

Bicubic Patch에 의한 보간곡면의 모델링 및 가공에 관한 연구

이 진 모(충남대 대학원), 이 동 주(충남대 공대)

Jin Mo Lee (Graduate School , Chung Nam Univ), Dong Ju Lee(Chung Nam Univ)

ABSTRACT

In this study, the procedure of interpolation surface modeling based on bicubic spline patch equation and NC machining are presented. The procedure consists of three parts : patch modeling, cutter location data generation, post processing and NC milling machining. For generation of the cutter location data, tangent vectors and units normal vectors on the patch must be calculated. In order to investigate the properties of the interpolation surface created by bicubic spline patch, two kinds of end conditions, clamped end condition and relaxed end condition, were applied in this study. The shape of the patch depends on the magnitude of the tangent vectors and twist vectors at the corners of bicubic surface patch. the patch generated by relaxed end condition more approximated to the surface patch which was given.

Key Words : interpolation(보간), cutter location(공구 경로), clamped end condion(고정단말 조건), relaxed end condition(자연단말 조건)

1. 서론

우리 주위에서 흔히 볼 수 있는 자동차의 몸체, 가전제품 등의 외형을 이루는 곡면은 단일의 해석 함수로는 표현할 수 없는 비해석적(non-analytic) 곡면 즉, 자유곡면(sculpture surface)으로 이루어진 것이 많다. 부품의 표면이 자유곡면으로 구성되어 있을 경우 이들 부품은 일반적으로 금형을 이용한 플라스틱 성형 가공이나 프레스 가공, 압연 가공등으로 생산되는 것이 보통이다.^{[1][2]}

이러한 금형을 절삭 가공함에 있어서 전통적으로 Copy 밀링 방식이 사용되어 왔으나 현재에 이르러서는 NC 공작기계의 발전 및 PC에 바탕을 둔 CAD/CAM system의 보급에 힘입어 대부분 NC 가공에 의해 이루어진다. Copy 밀링 방식에서는 도면에 표시된 형상 정보로부터 석고나 수지, 나무 등을 이용해 실물 모형(physical)을 제작한 후 공구와 동조하는 Tracer가 그 실물 모형을 따라 가도록 함으로써 실물 모형과 같은 제품을 가공할 수 있다.^{[3][4][5]} NC 가공에 있어서는 도면에 주어진 공작물의 형상을 CAM system을 이용해 Part programing함으로써 컴퓨터 모형을 생성한 후 이 데이터를 기초로 하여 NC 코드(code)를 생성하여 NC 공작 기계

에 전송(transfer)하여 주어진 도면 형상의 제품을 가공한다. 그러나 상용의 CAM S/W는 고가이며 제품의 형상을 설계하는데는 어느 정도의 제한을 받는다. 최근에는 CAD/CAM 분야의 급속한 발전과 모델링(modeling)기법의 향상에 힘입어 설계자가 컴퓨터를 사용하여 제품의 형상을 직접 모델링하는 기법이 사용되고 있다. 본연구에서는 매개변수 방정식과 서로 다른 두 경계조건 즉,clamped end condition 과 relaxed end condition에 의한 양 3차 스플라인 곡면패치(bicubic spline surface patch)식을 사용해 구면(spherical surface)상의 한 패치(patch)를 모델링하여 그 각각을 NC 가공해 봄으로써, 양3차 곡면 패치 식을 이용한 곡면 패치 모델링의 특성 및 NC 가공 데이터의 생성에 관한 전반적인 기법을 제시하는데 그 목적이 있다.

2. 스플라인 곡선

주어진 점 데이터를 연결하는 유연한 곡선을 수학적으로 설계하는 방법에는 curve fitting 방식과 curve interpolation 방식이 있다. curve fitting 방식은 주어진 점들을 근사(approximation)하여 곡선

을 형성 하는데 반해 Curve interpolation 방식에 의해 생성된 곡선은 주어진 점을 반드시 지나게 된다. 곡선 설계에 흔히 이용되는 Bezier곡선 및 B-spline곡선은 Curve fitting 방식에 의한 것이고 Cubic spline 곡선은 Curve interpolation 방식에 의한 것이다. 매개 변수 스플라인 곡선은 특정 차수의 연속성을 가진 구간별 다항식 곡선으로 정의된다. N차 다항식은 (N-1)차 미분의 연속성을 가진다.

