

콘크리트의 응력-변형률 모델 비교 평가 연구

A Study on the Comparison and Evaluation of the Stress-Strain Relationships of Concrete

박훈규* 원종필** 윤영수*** 장일영****
Park, Hoon Gyu Won, Jong Pil Yoon, Young Soo Jang, Il Young

Abstract

This paper presents the comparison and evaluation of the existing test results and empirical formulas of high-strength concrete available in the literature for various types of models to describe the stress-strain relationship. The range of concrete compressive strength taken into account in this study was 400 to 1200 kg/cm² and the comprehensive assessment of each linearly varying ascending part and brittle type of descending one of each model was carried out.

The results show that the fixed curve equation seems to be recommended to well describe the ascending part and so does Fafitis' exponential equation for the descending part in the stress-strain relationship of the high and ultra high-strength concrete.

1. 서 론

고강도 및 초고강도 콘크리트의 비약적인 사용추세와 더불어, 고강도 및 초고강도 콘크리트의 압축 응력-변형률 관계를 모델화하는 노력이 많이 이루어지고 있다. 보통강도콘크리트와 비교하여 고강도 및 초고강도 콘크리트의 경우 어느 모델식을 사용하느냐에 따라서 구조물의 해석 및 거동(특히 재료의 비선형성을 고려한 유한요소해석)에 미치는 영향은 매우 심각할 것이 예상된다. 지금까지 발표된 모델식의 대부분은 개인적인 실험결과를 적당한 수식과 통계적 기법을 이용하여 모델화하는 방법, 그리고 기존 보통강도 모델식을 이용 최대응력점과 구배를 수정하여 고강도 및 초고강도 콘크리트까지 확장 응용하는 방법으로 크게 대별될 수 있다.

* 정희원, 금오공과대학교 토목공학과 박사과정
** 정희원, 한국도로공사 도로연구소 책임연구원
*** 정희원, 고려대학교 토목환경공학과 교수
**** 정희원, 금오공과대학교 토목공학과 교수

본 연구에서는 고강도 및 초고강도 콘크리트에 대한 기존 실험결과(참고문헌 1,2,3,4참조)와 모델식들을 이용하여, 선형적 상승거동과 취성적 하강거동을 정확히 표현할 수 있는가에 대한 적합성 검토를 수행하여 향후의 모델정립을 위한 기초적 자료를 제시하고자 한다.

2. 기존의 응력-변형률 모델

2.1 기존 응력-변형률 모델의 분류 및 특징

기존 모델은 곡선의 형태나 수식화 방법에 따라 확정 단일곡선식, 가변 단일곡선식, 확정 복수곡선식 및 가변 복수곡선식으로 분류할 수 있으며, 대표적인 관계식을 상승부와 하강부로 분류하여 각각 표 1과 표 2에 나타내었다⁽⁵⁾.

2.2 응력-변형률의 모델화를 위한 재료변수연구

2.2.1 탄성계수(Modulus of elasticity)

본 연구에서는 가장 범용적인 ACI 363의 수정식과 CEB-FIP 1990(MC-90) 식을 이용하였다⁽⁵⁾.

표 1 기존의 응력-변형률 상승부에 관한 대표적 모델

응력-변형률 모델식		제안자(제안년도)	주요변수 값
$Y = 1 - (1 - X)^{\alpha}$	(1)	Hognestad(1951) Kent, Park(1971) 鈴木 등(1978) Scott 등(1982)	$\alpha = 2$
		Fafitis, Shah(1985) 野口(1993)	$\alpha = E_c \frac{\epsilon_o}{f'_c}$
$Y = \frac{\beta X}{\beta - 1 + X^{\beta}}$	(2)	Desayi, Krishnan(1964)	$\beta = 2$
		Popovics(1971)	$\beta = 0.00571 f'_c + 1$
		Mander(1984) 谷川 등(1989)	$\beta = \frac{E_u}{E_u - (f'_c / \epsilon_o)}$
		Collins 등(1991)	$\beta = 0.8 + (f'_c / 173.4)$
$Y = \frac{AX + (B-1)X^2}{1 + (A-2)X + BX^2}$	(3)	Saenz(1964)	$A = E_c (\epsilon_o / f'_c), B = 1$
		Sargin(1971)	$A = E_c (\epsilon_o / f'_c), B = 0$
		Wang 등(1978)	$A, B =$ 상수값
		Ahmad, Shah(1980)	$A = E_c (\epsilon_o / f'_c)$ $B = 0.876A - 0.8164$
		Tomaszewicz(1990)	$A = E_c (\epsilon_o / f'_c), B = 1$
		崎野, 孫(1993)	$A = E_c (\epsilon_o / f'_c)$ $B = 1.5 - 0.00168 f'_c$

