

역분석에 의한 충격력 재현 특성 (Reconstruction Characteristics of Impact Force by Inverse Analysis)

조창기*, 이규섭*, 최의중*, 류봉조**, 이종원**

(*국방과학연구소, **대전산업대학교)

C.K. Cho, G.S. Lee, E.J. Choi(ADD),

B.J. Ryu, J.W. Lee(TaeJon National Univ. of Tech.)

ABSTRACT

This paper describes a method for reconstructing the impact force by inverse analysis. The inverse problem of reconstructing the impact force using experimentally measured structural responses tends to be ill-conditioned. In practical application, impact response data involve noise caused by the measurement system. We present a method to minimize the mean square error of reconstructed force. The agreement is very satisfactory in all the comparisons. This verifies the proposed method.

1. 서 론

충격하중을 받는 재료의 기계적성질을 평가하거나 충격하중을 받는 구조물의 거동을 실험적으로 조사하기 위해서는 충격하중을 정확하게 측정하는 것이 중요하다. 그러나, 충격하중에 의해 유도된 응력파는 충돌체를 통해 복잡한 방법으로 전파하기 때문에 임의 형상을 갖는 물체에 작용하는 충격하중을 측정하는 것은 쉽지 않다.

실제로 동적 충격력을 알아야 할 필요가 있는데 충격체(impactor)를 계측하는 것이 불가능한 경우가 많이 발생한다. 이러한 예로 항공기의 착륙시와 같은 고속 충격^[1], 보일러 튜브의 충격마모^[2]등이 있다. 최근에 발표된 일부 흥미있는 경우는 과일^[3]과 핵연료 운송 통(cask)^[4]에 미치는 충격력 결정을 들 수 있다.

충격력 동정 문제에 뛰어난 요약은 참고문헌^[5]에서 찾아볼 수 있으며, 일반적인 역문제(inverse problems)에 관한 보다 상세한 내용은 참고문헌^[6]에서 찾을 수 있다.

역분석(Inverse Analysis)을 통해 물체의 충격응답으로부터 충격하중을 예측하는 방법은 최근에 많이 연구되어지고 있다. Hollandworth^[7]는 구조의 동력학을 해석하기 위해 모우드 해석 방법을 사용하고 역문제의 해(inverse solution)를 찾기 위해 동적프로그래밍 방법을 사용하였다. Inoue^[8]는 샤프피 시험중의 충격력을 결정하기 위해 주파수 영역 역승적(deconvolution)에 의한 구조의 주파수 영역 특성화를 시도하였다. Inoue^[9]등은 예측값의 평균자승오

차를 최소화시키는 방법을 제시하였다.

일반적으로 접근방법들에서 가용한 실험 데이터의 양과 질은 물론 구조의 복잡성, 충격력의 주파수 합량, 구조 모델링의 형태등과 같은 인자들을 다루고 있다. 만족스러운 해는 여러가지 다른 인자들을 결합해야만 얻어지는 어려운 문제이기 때문에 충격력 동정 문제가 근본적으로 성공적인 해를 얻기 위해서는 양질의 데이터를 얻는 것이 중요하다.

그러나 실제 응용에서는 충격응답데이터가 측정시스템에 의해 야기된 잡음을 포함하고 있다. 역분석은 때때로 ill-conditioned되기 때문에, 이러한 잡음은 확산되는 경향이 있고 충격하중의 예측값도 잡음으로 인해 불명료해진다.

본 논문에서는, 잡음확산을 줄이기 위해 역분석의 최적방법을 이론적으로 유도하였으며, 그 효과도는 numerical simulation을 통해 입증시켰다. 본 방법의 응용성은 외팔보에 대한 횡방향 충격실험을 통해 측정된 가속도 응답을 사용하여 얻어진 충격력 재현(Force reconstructions) 특성을 확인하였다.