2.1 단일 스플라인 곡선

매개 변수 3차 스플라인 곡선은 두 데이터(끝)점을 연결하고 3차 방정식을 활용한다. 따라서, 방정식의 계수를 결정하려면 4개의 조건이 필요하다. 단일 3차 스플라인 곡선의 매개 변수 식은 다음과 같이 주어진다^[6].

$$P(t) = P_1 + P_1't + \left[\frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1}{t_2} - \frac{P_2'}{t_2} \right] t^2 + \left[\frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2} \right] t^3$$

여기서 $t_1 \leq t \leq t_2$ (2-1)

2.2 단일 스플라인 곡선의 일반화

앞 절에서 표시된 식(2-1)는 한 단일 선분을 나타낸다. 이 식은 주어진 수의 데이터 점들을 연결하는 스플라인 곡선의 임의의 두 인접 스플라인 곡선에 대해 일반화 될 수 있다. 두 개의 인접한 곡선 P_k 와 P_{k+1} 에 대해 일반화 하면 다음과 같은 스플라인 곡선 식이 얻어진다^[6].

$$t_{k+2}P_k' + 2(t_{k+1} + t_{k+2})P_{k+1} + t_{k+1}P_{k+2} = \frac{3}{t_{k+1}t_{k+2}} [t_{k+1}^2(P_{k+2} - P_{k+1}) + t_{k+2}^2(P_{k+1} - P_k)]$$

$1 \leq k \leq n-2$ (2-2)

식(2-2)를 n개의 데이터 점을 가지고 있는 3차 스플라인 곡선에 대해 반복 적용하면 다음과 같은 행렬(matrix)을 얻을 수 있다.

$[M'] [P'] = [R]$ (2-3)

여기서

$$[M'] = \begin{bmatrix} t_1 & 2(t_2+t_1) & t_2 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & t_1 & 2(t_2+t_1) & t_2 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & t_1 & 2(t_2+t_1) & t_2 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & t_n & 2(t_n+t_{n-1}) & t_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$[P'] = \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \\ P_3' \\ \vdots \\ P_n' \end{bmatrix} \quad [R] = \begin{bmatrix} \frac{3}{t_2 t_1} \{ t_2^2(P_3 - P_2) + t_1^2(P_2 - P_1) \} \\ \frac{3}{t_3 t_2} \{ t_3^2(P_4 - P_3) + t_2^2(P_3 - P_2) \} \\ \vdots \\ \frac{3}{t_{n-1} t_n} \{ t_{n-1}^2(P_n - P_{n-1}) + t_n^2(P_{n-1} - P_{n-2}) \} \end{bmatrix}$$

2.3 고정 단말 조건(clamped end condition)

앞에서 식(2-3)는 n개의 접선 벡터에 대해 n-2개의 식만이 주어졌기 때문에 $[P']$ 의 해를 구할 수 없다. $[P']$ 의 해를 구하기 위해 P_1', P_n' 이 주어진다고 가정할 수 있다. 이와같은 조건을 고정 단말 조건(clamped end condition)이라고 한다. 여기에서 매개 변수 t의 값을 모든 선분(segment)에 대해 $0 \leq t \leq 1$ 로 일정 하게 정규화 하면, 다음과 같은 간편식(2-4)이 얻어진다. 이렇게 하여 계산 한 것을 정규화된 3차 스플라인 곡선(Normalized cubic spline)이라고 한다^[6].

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & P_1' \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & P_2' \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \\ \vdots \\ P_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \{ (P_3 - P_2) + (P_2 - P_1) \} \\ 3 \{ (P_4 - P_3) + (P_3 - P_2) \} \\ \vdots \\ 3 \{ (P_n - P_{n-1}) + (P_{n-1} - P_{n-2}) \} \end{bmatrix}$$

(2-4)

2.4 자연 단말 조건(relaxed end condition)

