

# 직접식 조형법의 금속 분말 적층부 소결에 관한 연구

## Numerical Analysis for Sintering of Metal Powder Layers of the Direct Metal Prototyping

손 현 기(한국과학기술원 기계공학과), 양 동 열(한국과학기술원 기계공학과)  
Hyon-Kee SOHN(KAIST), Dong-Yol YANG(KAIST)

### ABSTRACT

The Direct Metal Prototyping(DMP), one of the rapid prototyping technologies, allows the manufacturing of three-dimensional metallic parts using metal powders directly from the CAD data. Laser power and scanning speed are the most important variables of the process.

The objective of this study is to obtain the design data for laser power and scanning speed to bond metal powders effectively using the finite element method. To obtain the design values, a numerical analysis considering two-dimensional heat transfer during the sintering of metal powder layers of the process was performed. The laser beam has been modeled to have directionality in its heat flux distribution, i.e., in the scanning direction a Gaussian beam mode distribution has been assumed and in the thickness direction a square beam mode distribution. The three-dimensional irregular distribution of metal powders of the powder layer is idealized as two-dimensional distribution in which metal powders are located regularly and periodically on the plate.

In this study the design values of laser power vs scanning speed have been obtained. Temperature distribution and temperature variation of the powder layers with respect to time have been predicted. The computed design data will be useful in determining the initial conditions of the process.

**Key Words** : Rapid Prototyping(쾌속 조형법), Direct Metal Prototyping(직접식 조형법), metal powder(금속분말), finite element method(유한요소법)

## 1. 서 론

쾌속 조형법(Rapid Prototyping; RP)은 개발 초기에 시작품의 디자인 검증이나 조립성 평가 등에 그 사용이 한정되었으나, 점차 그 사용 범위가 확대되어 인베스트먼트 주조(investment casting), 플라스틱 주조(plaster casting), 회전 주조(spin casting) 등의 여러 주조공정을 위한 마스터 모델(master model)의 제작에 많이 사용되고 있으며, 최근에 들어서는 금속 재료를 이용한 시작품 및 부품(part) 그리고 금형(die/mold) 제작에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

본 연구에서는 쾌속 조형법의 일종인 금속 재료를 이용한 직접식 조형법(Direct Metal Prototyping; DMP)의 금속 분말 적층부(metal powder bed)에서 발생하는 열전달 현상을 수치 해석하여, 금속 분말 간의 결합이 일어나도록 하는 레이저 출력(laser power), 조사 속도(scanning speed) 등의 주요 공정

변수의 임계값(critical value)을 예측하도록 한다.

직접식 조형법은 레이저 소결(laser sintering)을 이용하는 것으로써 기존의 쾌속 조형법의 특징을 고찰하여 1995년 신민철 등에 의해서 개발된 것이다<sup>(1)</sup>.

## 2. 유한 요소 수식화

### 2.1 지배 방정식<sup>(2)</sup>

비정상 열전도(unsteady heat conduction)의 지배 방정식은 다음과 같다. 여기서, 용융금속의 대류효과(convection effect)는 무시하였다.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \quad \text{in } \Omega \subset R^2 \quad (2.1)$$

Fig. 1에 경계(boundary)와 영역(domain)의 개략도(schematic diagram)를 나타내었으며, 경계조건(boundary conditions)은 식(2.2)~(2.5)와 같다.

$$T = T_0 \quad \text{on } \partial \Omega_1 \quad (2.2)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = q_n + q_c + q_r \quad \text{on } \partial \Omega_2 \quad (2.3)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = h_{int}(T_{metal} - T_{mold}) \quad \text{on } \partial \Omega_3 \quad (2.4)$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial \vec{n}} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial \vec{n}} = \rho L \frac{\partial X}{\partial t} \quad \text{on } \Gamma \quad (2.5)$$