2. 이론적 배경

2.1 충격하중의 역분석

임의 형상을 갖는 물체에 작용하는 충격하중과 그 물체의 임의 점에서의 응답을 $u(t)$, $v(t)$ 라고 할때,

물체의 응답이 충격력에 대해 선형적이라고 하면, 충격하중과 응답사이의 관계는 $u(t)$ 와 $v(t)$ 의 컨볼루션 적분(convolution integral)으로 설명할 수 있다. 즉, $t < 0$ 에서 $u(t) = 0$ 이라고 가정하면, 식(1)을 얻게 된다.

$$v(t) = \int_0^t h(\tau) u(t-\tau) d\tau \quad \text{----- (1)}$$

여기서 $h(t)$ 는 계의 충격응답함수를 나타내고 계는 시불변(time-invariant)이고 인과관계를 갖는다고 가정한다. 식(1)을 푸리에변환하면

$$V(\omega) = H(\omega) U(\omega) \quad \text{----- (2)}$$

여기서 $H(\omega)$ 는 전달함수이다.

2.2 노이즈가 역분석에 미치는 영향

측정 노이즈의 영향을 고려한 선형계의 입출력 모델은 Fig.1과 같다. 여기서 $u(t)$ 와 $v(t)$ 는 각각 실제 충격하중과 실제 스트레인 응답, $x(t)$ 와 $y(t)$ 는 대응하는 측정값, $m(t)$ 와 $n(t)$ 는 측정데이터에 포함된 각각의 노이즈 성분이다.

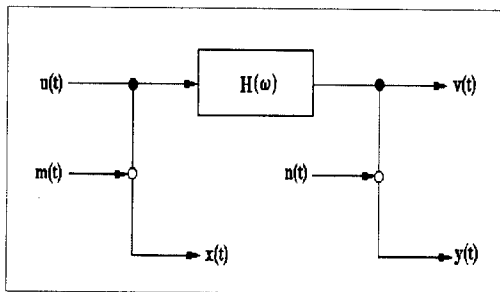


Fig. 1 Input/output model of a linear system with measurement noise

측정 데이터로부터 전달함수의 직접 예측은

$$\hat{H}(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{V(\omega) + N(\omega)}{U(\omega) + M(\omega)} \quad \text{----- (3)}$$

$\omega \rightarrow 0$ 일때 $|U(\omega)| \rightarrow 0$, $|V(\omega)| \rightarrow 0$

측정 응답으로부터 충격하중의 직접예측은

$$\hat{U}(\omega) = \frac{Y(\omega)}{\hat{H}(\omega)} = \frac{V(\omega) + N(\omega)}{H(\omega)} \quad \text{----- (4)}$$

2.3 최적 역시스템

Fig.1과 같은 선형계에서 측정값 $y(t)$ 로부터 실제 입력 $u(t)$ 를 예측하는 문제를 고려한다. 여기서 노이즈 $m(t)$ 와 $n(t)$ 는 평균이 0인 정상 불규칙 신호(zero-mean stationary random signals)이고 그리고 그것은 다른 신호들과 상관되지 않았다고 가정한다. 이 계의 측정결과인 $y(t)$ 는 실제 입력 $u(t)$ 에 관련된다.

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) u(t-\tau) d\tau + n(t) \quad \text{----- (5)}$$

$n(t)$ 는 미지이기 때문에, 식(5)는 $h(t)$ 가 주어질지라도 $u(t)$ 에 대해 해를 구할 수가 없다. 그러므로, $u(t)$ 에 대한 식(5)를 푸는 것 대신에 선형 역시스템을 고려함으로써 충격하중의 예측치를 찾는다. 역시스템은 예측치가 식(6)으로 주어지도록 변환불변(shift invariant)하다고 가정할 수 있다.

$$\hat{u}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) y(t-\tau) d\tau \quad \text{----- (6)}$$

여기서 $g(t)$ 는 역시스템의 충격응답함수를 나타낸다. 또한 정방향 계(forward system)가 인과관계를 갖기 때문에 그 역시스템은 인과관계가 없다고 가정한다.