고정 단말 조건(clamped end condition)에 의해 양3차 스플라인 곡선을 생성할 때에는 P_1', P_n' 이 주어진다. 이에 반해 P_1', P_n' 이 주어지지 않는 경우에는 다른 경계 조건을 사용해 $[P']$ 의 해를 구해야 한다. 단일 곡선(segment)의 양 끝점에서의 곡률 즉, $P_1'', P_2''=0$ 을 만족시키는 경계 조건을 자연 단말 조건(relaxed or natural end condition)이라고 한다^[6]. 이 조건에서 Normalized cubic spline인 경우에 $[P']$ 를 구하는 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 & \dots & \dots & \dots & P_1' \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \dots & P_2' \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \\ \vdots \\ P_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}(P_2 - P_1) \\ 3 \{ (P_3 - P_2) + (P_2 - P_1) \} \\ 3 \{ (P_4 - P_3) + (P_3 - P_2) \} \\ \vdots \\ 3 \{ (P_n - P_{n-1}) + (P_{n-1} - P_{n-2}) \} \\ 6(P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}$$

(2-5)

2.5 양3차 스플라인 곡면(bicubic spline surface)

자유 곡면의 수학적 표현은 곡선과 유사하게 주어진 점데이터를 보간(interpolation)하거나 근사(approximation)할 수 있다. Bezier 곡면은 근사의 형식이고, 스플라인 곡면은 보간 형식이다. 단일의 해석 함수로 곡면을 표현할 수 없을때 곡선의 경우처럼 곡면을 구분적(piecewise)으로 패치(patch)들의 연결로 형성된다^[8]. 양3차 스플라인 곡면 패치는 4개의 3차 스플라인 곡선을 경계로 하여 이루어지는 곡면 패치이다. 양3차 스플라인 곡면 패치를 나타내는 식은 다음과 같다^[6].

$$Q(u, w) = [U][N][P][W]^T \quad (2-6)$$

여기서 $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq w \leq 1$

$$[U] = [u^3 \ u^2 \ u \ 1], \quad [W]^T = [w^3 \ w^2 \ w \ 1]$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [P] = \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & P_{0,0} & P_{0,1} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & P_{1,0} & P_{1,1} \\ P_{0,0} & P_{0,1} & P_{0,0} & P_{0,1} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & P_{1,0} & P_{1,1} \end{bmatrix}$$

따라서 양3차 스플라인 곡면 패치를 생성하기 위해서는 4개의 구석점 데이터, 구석점에서의 8개의 접선 벡터 및 구석점에서의 4개의 트위스트 벡터를 계산해야 한다.

3. 구면패치 모델링

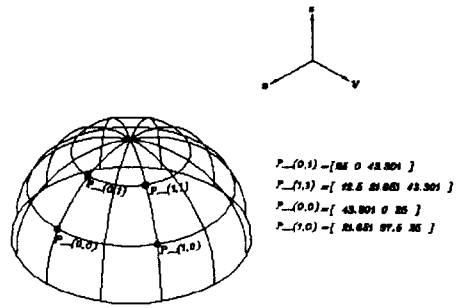
본 연구에서는 양3차 스플라인 곡면 패치(bicubic spline surface patch)의 생성에 있어서 경계 조건에 따른 차이점을 알아보기 위하여 반지름 50(mm)의 구(sphere)를 분할하여(Fig 3.1), 그 중의 한 패치(patch)를 매개변수 방정식 및 서로 다른 두개의 경계조건 즉, 고정단말 조건(clamped end condition)과 자연단말 조건(relaxed end condition)을 양3차 스플라인 곡면 패치 식(2-6)에 적용해 C-언어를 사용하여 모델링 하였다.

3.1 매개변수 방정식에 의한 구면패치 생성

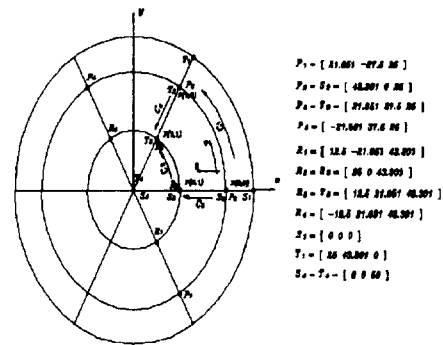
반지름 r 인 구(sphere)에서의 구면 패치(spherical surface)를 나타내는 매개 변수 방정식은 다음과 같이 주어진다^[6].

$$Q(\theta, \phi) = [r \cos\theta \sin\phi \quad r \sin\theta \sin\phi \quad r \cos\phi] \quad (3-1)$$

본 연구에서는 Fig 3.1에 표시되어 있는 구면 패치를 매개 변수 방정식을 이용해 모델링 하였다.