여기서, $X = \frac{\epsilon}{\epsilon_o}, Y = \frac{f}{f'_c}$

f'_c : 콘크리트 최대압축강도(kg/cm²), ϵ_o : 최대압축강도시 변형률
 E_c : 콘크리트 활산탄성계수(kg/cm²), E_u : 초기 접산탄성계수(kg/cm²)

표 2 기존의 응력-변형률 하강부에 관한 대표적 모델

식의 형태	제안자(년도)	하강역 모델식
단일 곡선식	梅村(1951)	$Y = 6.75 (e^{-812X} - e^{-1.218X})$
	Smith, Young(1995)	$Y = X e^{(1-X)}$
	Desayi, Krishnan(1964) Sargin(1971) Popovics(1971)	표 1
	Wang 등(1978) Ahmad, Shah(1980) Mander(1984) Collins 등(1991) 崎野, 孫(1993)	표 1
	Hognestad(1951)	$Y = \frac{1 - 0.15X}{(1 - 0.0038/\epsilon_o)}$
	Saenz(1964)	$f = \epsilon / [a_1 + a_2\epsilon + a_3\epsilon^2 + a_4\epsilon^3]$
복수곡선식 중 하강부	Kant, Park(1971) Vallenas 등(1977)	$Y = 1 - Z(\epsilon - \epsilon_o)$
	六車 등(1976)	$f = \frac{1}{(\epsilon_o - 0.004)} [(f'_c - 100)\epsilon + 100\epsilon_o - 0.004 f'_c]$
	鈴木 등(1978)	$Y = 1 - \tan \theta (X - 1)$
	Fafitis, Shah(1985)	$Y = \exp[-k(\epsilon - \epsilon_o)^{1.15}]$
	野口(1993)	$f = \frac{(f'_c - 100) \cdot (\epsilon - \epsilon_o)}{(\epsilon_o - 0.005) + f'_c}$

2.2.2 최대압축강도시 변형률(ϵ_o)

최대압축강도시의 변형률은 응력-변형률 곡선에 있어서 상승부와 하강부를 결정하는 변곡부로서 중요한 경계요소이다. 주로 압축강도(f'_c)의 함수로써 간략화 되어지는 ϵ_o 에 대한 대표적인 추정식은 표 3과 같다.

본 연구에서는 응력-변형률 관계 모델의 적합성을 비교 평가하기위 하여, 실험자료를 근거로 표 3의 콘크리트 최대압축강도시 변형률(ϵ_o) 추정식을 비교한 결과, 다음 그림 1과 같이 정현수의 추정식이 실험치와 가장 적절한 상관도를 가지는 것으로 나타났다.

표 3 콘크리트 최대압축시 변형률(ϵ_o) 추정식

제안자(제안년도)	최대압축강도(kg/cm ²)시 변형률 ($\times 10^{-6}$)
六車(1976) ⁽⁶⁾	$\epsilon_o = 1299 + 1.30 f'_c$
Ahmad(1980) ⁽⁷⁾	$\epsilon_o = 1648 + 1.65 f'_c$
Shah(1985) ⁽⁸⁾	$\epsilon_o = 1950 + 1.46 f'_c$
Mitchell(1991) ⁽⁹⁾	$\epsilon_o = \frac{f'_c}{E_c} \frac{n}{n-1}, n = 0.8 + 0.00576 f'_c$
孫(1994) ⁽¹⁰⁾	$\epsilon_o = 520 \sqrt[4]{f'_c}$
정현수(1994) ⁽¹¹⁾	$\epsilon_o = 2100 + 1.19 f'_c$

2.2.3 변형률 연화구간내 한점에서의 응력과 변형률

응력-변형률 하강부의 거동에 대한 대표적인 표현식은 다음 표 4와 같다.

본 연구에서는 실험자료로 부터 구한 변형률 연화구간내 한점에서의 응력과 변형률을 이용하여 표 4의 표현식들을 비교하였다. 그 결과 그림 2에서 볼 수 있듯이 Kent-Park, 岡本 伸이 제시한 $\epsilon_{0.5}$ 의

표 4 응력-변형을 연화특성 표현식

제안자(제안년도)	표현식($\times 10^{-6}$)	강도범위 (kg/cm^2)	공시체 크기
Park(1971) ⁽¹²⁾	$\epsilon_{0.5} = \frac{0.21 + 0.002 f_c'}{f_c' - 70.3}$	224~694	$\phi 10 \times 20\text{cm}$
岡本 伸(1976) ⁽¹¹⁾	$\epsilon_{0.5} = \frac{0.3 + 0.0021 f_c'}{f_c' - 90}$	150~600	$\phi 10 \times 20\text{cm}$
Wang(1978) ⁽¹³⁾	$\epsilon_i = 7.11 \times 10^{-7} f_c' + 0.00401$ $f_i = 0.58 f_c' + 54.45$	210~770	$\phi 7.5 \times 15\text{cm}$
鈴木(1980) ⁽¹⁴⁾	$\tan \theta = 0.1002 + 0.00133 f_c'$ $f_{2\epsilon_0} = f_c' (1 - \tan \theta)$	260~680	$\phi 15 \times 30\text{cm}$
Ahmad(1982) ⁽⁷⁾	$\theta (\text{deg.}) = 6.6128 + 0.0414 f_c'$ $f_{2\epsilon_0} = f_c' (1 - \tan \theta)$	268~665	$\phi 7.5 \times 15\text{cm}$