충격하중의 최적 예측값을 얻기 위해서는, 식(7)과 같이 예측치의 평균자승오차가 최소값이 되는 전달함수 $G(\omega)$ 를 찾는다.

$$J = \epsilon [\{ u(t) - \hat{u}(t) \}^2] \quad \text{----- (7)}$$

여기서 $\epsilon[\cdot]$ 는 기대치를 나타낸다. 직교성 원리(5)에 따라, 평균자승오차 J 는 역시스템의 입력 $y(t)$ 가 예측오차 $\{ u(t) - \hat{u}(t) \}$ 에 직교할 때 최소가 된다., 즉 식(8)을 만족시키는 $G(\omega)$ 를 찾는 문제로 변형된다.

$$\epsilon [\{ u(t) - \hat{u}(t) \} y(t-\sigma)] = 0 \quad \text{--- (8)}$$

식(6)을 식(8)에 대입하면,

$$R_{yu}(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) R_{yy}(\sigma-\tau) d\tau \quad \text{---- (9)}$$

여기서 $R_{yu}(\sigma) = \epsilon [y(t) u(t+\sigma)]$

$$R_{yy}(\sigma) = \epsilon [y(t) y(t+\sigma)]$$

적분식(9)가 컨볼루션 형태이므로, 최적 역시스템의 전달함수는

$$G(w) = \frac{S_{yu}(w)}{S_{yy}(w)} \text{-----} (10)$$

노이즈가 평균이 0(zero-mean)이고 다른 신호들과는 상관관계가 없다(uncorrelated)는 사실에 주목해 보면,

$$\begin{aligned} S_{yu}(w) &= S_{yu}(w) \\ &= H^*(w) S_{uu}(w) \\ S_{yy}(w) &= S_{vv}(w) + S_{nn}(w) \\ &= |H^*(w)|^2 S_{uu}(w) + S_{nn}(w) \end{aligned} \text{-----}(11)$$

여기서 * 는 복소공액을 나타낸다.

식(6)의 양변을 푸리에변환시키고, 식(10) 과 식(11)을 고려하면 충격하중의 예측값에 대한 푸리에변환을 얻게 된다. 즉,

$$\hat{U}(w) = \frac{H^*(w) S_{uu}(w) [V(w) + N(w)]}{|H(w)|^2 S_{uu}(w) + S_{nn}(w)} \text{-----}(12)$$

위 방정식으로부터, 다음 사실이 분명해진다.

$$\hat{U}(w) \rightarrow \frac{V(w)}{H(w)} ; |N(w)| \rightarrow 0,$$

$$\hat{U}(w) \rightarrow 0 ; |N(w)| \rightarrow \infty,$$

즉, 예측값은 노이즈가 감소하는 만큼 실제 충격하중 중에 접근한다.

3. 시뮬레이션 결과 및 고찰

(1) 시뮬레이션 결과

앞에서 고찰된 알고리즘의 효과도를 검토하기 위해 Fig.2와 같은 입력과 출력의 수치예를 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig.2의 충격하중(a)는 (b)와 같은 응답으로 예측된다. 먼저 잡음이 없는 경우에 대하여 Fig.2에 근거하여 역분석을 수행하였다. 시뮬레이션 결과 Fig.3과 같이 본래의 충격하중을 잘 재현하고 있음을 알 수 있었다. 따라서 직접적인 역분석에 의한 충격하중 예측은 가능하였으며, 푸리에 변환 및 역변환은 1024-point FFT를 사용하여 계산하였다.

(2) 외팔보 충격시험결과

다음에는 앞에서 평가한 알고리즘의 효과도를 실

제 실험결과를 통하여 검증하였다. 외팔보에 대한 충격시험을 수행하였는데, Fig.4와 같은 실험장치에 의한 외팔보의 실험으로부터 얻어진 데이터를 이용하여 시뮬레이션 결과를 검증하였다. 실험은 Fig.4와 같이 해머에 임피던스 헤드를 부착한후, 해머의 다른 끝단을 힌지로 하여 자유 낙하시킴으로써 수행하였다. 사용된 외팔보는 연강으로써 치수는 두께 8mm, 폭 16mm, 길이 30mm였다. 시험 결과 획득된 가속도 및 충격력 데이터를 이용하여 재현한 충격력을 본래의 충격력과 비교하면 Fig.5와 같다. 샘플링 시간(sampling time)은 0.1ms였다. 기여도 함수 확인결과 잡음이 거의 없는 것으로 확인되었다.