(a) view at (1,1,1)



(b) view at (0,0,1)

Fig 3.1 Spherical surface patch

3.1.1 자연 단말 조건에 의한 방법

Fig 3.1에 표시되어 있는 구면 패치를 자연 단말 조건을 적용해 다음과 같은 과정을 거쳐 모델링 하였다. 구면 패치는 4개의 스플라인 곡선C₁(점 P₁, P₂, P₃, P₄를 지남), C₂(점 R₁, R₂, R₃, R₄를 지남), C₃(점 S₁, S₂, S₃, S₄를 지남), C₄(점 T₁, T₂, T₃, T₄를 지남)를 경계로 하여 이루어진 것으로 생각한다. 양3차 스플라인 곡면 식을 사용하기 위해서는 4 구석점에서의 접선 벡터 및 트위스트 벡터를 계산하여야 한다. 계산된 접선 벡터와 트위스트 벡터의 값을 양3차 스플라인 곡면식(2-5)에 적용하여 C-언어를 사용해 프로그램 하였다. Fig 3.2는 이의 모델링 결과를 보여주고 있다.

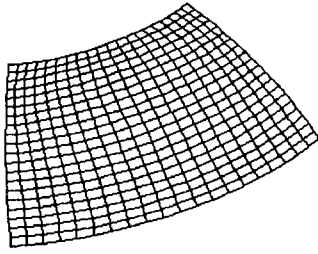


Fig 3.2 Spherical patch by relaxed end condition

3.1.2 고정 단말 조건에 의한 방법

Fig 3.1에 표시되어 있는 구면패치를 고정 단말 조건식(2-4)을 적용해 모델링 하였다. Fig 3.3은 이의 모델링 결과이다.

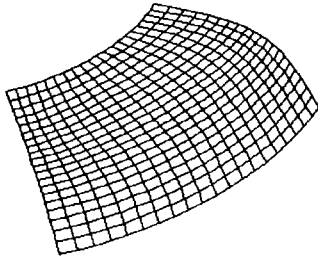


Fig 3.3 Spherical patch by clamped end condition

4. 구면 패치의 가공

곡면을 NC 가공하기 위해서는 모델링 데이터로부터 CL-데이터를 계산하고, 계산된 CL-데이터를 가공에 사용할 NC 기계에 맞게 NC 프로그램 하여야 한다. 이러한 과정을 후처리(post processing)라고 한다. 본 연구에서는 매개 변수 식에 의한 구면 패치와 양3차 스플라인 곡면 식에 의해 형성된 구면 패치로부터 CL-데이터를 생성하고, 이 CL-데이터를 실제 가공에 사용할 Deckel 3축 밀링 머신에 맞게 후처리하여 가공하였다. 사용 공구로는 볼엔드밀을 사용했으며 재료는 합성 수지의 일종인 베이크라이트를 사용하였다. 구면 패치의 CL-data를 생성하기 위해서는 구면 패치상에서의 u,w방향의 접선 벡터를 구하고, 이 접선 벡터값을 이용해 패치에서의 단위 법선 벡터를 계산하여야 한다.

4.1 CL(cutter location) 데이터의 계산

NC 가공에서 공구의 위치를 나타내는 좌표 값을 CL-데이터(Cutter location data)라고 부르며, Ball-endmill에서는 공구의 바닥 끝점을 기준으로 삼는다. 공구가 실제 곡면과 접촉하는 점을 CC-데이터(Cutter contact data)라 부르는데 일반적으로 CL-데이터와 CC-데이터는 일치하지 않는다. 볼엔드밀의 반경을 R이라 하면, CL-데이터는 다음 식으로 계산된다^[2].

$$r_{CL} = r_C + R(n - u) \quad (4-1)$$

여기서

r_{CL} : CL- 데이터

r_C : CC- 데이터

n : 공구 접촉점에서의 곡면의 단위 법선 벡터

u : 공구축의 벡터

3축 NC milling인 경우 $u = (0, 0, 1)$

4.1.1 매개변수식에 의한 생성된 구면패치의 CL-데이터 생성

모델링 데이터로부터 가공을 위한 CL-데이터를 생성하였다. CL-데이터를 생성하기 위한 패치에서의 양방향 접선 벡터 계산은 다음 식을 이용하였다^[6].