$\epsilon_{0.5}$, $\epsilon_{0.55}$: 응력-변형을 하강곡선내 $0.5 f_c'$, $0.85 f_c'$ 에서의 변형을

ϵ_i , f_i : 응력-변형을 하강곡선의 변곡점에서의 응력 및 변형을

$f_{2\epsilon_0}$: $2\epsilon_0$ 점에 대한 응력, θ : 하강곡선의 하강기울기

표 5 하강곡선 모델의 비교 평가를 위한 변수

응력-변형을 모델 (표 2 참조)		변수	
		하강곡선 형상변수	응력-변형을 연화특성 추정식(표 4 참조)
선형	鈴木식	$\tan \theta$	Ahmad식
비선형	Popovics식	β	
	Wang식	A, B	
	Fafitis-Shah식	k	

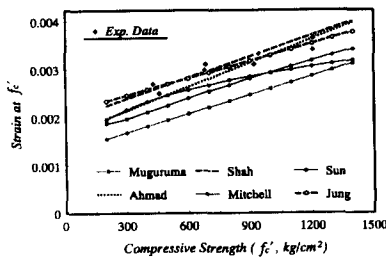


그림 1 최대압축강도에서의 변형을 추정식 비교

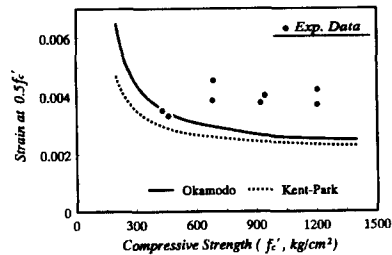


그림 2 응력-변형을 하강부 $0.5f_c'$ 에서의 변형을

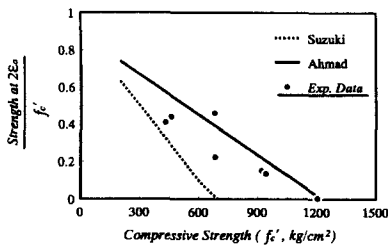


그림 3 응력-변형을 하강부 $2\epsilon_0$ 에서의 응력비

값은 450kg/cm^2 이상의 압축강도에 대해 과소평가하는 것으로 나타났으며, 그림 3의 비교에서는 鈴木의 추정식에 비해 Ahmad의 $f_{2\epsilon_0}$ 추정값이 실측을 비교적 잘 표현하는 것으로 나타났다.

3. 기존 응력-변형률 모델의 실험치와의 적합성 검토

3.1 응력-변형률 상승부 모델식의 특징

상승부 관계곡선에 대해서는 $Y = f / f'_c$, $X = \varepsilon / \varepsilon_0$ 로 무차원화하여 표현할 경우 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$\textcircled{1} Y = 1, X = 1 \rightarrow dY / dX = 0 \quad \textcircled{2} Y = 1 \rightarrow X = 1$$

$$\textcircled{3} Y = 0, X = 0 \rightarrow dY / dX = \frac{E_u}{f'_c / \varepsilon_0} \quad \textcircled{4} Y = SR \rightarrow X = SR \frac{(f'_c / \varepsilon_0)}{E_c}$$

여기서 SR은 탄성계수 측정시 최대압축강도에 대한 할렬비(secant ratio)로써 일반적인 값은 0.40이다. 본 연구에서는 대표적인 관계식의 형태를 결정하는 상승곡선 형상변수 α, β, A, B 의 경계조건에 의한 이론적인 값을 이용하여 표현식의 간략화에 따른 실험치와의 오차를 최소화하여 모델식의 적합성을 비교하였다. 경계조건 ④에 대해 $SR=0.4$ 를 대입하여 α, β 를 다음 식(4)와 식(5)로부터 구할 수 있고, A와 B는 두 개의 경계조건 ③, ④로부터 식(6)과 식(7)로 정리된다. 여기서 정현수⁽¹¹⁾의 ε_0 추정식을 이용하였다.