여기서,  $T$  : 온도(temperature),  $T_{mold}$  : 접면에서의 금형 온도,  $T_{metal}$  : 접면에서의 금속 온도,  $T_s$  : 고상선 온도,  $T_l$  : 액상선 온도,  $t$  : 시간(time),  $\rho c$  : 열용량(heat capacity,  $k$  : 열전도율,  $k_s$  : 고상에서의 열전도율,  $k_l$  : 액상에서의 열전도율,  $h_{int}$  : 접면의 열전달 계수,  $Q$  : 내부열발생율,  $\partial \Omega_1$  : 온도가 주어진 경계면,  $\partial \Omega_2$  : 열유속이 주어진 경계면,  $\partial \Omega_3$  : 재료와 금형의 접면에서의 대류 경계면,  $\Gamma$  : 상변화가 일어나는 경계면(phase interface),  $q_n$  : 부가된 열유속,  $q_c$  : 대류 열전달율,  $q_r$  : 복사 열전달율,  $\vec{n}$  : 상변화면에서의 단위법선벡터,  $L$  : 단위 질량당 잠열량이다. 그런데,  $q_c$ 와  $q_r$ 은 각각  $q_c = h_c(T - T_\infty)$ ,  $q_r = h_r(T - T_\infty)$ 와 같이 표현되며, 여기서,  $h_c$  : 대류열전달 계수,  $h_r$  : 유효복사열전달계수,  $T_\infty$  : 주위 온도이다.

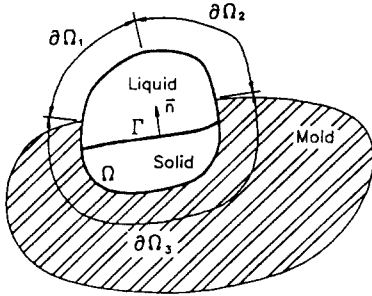


Fig. 1 Schematic for boundary conditions and domains

식(2.5)는 순수 금속(pure metal)과 공정 합금(eutectic alloy)에서와 같이 일정한 온도에서 상변화가 일어나는 경우의 잠열효과를 나타내는 식이다. 합금의 경우와 같이 온도 구간에서 상변화가 일어나는 경우는 위와 같은 간단한 식으로 나타내지 못한다. 식(2.5)에서  $\vec{n}$ 은 고상에서 액상으로 향하는 방향의 단위법선벡터이다.  $L$ 은 단위 질량당 잠열량을 나타내므로, 식(2.5)에서  $\rho L \frac{\partial X}{\partial t}$ 는 상경계면이  $\partial X$ 만큼 움직일 때 단위 면적당 잠열량이 된다.

지배 방정식을 약적분형(weak integral form)으로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \bar{T} dA + \int_{\Omega} k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} dA \\ & + \int_{\partial \Omega_2} h T \bar{T} d\Gamma + \int_{\partial \Omega_3} h_{int} T \bar{T} d\Gamma \\ & = \int_{\partial \Omega_2} h T_\infty \bar{T} d\Gamma + \int_{\partial \Omega_3} h_{int} T_{mold} \bar{T} d\Gamma \\ & + \int_{\Omega} Q \bar{T} dA \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서,  $\bar{T}$ 는 임의의 연속 함수이다.

## 2.2 엔탈피 방법에 의한 잠열 처리

엔탈피 방법은 체적당 열용량(volumetric heat capacity)을 온도의 함수로 나타내어 상변화시 발생하는 잠열을 고려한다. 즉 새로운 변수로서 잠열효과를 고려한 엔탈피(enthalpy),  $H$ 를 정의하고, 이를 이용하여 체적당 유효열용량(effective volumetric heat capacity)을 구하게 된다. 따라서, 이때의 열전도 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c^* \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \quad (2.7)$$

여기서,  $c^*$ 는 단위체적당 유효열용량이다. 본 연구에서는 유효열용량을 구하기 위해 Lemmon<sup>(3)</sup>이 제안한 방법을 사용하였다. 즉,

$$c^* = \left\{ \frac{(\partial H / \partial x)^2 + (\partial H / \partial y)^2}{(\partial T / \partial x)^2 + (\partial T / \partial y)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

여기서,  $x, y$ 는 해석 영역 내의 좌표를 나타낸다.