(3) 역시스템에 미치는 잡음의 영향

이번에는 잡음을 추가시켜 수행하였다. 먼저, 앞서와 같은 데이터에 다른 잡음(1%)을 추가시켜 k 세트의 고정용 데이터를 만들었다. 다음에 최적 역시스템의 전달함수를 식(10) 및 (13)에 따라 예측하였다. 예측결과는 Fig.6과 같다. 여기서 각각 k=5, k=50이다. k가 증가함에 따라 예측값 결과가 양호해짐을 알 수 있었다.

추가된 잡음의 최대폭은 각각의 신호의 최대값과 최소값의 차이의 1%와 같다. 잡음은 통상 백색잡음과 유사하기 때문에 컴퓨터 프로그램에 의해 발생시킨 불규칙 난수(random numbers)에 의해 시뮬레이션하였다. 이번에는 최적 역시스템에 근거한 역분석을 수행하였다.

Fig.6에서 k가 증가함에 따라 잡음확산이 줄어 들고 있음을 알 수 있다. 그러므로, 최적 역시스템에 근거한 역분석에 대한 효과도가 입증되었다.

(4) 2자유도 충격시험결과

2자유도 충돌체^[10]에 의한 낙하시험을 수행하였다. 출력은 헤드부에 설치한 스트레인게이지로 충격력을, 피스톤 끝단에 설치한 가속도계로 가속도를 측정하여 얻었다. 헤드부와 피스톤으로 구성된 질량 m_1 은 1.09kg이며, 외부 실린더로 구성된 질량 m_2 는 0.85kg이다. 외부 실린더를 제거하고 질량 m_1 을 낙하충격시험한 결과 이 계의 $\Delta t=2$ msec이며, 고유진동수 $\omega_1=50$ Hz가 되었다.

낙하충돌시험 결과에 대한 직접 역분석한 결과와 최적 역분석한 결과를 비교하였다.

5. 결론

충격력을 받는 구조물에 대한 여러 가지 목적의

충격시험을 위한 충격력 재현기의 설계기법 확보를 목적으로 한 본 연구에서 역분석에 의한 의한 충격 하중의 예측정밀도를 개선하기 위해 잡음확산을 줄이기 위한 최적방법을 연구한 결과는 다음과 같다.

○ 충격하중의 예측값의 평균자승오차를 최소화시키는 방법으로부터 최적 역시스템의 전달함수를 유도하였으며, 잡음을 포함한 교정데이터로부터 최적 역시스템의 전달함수를 예측하는 방법을 검증하였다.

○ 외팔보의 횡방향 충격 및 2자유도 충돌체 실험 결과를 이용하여 충격력을 재현할 때, 역분석에 기인하여 발생하는 잡음확산을 줄이는데 최적 역시스템에 근거를 둔 방법이 효과적임을 확인하였다.

향후 연구 방향은 가능한 제반 잡음에 대한 영향을 다양한 조건에 대한 실험을 통하여 확인하여 알고리즘의 강건성을 부여하는 것이다.

