

판재 전단 가공에서 금형의 마멸 해석 Analysis of Tool Wear in Sheet Metal Shearing

고대철*, 김태형(부산대학교 기계기술연구소), 김병민(부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터)
D.C. Ko, T.H. Kim(RIMT, Pusan National Univ.), B.M. Kim(ERC/NSDM, Pusan National Univ.)

ABSTRACT

In this paper the technique to predict tool wear theoretically in the sheet metal shearing process is suggested. The wear in sheet metal tool affects the tolerances of final parts, metal flows and costs of processes. In order to predict the tool wear the deformation of workpiece during the process is analyzed by using non-isothermal finite element program. The ductile fracture criterion and the element kill method are also used to estimate if and where a fracture will occur and to investigate the features of the sheared surface in shearing process. Results obtained from finite element simulation such as node velocities and node forces are transformed into sliding velocity and normal pressure on tool monitoring points respectively. The monitoring points are automatically generated and the wear rates on these points are accumulated during a process. It is assumed that the wear depth on the tool surface are linear function of the lot sizes based upon the known experimental results. The influence of clearance between die and punch upon tool wear is also discussed during the process.

Key Words : Tool Wear(금형의 마멸), Shearing Process(전단가공 공정), Finite Element Analysis(유한요소해석), Ductile Fracture Criterion(연성파괴기준), Element Kill Method(요소제거기법), Clearance(클리어런스)

1. 서론

전단가공 공정은 펀치와 다이틀 이용하여 원하는 형상을 절단하는 가공방법으로서 경량의 제품, 특히, 자동차, 항공기, 가전제품의 수요 증가와 더불어 생산분야에서 차지하는 역할과 이용 범위는 현저히 증가하고 있다. 또한 최종제품의 치수정밀도가 우수하고 제품의 호환성이 높으므로 대량생산에 널리 이용되고 있으며 가공속도가 빠르고 장비가 비교적 간단하므로 생산성과 경쟁력이 우수하여 그 사용범위가 점차 확대되고 있다.

이러한 공정은 가공의 자동화를 이루기 쉽고 작업시 고도의 숙련을 요하지 않으므로 가공시간 및 노동력이 적게 드는 장점이 있다. 그러나 전단가공에 의한 제품의 정밀도는 펀치와 다이의 형상에 크게 영향을 받는다. 특히 전단가공 제품의 대량생산 시 금형의 마멸로 인한 금형의 형상변화는 펀치와 다이간의 클리어런스의 변화를 유발하게 되므로 최종제품의 치수 변화가 야기되며 실제 생산 시에는 경험에 의한 또는 최종 제품의 치수 측정에 의한 금형의 재연마 시기를 결정하고 있는 실정이다.

최근 산업계에서는 인건비 상승, 전문인력의 부족 및 재료비 상승 등의 비용적 요인을 극복하기 위하

여 원가절감 및 품질향상을 통한 제품의 경쟁력 확보가 가장 시급한 문제로 대두되고 있다. 따라서 전단가공 공정에서 금형의 마멸로 인해 야기되는 금형 교체 또는 재연마 시기의 예측이 절실히 요구되고 있다.

금속 성형 공정에서 금형의 마멸에 관한 연구는 공정 중 공구와 소재간의 접촉면에 대한 정보와 윤활제의 역할에 관한 정보 등을 정확하게 예측하기가 어렵기 때문에 비교적 최근에 단순한 공정에서 실험적으로 금형의 마멸을 계산, 실험하려는 시도가 행해져 왔다⁽¹⁾. 마멸 현상은 Holm⁽²⁾이 두 물체의 접촉시 표면 원자의 소멸이라고 제안하였으며, 비슷한 시기에 Archard⁽³⁾가 두 접촉 물체 표면의 미세 돌기들(asperities)의 접촉을 고려하여 미세 돌기의 붕괴를 마멸 현상이라고 제안하였다. Liou와 Hsiao⁽⁴⁾는 고속 열간 업셋팅 공정에서 금형의 온도에 따른 경도를 변수로 고려하여 금형의 마멸량을 계산하였다. Hansen과 Bay⁽⁵⁾는 Archard의 마멸 모델을 이용하여 업셋팅 공정에서 금형의 마멸량을 계산하였으며 금형 표면 거칠기가 커질수록 소재와의 미끄럼 길이가 감소하므로 금형의 마멸량이 줄어든다고 제시하였다. Doege 등⁽⁶⁾은 금형의 마멸 계산시 옹착마멸이