## 2.3 접면 요소(interface elements)의 처리

본 연구의 해석 영역은 금속 분말, 받침대, 공기 등의 여러 가지 영역이 존재하므로, 기존의 외연적(explicit) 방법을 사용하여 해석하는 경우에는 해석 영역이 여러 개로 분리되어 있기 때문에 계산 과정이 복잡해지고, 오차를 줄이기 위해 시간 증분을 작게 해 주어야 하는 어려움이 있으므로, 접면 요소를 도입하므로써 시간 증분마다 전체 영역을 동시에 계산하여 계산 오차를 줄이고, 해석 과정이 간결해지는 효과를 얻었다.

접면 요소의 수식화 과정을 살펴보면 다음과 같다. 식(2.6)은 금속 내의 온도를 구하는 식이다. 이 식에서 임의의 시간 증분,  $\Delta t$ 에서 계산을 수행하는 동안에 금속과 접하는 금형 면의 온도,  $T_{mold}$ 는 일정한 것으로 가정하고 계산을 하게 된다. 다음에 금형의 온도를 계산하게 되는데, 이때는 반대로 금형과 접하는 금속 면의 온도를 일정한 것으로 가정하고 계

산을 수행한다. 반면에, 접면 요소를 도입하면 임의의 시간 증분,  $\Delta t$ 에서 반복 계산(iteration)시에 금형과 금속의 접면의 온도를 상수로 가정하지 않고 해석 영역 전체를 계산하게 된다.

외연적 방법에서 금형에 대한 계산식을 식(2.6)과 합하면 전체 영역을 동시에 계산하는 식을 쓸 수 있다. 이 식에서 경계 요소의 강성 행렬,  $K_{int}$ 를 나타내는 수식을 쓰면 아래와 같다.

$$K_{int} = \int_{\partial\Omega_m} h_{int}(T_m^n - T_d^n) \bar{T} dI + \int_{\partial\Omega_d} h_{int}(T_d^n - T_m^n) \bar{T} dI \quad (2.9)$$

여기서,  $T_m^n$ ,  $T_d^n$ 는 임의의 시간 증분에서 n번째 반복 계산 시에 금속과 금형의 온도를 나타낸다.

### 3. 유한요소해석을 위한 모델링

#### 3.1. 레이저 광선 모델링

실제 레이저 광선의 에너지 분포는 복잡한 3차원 분포를 가지나, 본 연구는 직접식 조형법의 소결 공정을 2차원으로 모사하기 위하여 레이저 광선의 열 유속 분포를 2차원으로 모델링 하였다.

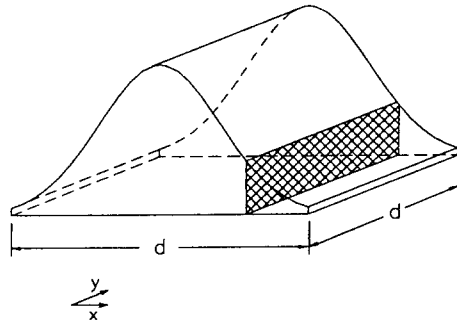


Fig. 2 Heat flux distribution of laser beam model

Table. 1 Data of the laser beam used in the analysis

amount of offset	0.2 mm
shield gas	N <sub>2</sub>
laser beam pulse	10 ms
laser beam frequency	40 Hz
laser beam diameter	1.0 mm

광선의 강도 분포 효과를 고려하기 위하여 광선 진행 방향으로 Gaussian 방식의 분포를 가지도록

하고, 진행 방향과 수직인 방향으로는 각 점에서 각각 광선과 같이 균일한 분포를 가지도록 하였다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 Gaussian 분포를 가지는 사각형 형태의 광선으로 모델링 하였다. Table. 1에서 레이저에 관한 사항을 나타내었다.

본 연구에서 레이저 광선의 입력은 3 Point Gaussian Quadrature를 이용하여 계산하였고, 금속 분말의 높이 차에 의한 영향은 무시하였다.