참 고 문 헌

1. A.A.Shabana, R.D.Patel, A.DeBChaudhury and R.IIankamban, "Vibration Control of Flexible Multibody Aircraft During Touchdown Impacts," Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol.109, pp. 270-276, 1987.
2. R.W.Jordan and G.S.Whiston, "Remote Impact Analysis by use of Propagated Acceleration Signals II: Comparison between theory and experiment," Journal of Sound and Vibration, Vol.92, pp. 253-282, 1984
3. J.K.Schueller and T.M.P.Wall, "Impact of Fruit on Flexible Beams to Sense Modulus of elasticity," Experimental Mech., Vol.31, pp. 118-121, 1991
4. V.I.Bateman, T.G.Carne, D.L.Gregory, S.W. Attaway and H.R.Yoshimura, "Force Reconstruction for Impact Tests," Journal of Vibration & Acoustics," Vol.113, pp.192-200,1991
5. K.K.Stevens, "Forces Identification Problems : an Overview," Proc. SEM Spring Meeting, Houston, pp.838-844, 1987
6. W.Menke, "Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory," Academic Press, Orlando, 1984
7. P.E.Hollandsworth and H.R. Busby, "Impact Force Identification using the general Inverse Technique," Int. J. Impact Engng, Vol.8,

pp.315-322, 1989

8. H.Inoue, H.Ishida, K.Kishimoto and T. Shibuya, "Measurement of Impact Load by using an Inverse Analysis Technique," Int. J. Japan Soc. Mech. Engrs. Vol.34, No.4, pp.453-458, 1991
9. H.Inoue, K.Kishimoto, T. Shibuya, and T. Koizumi, "Estimation of Impact Load by Inverse Analysis ," JSME, International Journal Series I, Vol.35, No.4, pp.420-427, 1992
10. 조창기,이규섭,류봉조,이종원, "충격력 재현에 관한 연구," 한국정밀공학회 '96년도 추계학술대회 논문집, pp949-953, 1996.

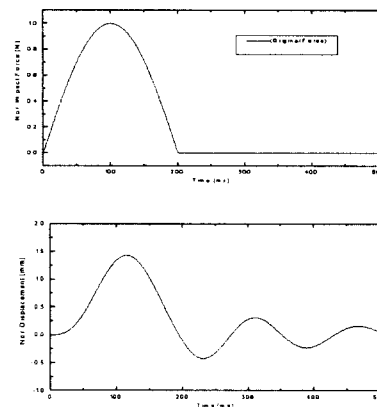


Fig.2 Model of the Impact force used for the numerical simulation and model response induced by the model impact force

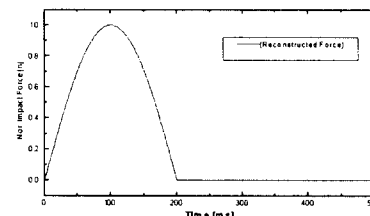


Fig.3 Reconstructed impact force by direct inverse analysis

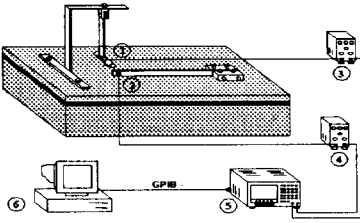


Fig.4 Experimental setup
 ① Impedance head Type 8001
 ② Accelerometer Type 4393
 ③,④ Charge Amp. Type 2635
 ⑤ Digitizing Oscilloscope Type 54503A
 ⑥ PC with GPIB

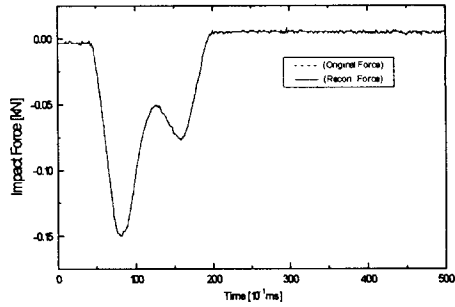


Fig.5 Reconstructed impact force by optimal inverse analysis

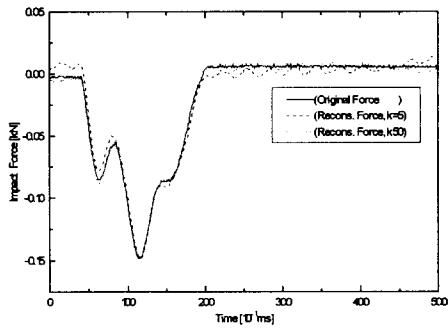


Fig.6 Reconstructed impact force by direct inverse analysis using data involving 1% noise