론 적용의 타당성을 실험적으로 입증하였다. Rooks 등⁽⁷⁾은 초기 금형 속도와 온도를 9.15m/s, 300℃로, 초기 소재의 온도를 1000℃로 각각 설정하여 고속 열간 업셋팅 실험을 수행하였으며, 그들은 금형 마멸에 영향을 미치는 주인자는 금형-소재간의 상대 속도임을 입증하였다. Ali 등⁽⁸⁾은 금형의 부식 마멸 현상을 해석하였으며 금형의 부식 마멸은 금형과 소재간의 윤활 상태, 접촉 시간에 영향을 받는다고 지적하였다. Miles 등⁽⁹⁾은 열간 단조 공정에서 금형의 속도가 증가할수록 관성력이 금형의 마멸에 큰 영향을 준다고 지적하였다. Tronel 등⁽¹⁰⁾은 반구형 펀치로 사각블럭을 압입할 때 발생하는 펀치의 마멸을 유한요소해석결과를 이용하여 예측하였다. Kim⁽¹¹⁾ 등은 선재인발공정에서 금형에 발생하는 온도를 고려하여 금형의 마멸을 계산하였다. 高石和年⁽¹²⁾은 스테인리스 강관의 전단 가공 시 클리어런스량에 따른 펀치 및 다이의 마멸량을 측정하였으며, Choy 등⁽¹³⁾은 블랭킹공정에서 마멸로 야기되는 펀치의 형상변화를 펀치 모서리의 상당곡률의 변화로 표현하여 마멸현상을 해석하였다. Aoki⁽¹⁴⁾는 판재전단공정에서 금형재질이 냉간가공용 공구강 및 초경합금인 경우의 펀치면의 마멸현상을 실험으로 관찰하였다. 이상의 연구들은 공정 중 발생하는 금형의 마멸현상에 대하여 실험으로 관찰한 것들이 대부분이며 작업횟수에 따른 금형의 마멸현상을 해석적으로 관찰할 수 없었다.

본 연구에서는 Archard의 마멸 모델을 증분형태로 적용하여 금형의 마멸을 해석하였으며, 변형 중인 소재가 금형의 마멸에 영향을 미치는 인자인 수직 압력 및 미끄럼 속도 등을 구하기 위하여 변형 공정을 유한요소해석하였다. 전단가공 공정에서 변형소재의 파괴를 고려하고 전단면의 형성과정을 관찰하기 위하여 연성파괴기준과 요소제거기법⁽¹⁵⁾을 도입하였으며 전단가공 공정의 초기 단계에서 최종 단계까지 펀치 스트로크에 대한 재료의 변형거동을 수치해석하였다. 또한 전단가공에 있어서 중요한 공정변수 중의 하나인 펀치와 다이 사이의 클리어런스의 변화가 금형의 마멸에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 마멸해석을 위한 정식화

2.1 유한요소 정식화

변형해석을 위하여 강-점소성 유한요소법을 이용하였다. 이의 수치화 과정은 이미 많은 문헌^(16,17)에 잘 알려져 있으므로 여기서는 간략하게 언급한다.

강-점소성 재료에 대한 범함수(functional), Π 는

다음과 같다.

$$\Pi = \int_V E(\dot{\epsilon}_{ij}) dV - \int_{S_f} \bar{t}_i v_i dS \quad (1)$$

여기서, E 는 점소성 포텐셜, $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 변형률속도, \bar{t}_i 는 표면력, v_i 는 절점속도를 나타낸다.

비압축성 조건을 고려하기 위하여 벌칙함수(penalty function), K 를 도입하면, 위의 식(1)에 대한 일차 변분 범함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta\Pi = \int_V \bar{\sigma} \delta\bar{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta\dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_f} \bar{t}_i \delta v_i dS = 0 \quad (2)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 유효응력, $\bar{\epsilon}$ 는 유효 변형률속도, $\dot{\epsilon}_v$ 는 체적 변형률속도를 나타낸다.

위의 식(2)는 유한요소 분할화과정을 거치면 절점속도가 미지수인 비선형 방정식이 되므로 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 이용하여 해를 구하며, 초기 속도장은 직접 반복법(direct iteration method)을 이용하여 구한다.