#### 3.2. 금속 분말 적층부 모델링

본 연구에서는 3차원의 분포를 가지고, 직경이 일정하지 않은 금속 분말의 도포 상태를 2차원으로 모델링 하였다. 실험<sup>(1)</sup>에 사용한 금속 분말은 순수 철 분말(pure iron powder)로써 그 입도는 100 메시이고, 분말의 최대 직경은 0.150 mm이다. 철분말의 용융점은 1339℃이고, 잠열은 272 J/g이다. 적층된 분말의 한 층 두께는 0.2 mm이며, 적층부의 밀도는  $\rho_p = 2.8 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$ 이다.

2차원의 모델에서는 분말의 직경(0.150 mm)이 일정한 원통형의 금속 분말이 일정한 형태로 도포되어 있는 것으로 가정하였다. Fig. 3에 금속 분말 적층부의 치수(dimension)를 나타내었다. 금속 분말끼리 접하는 부분과 금속 분말과 받침대가 접하는 부분의 길이( $W_{int}$ )를 0.030 mm로 하였다<sup>(4,5)</sup>.

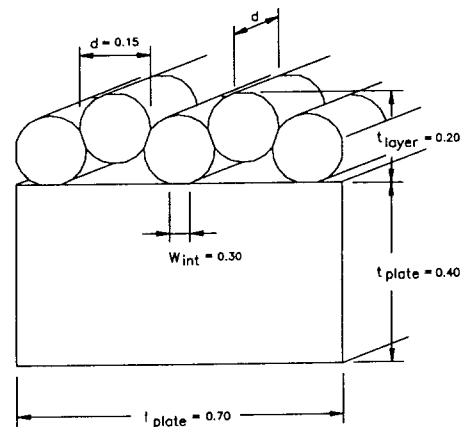


Fig. 3 Dimensions of the analysis domain (unit: mm)

해석 영역에서 받침대 부분은 전체에서 일부분을 떼어 낸 것이므로 잘려진 경계 부분에서는 전도(conduction)를 통해서 주위(environment)와 열전달이 일어난다. 이 전도 경계(conduction boundary)에서 주위로의 온도 변화가 연속적이므로 전도 경계를 가상 대류 경계(imaginary convection boundary)로

가정하고 해석하였다<sup>(7)</sup>.

직접식 조형법에서는 금속 분말의 접면의 온도가 초기 레이저 광선이 조사되기 전까지는 상온에 있다가 레이저 광선이 조사되면 순식간에 용융점을 지나므로, 본 연구에서는 여러 접면 열전달계수를 구하기 위해 금속 용탕의 실험결과를 참조하였으며, Table. 2에 해석 영역의 열전달 계수들을 나타내었다.

Table. 2 Heat transfer coefficients of the metal powder bed

powder to powder ( $h_{F-F}$ )	$2.0 \times 10^{-4}$ W/mm <sup>2</sup> °C (T < 1529°C) interpolation (1529°C ≤ T ≤ 1539°C) $1.5 \times 10^{-3}$ W/mm <sup>2</sup> °C (T > 1539°C)
powder to plate ( $h_{F-P}$ )	$2.0 \times 10^{-4}$ W/mm <sup>2</sup> °C (T < 1529°C) interpolation (1529°C ≤ T ≤ 1539°C) $1.5 \times 10^{-3}$ W/mm <sup>2</sup> °C (T > 1539°C)
powder to outside air ( $h_{F-Ao}$ )	$1.2 \times 10^{-5}$ W/mm <sup>2</sup> °C
powder to inside air ( $h_{F-Ai}$ )	$4.5 \times 10^{-6}$ W/mm <sup>2</sup> °C
plate to inside air ( $h_{P-Ai}$ )	$4.5 \times 10^{-6}$ W/mm <sup>2</sup> °C
plate to plate ( $h_e$ )	equivalent convection coefficient

#### 4. 유한 요소 해석 결과

본 연구에서 제안한 모델을 사용하여 수치해석을 위해 생성한 격자를 Fig. 4에 나타내었다.

