2 Natural frequency[Hz] of completely clamped steel and CFRP[0°] plate with equal bending stiffness

Mode number	Steel plate		CFRP[0°]	
	FEM (NASTRAN)	FEM (ANSYS)	Exp.	FEM (ANSYS)
1	146.95	147.52	155.0	166.37
2	258.21	259.13	265.0	342.89
3	337.44	338.05	345.0	420.80
4	437.05	440.40	425.0	578.27
5	439.11	440.85	—	593.20
6	611.99	613.33	600.0	753.92

Table 3 Natural frequency[Hz] of completely clamped laminated composite plate

Mode number	[45/-45/45/-45] _{2T}		[90/-45/0/45] _{2s}	
	FEM	Exp.	FEM	Exp.
1	180.61	155.0	358.55	325.0
2	368.92	375.0	732.48	762.5
3	453.92	487.5	1030	1025
4	604.32	—	1218	—
5	650.73	662.5	1292	—
6	815.64	800.0	1735	—

이상과 같은 해석 결과가 Fig. 5에서 보여지는 것과 같이 고유진동수와 모드형상으로 얻어졌다.

대칭 복합 적층판(16ply)의 고유진동수값들이 비대칭 복합 적층판(8ply)보다 모든 진동 모드에서 큰 값을 나타내는데 이것은 판의 두께가 커질수록 고유진동수 값이 증가하기 때문이라고 생각된다.

6. 결론

본 논문에서는 네변고정의 경계조건을 갖는 등방성의 균일 재질인 강철판과 적층각(섬유방향)이 대칭, 비대칭인 2종류의 복합 적층판에 대해서 진동 실험과 유한요소 해석을 실시하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 주변고정의 경계조건들을 갖는 CFRP 복합 적층판들에 대해서 실험과 유한요소 해석에 의해 얻어진 고유진동수가 잘 일치하였다.
2. 복합 적층판에 있어서 판의 두께, 적층각, 적층순서가 고유진동수 값과 모드형상에 큰 영향을 준다는 사실을 확인할 수 있었고 특히, 굽힘-인장, 굽힘-비틀림의 연성(coupling)을 갖지 않는 cross-ply 대칭 적층판의 경우 모드형상이 뚜렷하게 다르게 나타남을 알 수 있었다.
3. 비대칭 혼합 적층판과 우레탄으로 구성된 혼합 적층판은 두께에 비해 낮은 고유진동수값을 나

타내는데 이것은 우레탄을 사용함으로써 고유진동수값을 감소시킬 수 있음을 의미한다.

참고문헌

1. 成田吉弘, “複合材料構造物のモデリングと振動問題における研究展望”, 日本機械學會論文集(C編), 59卷565号, 1993. 9.
2. 一宮, 成田, 丸山, “FRP 積層された片持”長方形板の定常應答“, 日本機械學會論文集(C編), 55卷516号, 1989.
3. 細川, 成田, 坂田, “FRP 對稱積層板の自由振動”, 日本機械學會論文集(C編), 57卷543号, 1991.
4. 細川, 失田, 坂田, “周邊固定された非對稱積層板の自由振動解析”, 日本機械學會論文集(C編), 58卷555号, 1992.
5. 細川, 山田, 坂田, “FRP非對稱積層板の自由振動解析”, 日本機械學會論文集(C編), 60卷574号, 1994.
6. Y. Narita and A.W. Leissa, “Frequencies and Mode Shapes of Cantilevered Laminated Composite Plates”, Journal of Sound and Vibration 154(1), pp. 161~172, 1992.
7. 이영신, 최명환, “외관형 복합재료 및 혼합적층 사각판의 자유진동 해석”, 대한기계학 회 논문집, Vol. 16, No.5, pp. 849~863. 1992.
8. R. M. Jones, “Mechanics of Composite Materials”, McGraw-Hill, Ney, York. 1975.