2.2 온도해석 방법

온도해석의 지배방정식은 다음과 같이 표현되는 에너지 방정식이다.

$$k_1 T_{,ii} + \dot{r} - \rho c \dot{T} = 0 \quad (3)$$

여기서 $k_1 T_{,ii}$ 는 열전달율, k_1 은 열전도계수, \dot{r} 는 열발생율, $\rho c \dot{T}$ 는 내부에너지율이다.

위의 식(3)을 변분원리에 의해 정리하면 다음과 같다.

$$\int_V k_1 T_{,ii} \delta T_{,ii} dV + \int_V \rho c \dot{T} \delta T dV - \int_V k \alpha_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \delta T dV - \int_{S_q} q_n \delta T dS = 0 \quad (4)$$

여기서, T 는 온도, \dot{T} 는 온도변화율, ρ 는 밀도, c 는 비열, k 는 총에너지가 열로 바뀌는 비율을 나타내는 상수, q_n 은 경계면, S_q 을 가로지르는 열유동을 나타낸다.

위의 식(4)를 유한요소 분할화한 뒤 유한차분 근사에 의해 선형화하여 온도장을 구한다. 또한 본 연구에서의 온도장은 변형해석의 결과와 연계(couple)되어 계산된다.

2.3 마멸모델의 증분식

금형의 마멸 계산에는 Archard의 마멸 모델⁽³⁾을 적용하였으며 그는 두 물체의 접촉 시 마멸량은 아래와 같다고 제안하였다.

$$\delta w = \frac{kPL}{h} \quad (5)$$

여기서 δw 는 δt 동안 발생한 마멸 깊이이며, k 는 마멸 계수, P 는 접촉면에서의 수직 압력, L 은 접촉면에서의 미끄럼 길이, h 는 금형의 경도이다.

위의 식(5)에서 마멸 계수와 금형의 경도가 공정 중에서 일정하다고 가정하고 증분해석에 적용하기 위하여 적분 형태로 표현하면 마멸 깊이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta w = \frac{k}{h} \int_0^{T_{tot}} \sigma_n \Delta v dt \quad \text{on } \partial\Omega^{tool} \quad (6)$$

식(6)에서 σ_n 은 금형 면에 작용하는 수직응력, Δv 는 금형과 소재간의 접촉면에서 미끄럼 속도, T_{tot} 는 전체 변형 시간이다. 따라서 시간 $t + \Delta t$ 에서의 마멸 깊이는 식(6)로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta w_{t+\Delta} = \delta w_t + \frac{k}{h} [\sigma_n \Delta v]_t \Delta t \quad \text{on } \partial\Omega^{tool} \quad (7)$$

여기서 Δt 는 증분 시간이다.

Fig. 1은 전단가공 공정에서 발생하는 금형의 마멸형태를 나타낸 것이다.

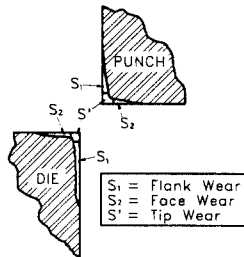


Fig. 1 Types of tool wear in sheet metal shearing.

3. 연성파괴기준과 요소제거기법

유한요소법을 이용하여 전단가공 공정동안 나타나는 전단밴드의 형성에 의한 파괴의 기본적 유형과 전단면의 형성과정을 조사하기 위해서는 파괴의 예측과 파괴의 전파를 효과적으로 고려해야 한다. 이를 위해서 본 연구에서는 연성파괴기준과 요소제거기법을 도입하였다.

전단가공 공정동안 일어나는 파괴를 예측하기 위하여 다양한 하중조건에 적용될 수 있고 실험적 접근 및 수치적 계산이 용이한 Cockcroft-Latham⁽²⁰⁾의 연성파괴기준을 이용하였다. 즉,

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \sigma^* d\bar{\epsilon} = C \quad (8)$$

여기서, $\bar{\epsilon}_f$ 는 파괴시 유효 변형률, $\bar{\epsilon}$ 는 유효 변형

률, σ^* 는 주인장응력의 최대치이며, C 는 Cockcroft-Latham상수이다.

여기서 전단가공 공정동안 주인장응력의 최대치가 일정하게 유지된다고 가정하면⁽¹⁸⁾, 위 식(8)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} d\bar{\epsilon} \approx C_1 \quad (9)$$

유한요소 해석에서 위 식(9)는 증분 개념으로 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^n (\Delta \bar{\epsilon}_e)_i = C_1 \quad (10)$$

여기서, n 는 스텝 수, $\Delta \bar{\epsilon}_e$ 는 요소의 유효 변형률 증분이다.