$$Q_\theta(\theta, \phi) = [-r \sin \theta \sin \phi \quad r \cos \theta \sin \phi \quad 0]$$

$$Q_\phi(\theta, \phi) = [r \cos \theta \cos \phi \quad r \sin \theta \cos \phi \quad -r \sin \phi]$$

(4-2)

따라서 패치에서의 법선 벡터와 단위 법선 벡터는 다음 식으로 주어진다.

$$N = Q_\theta \times Q_\phi = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -r \sin \theta \sin \phi & r \cos \theta \sin \phi & 0 \\ r \cos \theta \cos \phi & r \sin \theta \cos \phi & -r \sin \phi \end{vmatrix}$$

$$= [-r^2 \cos \theta \sin^2 \phi \quad r^2 \sin \theta \sin^2 \phi \quad -r^2 \sin \phi \cos \phi]$$

$$n = \frac{Q_\theta \times Q_\phi}{|Q_\theta \times Q_\phi|} \quad (4-3)$$

단위 법선벡터의 값을계산한후 공구(ball-endmill)반경을 입력 받아 CL-데이터 계산 식(4-1)를 이용해 CL-데이터를 생성하였다. CL-데이터 생성에 필요한 모든 계산은 C-언어로 프로그래밍하여 수행하였다. 생성된 가공 데이터를 3축 밀링 머신으로 전송해 가공하였다. Fig 4.1는 가공된 결과를 보여주고 있다.

4.1.2 양3차 스플라인식에 의해 생성된 구면패치의 CL-데이터 생성

양3차 스플라인식에 의해 형성된 구면패치의 CL-데이터 생성을 위해 패치에서의 양방향 접선 벡터를 구하고 이 값을 이용해 패치에서의 단위 법선 벡터를 계산하였다. 단위 법선 벡터가 계산되면 식(4-1)를 사용해 CL-데이터를 생성 하였다. 패치에서의 접선 벡터는 식(2-6)로부터 다음과 같이 주어진다^[6].

$$Q_u(u, w) = [U' \quad] [N \quad] [P \quad] [N \quad]^T [W]$$

$$Q_w(u, w) = [U \quad] [N \quad] [P \quad] [N \quad]^T [W']$$

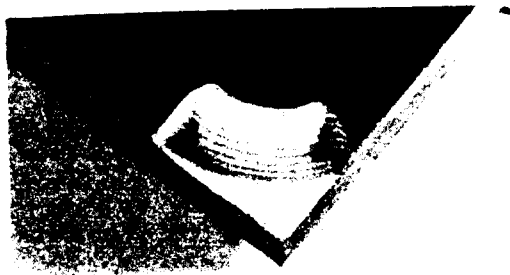
(4-4)

접선 벡터의 계산이 끝나면 패치에서의 법선 벡터는 다음과 같은 식을 이용해 계산하였다.

$$N = Q_u \times Q_w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ Q_{u_x} & Q_{u_y} & Q_{u_z} \\ Q_{w_x} & Q_{w_y} & Q_{w_z} \end{vmatrix}$$

$$n = \frac{Q_u \times Q_w}{|Q_u \times Q_w|} \quad (4-5)$$

Fig 4.1은 반경 5mm인 볼엔드밀을 사용해 가공된 패치의 모습을 나타낸 것이다.



(a) Relaxed end condition



(b) Clamped end condition

Fig 4.1 Machined patch by bicubic spline

4.2 가공 형상의 비교 고찰

양3차 스플라인 패치 식에 의해 생성된 구면 패치와 매개 변수 식에 의한 구면 패치를 가공하여 비교해 본 결과 Relaxed end condition에 의해 형성된 구면 패치가 Clamped end condition에 의해 생성된 구면 패치보다 주어진 구면에 가까웠다.