실제 공정에서 금속 분말 사이의 결합이 몇 도(°C)에서 일어나는 지를 측정하는 것은 여러 가지 이유에서 매우 힘들다. 그래서, 본 연구에서는 금속 분말 사이의 결합을 판단하는 기준으로써, 서로 접하는 금속 분말 사이의 접면(interface)에서 양쪽 분말의 온도가 모두 용융점(melting point)이상으로 가열되었을 때 두 분말은 서로 결합되었다고 가정하였다.

2차원의 적층부 모델을 사용하여 조사 속도가 600, 800, 1,000, 1,200 mm/min인 네 가지의 경우에 대해서 레이저 출력을 변화시켜 가면서 해석을 수행하였다. Fig. 5에서 레이저 광선이 조사된 후 해석 영역의 온도 분포를 나타내었다. 금속 분말의 온도 분포를 살펴보면, 위 쪽으로 솟아 있는 금속 분말들은 모델의 기하학적인 이유로 인하여 유입되는 열유속량이 다른 분말에 비해 많기 때문에 온도가 높게 나타났다. 그리고 금속 분말 사이에서 열전달이 거의 없는 것을 볼 수 있다. 그것은 접면의 열전달 계수

가 매우 작고, 시간 지연(time delay)을 고려하지 않았기 때문에 열전달이 일어날 수 있는 충분한 시간이 없기 때문이다.

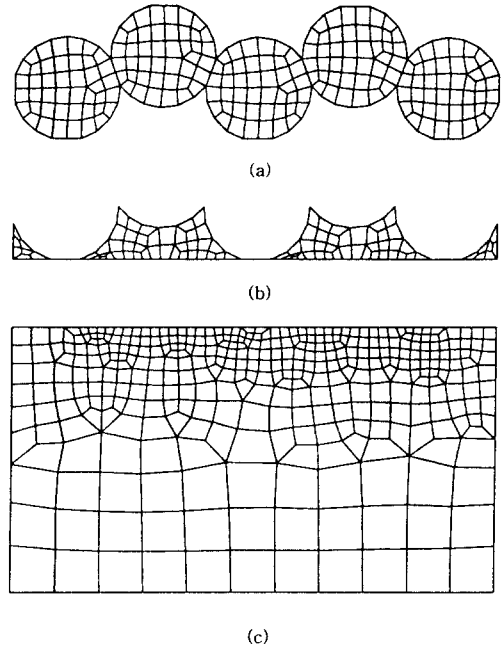


Fig. 4 Finite element mesh for the three domains in analysis domain : (a) powders, (b) inside air, (c) plate

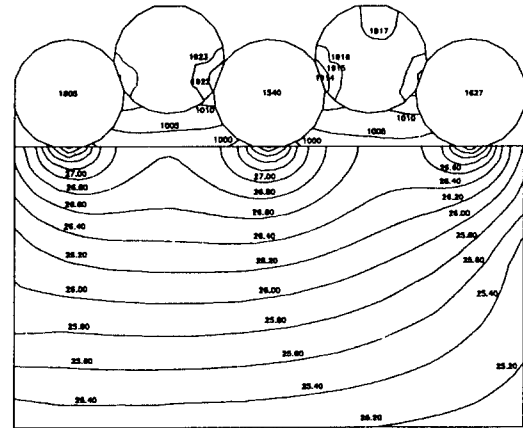


Fig. 5 Temperature profile of analysis domain

조건을 바꾸어 가며 여러 차례 해석을 수행한 결과를 이용하여 Fig. 6에 레이저 출력과 조사 속도 사이의 임계선(critical line)을 나타내었다. 이 임계선은 수치해석 결과로부터 결합이 일어나는 경우, 즉 모든 접면의 온도가 용융점보다 높은 경우와 결합이

일어나지 않는 경우의 최소 접면 온도에 대해서 내삽법을 이용하여 각 경우에 대해서 금속 분말 사이의 결합을 일으키는 임계값을 구하여 나타낸 것이다.