위에서 언급한 재료상수 값은 실험적으로 결정되어야 하지만, 본 연구의 시뮬레이션에서는 기존의 연구결과⁽¹⁸⁾에서 제시하였듯이 식(10)의 C_1 의 값 즉, 유효 변형률이 2.0에 도달하면 파괴가 일어난다고 가정하였다.

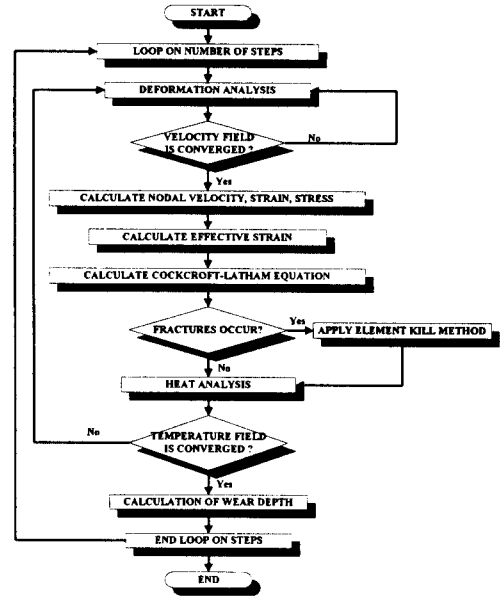


Fig. 2 Flow chart to analyze shearing process and tool wear.

전단가공 공정에서 전단면의 형성과정을 수치적으로 접근하기 위하여 어떤 특정 요소의 유효 변형률의 값이 파괴기준에 도달하면 이 요소에 대하여 요소제거기법을 적용하였다. 즉, 제거되는 요소의 강성 값에 reduction factor를 곱하여 강성 값을 매우 작

게 만들어 다른 요소에 거의 영향을 미치지 못하도록 하였다. 이러한 해석 기법은 파괴가 일어나는 변형의 각 단계에서 실제 파괴가 일어난 요소를 해석 영역으로부터 제거하는 것이 아니므로 변형소재의 영역을 다시 정의할 필요가 없다. 따라서 정성훈 등⁽¹⁸⁾이 제시한 방법보다는 격자 재구성에 소요되는 시간을 줄일 수 있으므로 해석에 소요되는 시간도 줄어든다. 이와 같은 해석방법을 적용하여 전단가공 공정을 시뮬레이션하면 파괴기준을 초과하는 요소들을 추적함으로써 전단가공에 나타나는 파괴의 기본적인 유형과 전단면의 형성과정을 관찰할 수 있다.

이상에서 언급한 연성파괴기준과 요소제거기법을 이용하여 전단가공 공정을 시뮬레이션하기 위한 유한요소 해석의 흐름도는 Fig. 2와 같다. 변형경로의 각 스텝에서 계산된 절점속도와 시간증분으로 절점좌표가 변화되고, 유효 변형률은 변형경로를 따라 적분된다. 변형경로의 각 스텝에서 변형률장은 연성 파괴의 발생여부를 판단하기 위해 식(10)의 연성파괴기준식을 계산하는데 이용된다. 만약 파괴기준을 초과하는 요소가 나타나면, 그 요소에서 파괴가 일어난 것으로 간주하고 앞서 제시한 요소제거기법을 이용하여 계속적인 시뮬레이션을 수행하게 된다. 또한 온도의 영향을 고려하기 위하여 변형해석의 결과는 온도장의 해석을 위해 연계된다. 마멸해석을 수행하기 위하여 급형의 측정점을 자동으로 생성하였으며 변형해석으로 얻어진 결과로부터 미끄럼속도, 수직응력 등을 측정점에 보간하여 공정 동안 그 값을 누적하였다.