두 경계 조건에 따른 구면 패치를 CRT상에서 비교해 보면 패치를 구성하고 있는 메쉬(Mesh)의 형태는 매우 유사하다. 그러나 실제 가공한 형상을 비교해보면 Relaxed end condition에 의해 생성된 패치의 가공 형상은 주어진 구면에 거의 근사했으나, Clamped end condition에 의해 생성된 패치의 가공 형상은 구면을 형성하지 못했다. 구면 패치의 크기를 작게하여 모델링하면 패치의 내부점 데이터들은 주어진 구면에 더욱 가깝게 근접했으나, 패치의 형상은 변하지 않았다. 양3차 스플라인 식에 의해 구면 패치를 생성함에 있어 구면에서의 트위스트 벡터의 크기는 경계 조건에 관계없이 동일한 값을 갖는다. 이런 결과로 보아 사각형 양3차 패치를 이용한 곡면 모델링에서 패치의 형상에 가장 큰 영향을 미치는 데이터는 4 구석점에서의 접선 벡터의 값이라는 것을 알 수 있다. 패치 경계의 형상은 구석점에서의 접선 벡터의 값에 의해 변하고, 패치 내부의 형상은 구석점에서의 트위스트 벡터의 값에 의한다. 따라서 사각형 양3차 패치 식을 사용해 곡면을 생성하기 위해서는 구석점에서의 접선 벡터와 트위스트 벡터의 정확한 값을 구하는 것이 가장 중요한 일이다. 패치 생성에 필요한 구석점에서의 위치 벡터의

값은 실물 모형을 측정해서 그 정확한 값을 알 수 있고 접선 벡터의 값은 경계 조건을 적용해 위치 벡터로부터 구할 수 있으나, 트위스트 벡터의 경우 그 정확한 값을 알기가 매우 어렵다. 트위스트 벡터의 값을 계산하기가 곤란하면 트위스트 벡터의 값을 0으로 하여 계산하여도 어느 정도 원하는 형태의 형상을 얻을 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 곡면에서 얻어진 위치 벡터를 기초로하여 Relaxed end condition 및 Clamped end condition에 의한 사각형 양3차 스플라인 패치를 이용해 곡면을 모델링하고, 이 모델링 데이터로부터 NC 가공 데이터를 생성해 실제 가공에 적용하는 전 과정에 대해 수행 하였다.

1. 곡면 상의 위치 벡터를 이용해 곡면에서의 양방향 접선 벡터를 구하고, 이 것을 기초로하여 양3차 스플라인 패치를 생성하는 전반적인 방법을 제시 하였다.

2. 양3차 스플라인 패치에서의 양방향 접선 벡터를 구하고, 이 접선 벡터의 값을 이용해 패치에서의 단위 법선 벡터를 계산하여, 이 단위 법선 벡터의 값을 이용해 CL-데이터를 생성해 실제 가공에 적용하는 방법을 제시 하였다.

3. Relaxed end condition에 의해 생성된 구면 패치의 형상이 Clamped end condition에 의해 생성된 구면 패치에 비해 주어진 구면에 가까웠다.

이상에서와 같은 양3차 스플라인 패치를 이용한 모델링 방법으로는 불규칙한 형상의 곡면을 모델링하는데는 한계가 있으므로 보다 자유도가 높은 삼각형 패치를 이용하는 방법과 패치와 패치의 연결에 대한 연구가 필요하리라 생각한다

참고문헌

1. 祭藤藤政, "NC 工作機械 金型 曲面仕上", International Forum die and mould, PP-82,1986
2. 최병규, "CAM 시스템과 CNC 절삭가공", 청문각, PP227-251,1993
3. Faux and M. I. Pratt, "Computational metry for design and manufacture", Ellis Horwood Ltd.,1981

4. 박명규, "컴퓨터 그래픽 해석론", 세종출판사,1993
5. 이종원 외, "CAD/CAM 시스템", 청문각,1995
6. David F.rogers, J.Alan Adams, "Mathematical Elements for computer graphic", MacGraw-Hill Publishing Company,1990
7. Vera B. Anand, "Computer Graphics and Geometric Modelers", John Wiley & Sons, Inc,1993
8. Ibrahim Zaid, "CAD/CAM Theory and practice", MacGraw-Hill Publishing Company,1990
9. Loney, G.C., and Ozsoy, T.M. "NC Machining of free form surfaces", Computer Aided Design, Vol.19, No.2,1987
10. 전차수, "자유곡면 NC가공에서의 공구간섭 방지", 박사학위 논문, KAIST, PP10-20,1989
11. 공휘식 외, "과학기술 수치해석 입문", 웅보, 1995
12. S Aomura and T Uehara, "Self-intersection of an offset surface", Comput-Aided Des., Vol.22, No.7,1990
13. Hoscheck, J "Offset curves in the spline", Comput-Aided Des., Vol.17, No.2,1985
14. Coquillart, S "Computing offsets of B-spline curves", Comput-Aided Des., Vol.19, No.6,1987