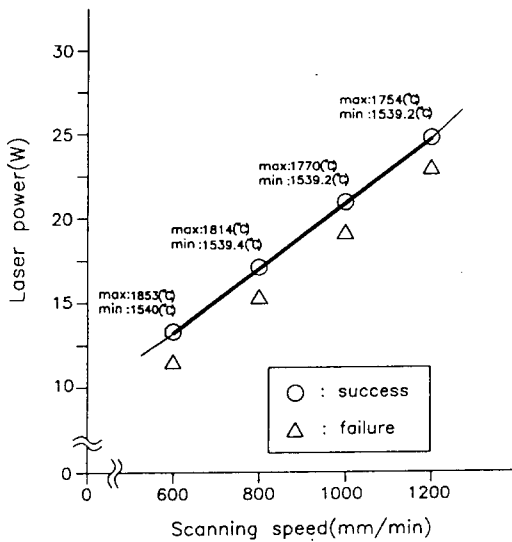


Fig. 6 Critical values of laser power and scanning speed obtained from simulation

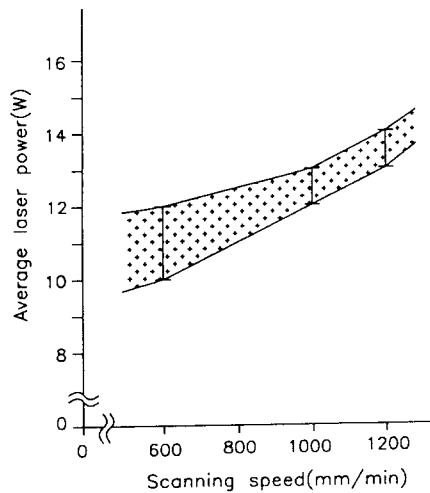


Fig. 7 Critical values of laser power and scanning speed obtained from experiment

Fig. 7에서 신민철 등<sup>(1)</sup>에 의해서 수행된 실험에서 구한 임계값을 나타내었다. 실험에서 얻어진 임계선은 해석에서 구한 것보다 그 기울기가 더 완만한 것을 볼 수 있다. 실제 제작 형상의 치수를 고려하여 시간 지연을 적용하여 해석을 수행하면 실험에 더욱

가까운 결과를 얻을 수 있을 것이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 직접식 조형법의 금속 분말 적층부를 열전달 수치해석 함으로써 직접식 조형법의 금속 분말 적층부 내에 도포된 금속 분말 사이의 결합이 가능한 주요 공정 변수(레이저 출력, 조사 속도)의 임계값을 예측하였으며, 개발한 코드와 적층부 모델은 입자의 크기나 종류, 겉보기 밀도(apparent density), 제작 환경, 최종 제품 치수를 고려한 주요 공정 변수(레이저 출력, 조사 속도)의 임계값 예측을 가능케 함으로써 실제 공정의 초기 조건 선정에 있어서 유용하게 활용될 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

1. M. C. Shin, "Experimental Study of Direct Metal Prototyping Process", KAIST, M.E. Thesis, 1995.
2. Y. H. Chen, "Study of Solidification, Shrinkage and Natural Convection in Casting Process", Ohio State University, Ph.D. Thesis, 1990.
3. E. C. Lemmon, "Multidimensional Integral Phase Change Approximations for Finite Element Conduction Codes", in R. W. Lewis, K. Morgan and O. C. Zienkiewicz (eds), Numerical Methods in Heat Transfer, Wiley, Chichester, pp. 210-213, 1981.
4. A. V. Luikov, Analytic Heat Diffusion Theory, Academic Press, New York, 1968.
5. F. Boeschoten and E. F. M. Vander Held, "Thermal conductance of contacts between aluminum and other metals", Physica 23, Jun., 1957.
6. Y. Shvetsova, "Study of rubbing bodies contact with transparent models (Issledovaniye kontakta trushchikhsya tel na prozrachnykh modelyakh)", Iz. Akad. Nauk SSSR, Sb. Treniye i Izons v Mashinakh IV, 1951.
7. S. J. Na and S. Y. Lee, "A study on the three-dimensional analysis of the transient temperature distribution in gas tungsten arc welding", Proc Instn Mech Engrs Vol.201, No.B3, pp. 149-156, 1987.