4. 블랭킹 공정의 해석 및 마멸해석

펀치와 다이사이의 클리어런스가 5%t, 10%t, 20%t인 전단가공 공정에 대하여 Fig. 2에 제시된 해석절차를 따라서 시뮬레이션을 수행하였다. 펀치 스트로크가 진행됨에 따라 클리어런스 내의 재료는 심한 전단변형을 받으므로 펀치와 다이의 측면에서 파괴가 발생한 후 점차 내부쪽으로 성장하여 Fig. 3에 나타난 바와 같이 각각의 클리어런스에 대해 펀치 스트로크 41.33%, 46.18%, 62.61%에서 완전히 파단되었다. 시뮬레이션을 통하여 전단층의 재료는 회전하면서 아랫방향으로 유동함을 볼 수 있었으며, 클리어런스가 증가할수록 굽힘 모멘트가 더욱 크게 발생하므로 전단가공의 초기 단계에 나타나는 풀오버의 양이 증가함을 볼 수 있었다. 또한 Fig. 3의 결과로부터 파괴기준 유효변형률의 값을 초과하는 요소를 추적함으로써 전단가공 공정에 나타나는 파괴의 기본적인 유형과 전단면의 형성과정을 조사할 수 있음

을 알 수 있다.

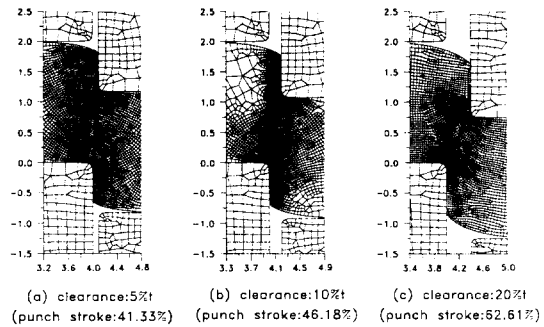


Fig. 3 Deformed mesh at final stage.
(Hatched elements refer killed element)

각각의 클리어런스에 대하여 Fig. 3에 나타난 변형 상태에서의 유효 변형률과 온도의 분포를 Fig. 4, 5에 나타내었다. 파단이 진행되는 부위를 따라 변형이 집중되고 있음을 알 수 있으며, 변형이 집중되는 부위에서 온도가 상승함을 관찰할 수 있다. 또한 클리어런스가 작을수록 유효 변형률과 온도는 더욱 조밀하게 분포한다. 이러한 결과로부터 클리어런스가 작을수록 클리어런스 부위에 발달되는 단열전단밴드의 폭이 좁고 전단밴드 내의 온도상승이 더욱 크다는 것을 알 수 있다.

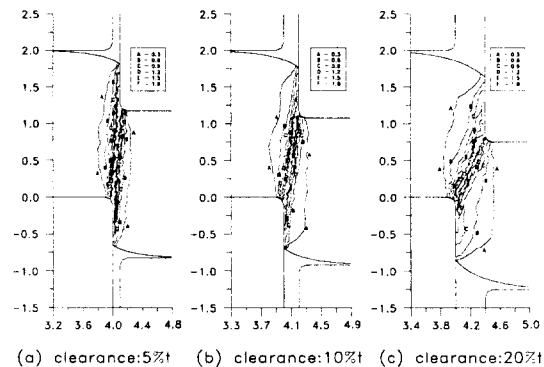


Fig. 4 Effective strain distribution.

Fig. 6에 각각의 클리어런스에 대한 하중-스트로크 선도를 나타내었다. 클리어런스가 작을수록 최대 전단력은 더욱 크게 나타나며, 모든 경우에서 파단이 진행됨에 따라 하중이 감소함을 볼 수 있다. 이는 파단의 진행에 따른 변형영역의 감소와 단열전단밴드 내의 온도상승으로 인한 열적연화현상 때문이라 생각된다.

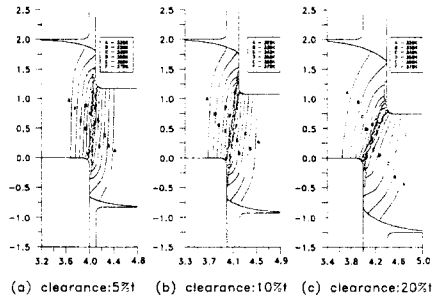


Fig. 5 Temperature distribution.

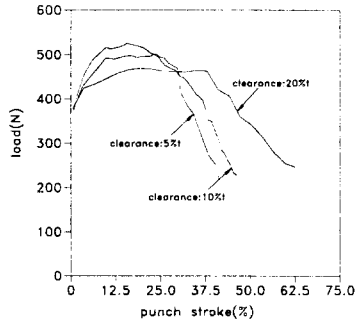


Fig. 6 Load-punch stroke diagram.

Fig. 7은 각각의 클리어런스에 대해 최종펀치행정에서 펀치와 다이의 마멸량을 도시한 것으로서 펀치와 다이의 마멸량은 거의 유사함을 알 수 있으며 클리어런스가 10%인 경우의 마멸량이 최소임을 볼 수 있으며 클리어런스가 20%인 경우에는 펀치와 다이의 곡률부의 중앙에서 마멸량이 현저히 증가함을 알 수 있었다.

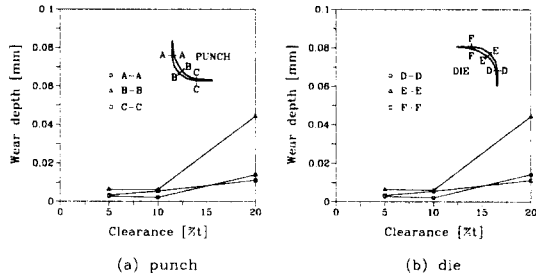


Fig. 7 Wear depth of tool with various clearances.

Fig. 8~10은 펀치행정의 변화에 대한 금형의 마멸전과를 도시한 것으로서 각각의 경우 최종펀치행정에서의 마멸량인 최대마멸량(w_{max})으로 나눈값의 변화량을 도시한 것이다. 클리어런스가 작을수록 완전 파단 시의 펀치행정이 상대적으로 작으므로 펀치행정의 진행과 함께 금형의 마멸량이 빠르게 진행됨

을 볼 수 있으며 클리어런스가 클수록 금형의 마멸량은 느리게 진행됨을 볼 수 있었다. 또한 클리어런스가 20%인 경우인 Fig. 10에서는 펀치의 플랭크부 마멸이 다른 경우보다 급격히 진행되나 상대적으로 다이의 플랭크부 마멸은 느리게 진행됨을 볼 수 있었다.

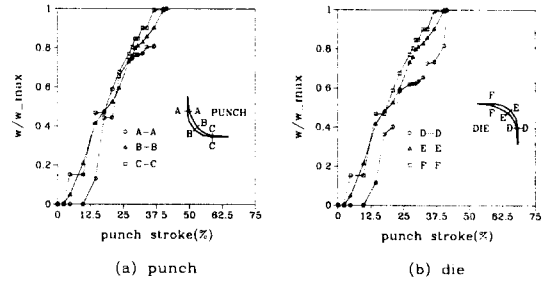


Fig. 8 Normalized wear depth of tool.(clearance: 5%)

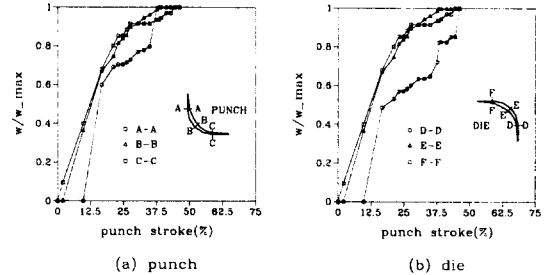


Fig. 9 Normalized wear depth of tool.(clearance : 10%)

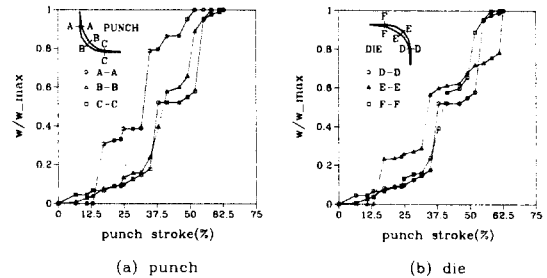


Fig. 10 Normalized wear depth of tool.(clearance : 20%)

Fig. 11은 최종펀치행정에서 펀치와 다이의 마멸형상을 나타낸 것으로서 마멸량이 시간에 대한 선형 함수라 가정하여 10만타 후의 마멸량을 계산한 것이다. 마멸량은 앞서 언급한 바와 같이 클리어런스가 20%인 경우에서 최대임을 볼 수 있다.

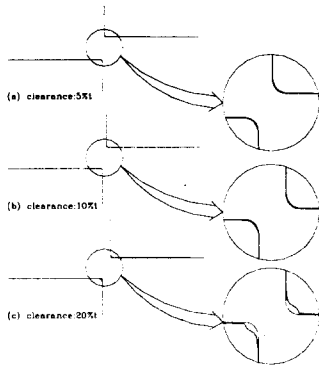


Fig. 11 Wear profiles of tool.

5. 결론

본 논문에서는 판재 전단가공 공정의 수치해석을 통하여 펀치 및 다이의 마멸해석을 수행하였다. 변형해석은 연성과파괴기준과 요소제거기법을 도입한 유한요소 프로그램을 이용하였으며 전단가공의 초기 단계에서 최종 단계까지 세 종류의 클리어런스에 대하여 유한요소 시뮬레이션을 수행하였다. 펀치의 마멸량 및 다이의 마멸량은 거의 대칭으로 발생함을 알 수 있었다. 펀치-다이 간의 클리어런스량은 금형 마멸에 큰 영향을 미침을 볼 수 있었으며 해석결과 중 클리어런스가 10%인 경우의 금형 마멸이 최소임을 볼 수 있었다. 본 연구에서는 판재 전단공정에서 금형에 발생하는 마멸 예측 기법을 제시한 것이지만 마멸량을 정량적으로 예측하기 위해서는 마멸실험을 통하여 마멸계수의 측정이 선행되어야 한다.

6. 참고문헌

1. Failure Analysis and Prevention, Metals Handbook, 8th ed., Vol.10, ASM Handbook Committee, ASM, Metals Park, Ohio, p.134, 1975.
2. R. Holm, Electric contacts, Almqvist and Wiksells, Stockholm, p.203, 1946.
3. J. F. Archard, "Contacts and Rubbing of Flat Surfaces", J. of Appl. Phys., Vol.24, p.981, 1953.
4. M. J. Liou, H. S. Hsiao, "Prediction of Die Wear in High Speed Hot Upset Forging", ERC/NSM Report, No. 99~33, OSU, 1989.
5. P. H. Hansen, P. H. Bay, "A Flexible Computer Based System for Prediction of Wear Distribution in Forming Tools", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp.19~26, 1990.
6. E. Doege, P. Groche, Th. Bobke, "Application of Adhesion Theory to Friction and Wear

Processes in Hot Die Forging", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 1, pp.27~32, 1990.

7. B. W. Rooks, "The Effect of Die Temperature on Metal Flow and Die Wear During High Speed Hot Forging", Proc. 15th Inter. MTDRC Conference, Birmingham, England, No.4, pp.487~495, 1974.
8. S. M. J. Ali, B. W. Rooks, S. A. Tobias, "The Effect of Dwell Time on Die Wear in High Speed Hot Forging", Proc. Inst. Mech. Engrs, vol. 185, p.1171, 1971.
9. M. P. Miles, L. Fourment, J. L. Chenot, "Inertia Effects in Finite Element Simulation of Metal Forming Process", J. of Materials Processing Technology, vol. 45, p.19~24, 1994.
10. Y. Tronel, J. L. Chenot, "Prediction of Tool Wear using Finite Element Software for the Three-Dimensional Simulation of the Hot-Forging Process", J. of Mater. Proc. Tech, Vol. 31, pp.255~263, 1992.
11. 김병민, 조혜용, 김태형, "온도상승을 고려한 인발금형의 마모해석", 한국정밀공학회지 제 13권 제 1호, pp.116~122, 1996.
12. 高石和年, "ステンレス鋼打抜きにおける小径打抜き工具の磨耗特性", J. JSTP. Vol. 29, No. 330, pp. 695~700, 1988.
13. C. M. Choy and R. Balendra, "Effects if punch wear on blanking", Proceeding of the 10th national conference on manufacturing research, pp.582~586, 1994.
14. I. Aoki, "Tool wear in shearing of amorphous alloy foils -shearing of amorphous alloy foils II-", J. JSTP, Vol. 27, No. 308, pp. 1078~1083, 1986.
15. ANSYS user's guide, Revision 5.0 tutorials Volume III, Swanson analysis system, Inc., 1994
16. Zienkiewicz, O. C., The finite element method, 3rd Ed., McGraw-Hill, New York, 1977,
17. Kobayashi, S., Oh, S. I. and Altan, T., Metal forming and the finite element method, Oxford University Press, 1989.
18. 정성훈, 강정진, 오수익, "유한요소법을 이용한 전단 메카니즘에 관한 연구", 한국소성가공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 211~223, 1995.
19. 유요한, 정동택, "단열 전단 밴드의 유한 요소 해석", 대한기계학회 논문집, 제16권, 제8호, pp.1519~1529, 1992.
20. M. G. Cockcroft and D. J. Latham, "Ductility and the workability of metals", J. Inst. Metals., Vol. 96, pp. 33-39, 1968.