$$\alpha = \frac{\ln 0.6}{\ln(1 - \frac{0.4 f'_c}{E_c \varepsilon_0})} \quad (4)$$

$$(\frac{0.4 f'_c}{E_c \varepsilon_0})^\beta - \beta(\frac{f'_c}{E_c \varepsilon_0} - 1) - 1 = 0 \quad (5)$$

$$A = \frac{E_u \varepsilon_0}{f'_c} \quad (6)$$

$$B = (\frac{E_c \varepsilon_0}{f'_c})^2 \left\{ 1.667(\frac{f'_c}{E_c \varepsilon_0})^2 - 2.5(\frac{E_u}{E_c}) - 3.333(\frac{f'_c}{E_c \varepsilon_0}) + 4.167 \right\} \quad (7)$$

3.2 응력-변형률 하강부

표 5 하강곡선 모델의 비교 평가를 위한 변수

하강부 관계곡선에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\textcircled{1} f = f'_c \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0$$

$$\textcircled{2} f = f'_c, \varepsilon = \varepsilon_0 \rightarrow df / d\varepsilon = 0$$

$$\textcircled{3} f = 0.5 f'_c \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{0.5},$$

$$f = f_{2\varepsilon_0} \rightarrow \varepsilon = 2\varepsilon_0$$

응력-변형률 하강곡선 모델의 비교 평가를 위한 변수는 표 5와 같다.

응력-변형률 모델에 대한 경계조건으로부터 하강곡선의 형태를 결정하는 각각의 변수들은 다음과 같이 표현된다.

$$\tan \theta = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_t - \epsilon_0} \left(1 - \frac{f_t}{f'_c}\right) \quad (8)$$

$$\frac{f_t}{f'_c} \left(\frac{\epsilon_t}{\epsilon_0}\right)^\beta + \beta \left(\frac{f_t}{f'_c} - \frac{\epsilon_t}{\epsilon_0}\right) = \frac{f_t}{f'_c} \quad (9)$$

한편, Wang 등이 제안한 응력-변형률 모델의 두 변수 A, B를 구하기 위하여 다음 식(10)의 가정을 도입한다.

$$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} f = 0 \quad (10)$$

이것은 응력-변형률 하강부의 거동이 실제로 아주 긴 꼬리를 가지는 잔류연성을 가지기는 하나 이것이 매우 큰값이 되면 응력이 0인 점과 만날것임을 가정하는 것이다. 따라서 식(10)의 가정에 의해 B=1의 값을 가지며, A는 다음과 같이 표현된다.

$$A = \frac{f_t (\epsilon_t - \epsilon_0)^2}{\epsilon_c \epsilon_t (f'_c - f_t)} \quad (11)$$

$$k = -\frac{\ln\left(\frac{f_t}{f'_c}\right)}{(\epsilon_t - \epsilon_0)^{1.15}} \quad (12)$$

3.3 비교결과 및 평가

실험결과를 이용하여 응력-변형률 모델의 상승부를 비교한 결과는 그림 4 및 그림 5와 같다.

그림 4는 실제거동과 모델식에 의한 추정치를 무차원화하여 강도별로 도시한 것이며, 그림 5에서는 응력-변형률 상승부를 비교적 선형거동부분 ($0 \leq f \leq 0.5f'_c$)과 비선형거동부분 ($0.5f'_c \leq f \leq f'_c$)으로 구분하여 각 부분별 오차를 동일 변형률에서의 실측 상대응력비와 모델식에 의한 계산 상대응력비를 비교하였다. 비교결과, $0.5f'_c$ 점까지의 초기 상승부의 거동은 큰 차이를 보이지 않으나 $0.5f'_c$ 이상의 비선형구간에서는 다소 차이가 발생하여 모델식의 특성상 식(2)는 실험치에 비해 전반적으로 2~4% 높게 평가되고, 식(3)은 전반적으로 2~3% 낮게 평가되는 반면, 식(1)은 대체로 고강도의 상승거동을 적절히 표현하는 것으로 보인다.

콘크리트 응력-변형률 하강거동에 대한 표 5의 방법에 의한 모델식 비교 결과가 그림 6 및 그림 7과 같다. 그림 6은 응력과 변형률을 무차원화하여 도시한 것이며, 그림 7의 비교는 응력-변형률 하강부의 변곡점(여기서는 $1.5 \epsilon_0$ 점으로 가정함)전후로 구분하여 각 부분별 오차를 동일 변형률에서의 실측 상대응력비와 모델식에 의한 계산 상대응력비를 비교하였다.

비교 결과 Ahmad식과 Fafitis식이 비교적 실험치와 잘 일치하는 것으로 나타나 식의 간결성 면에서 Fafitis의 지수식이 적절한 것으로 사료된다. 그러나 $1.5 \epsilon_0$ 점 이후에서는 4~18% 정도로 다소 큰 오차를 보이므로, 더 많은 체계적 실험자료와 확률적기법이 요구된다.

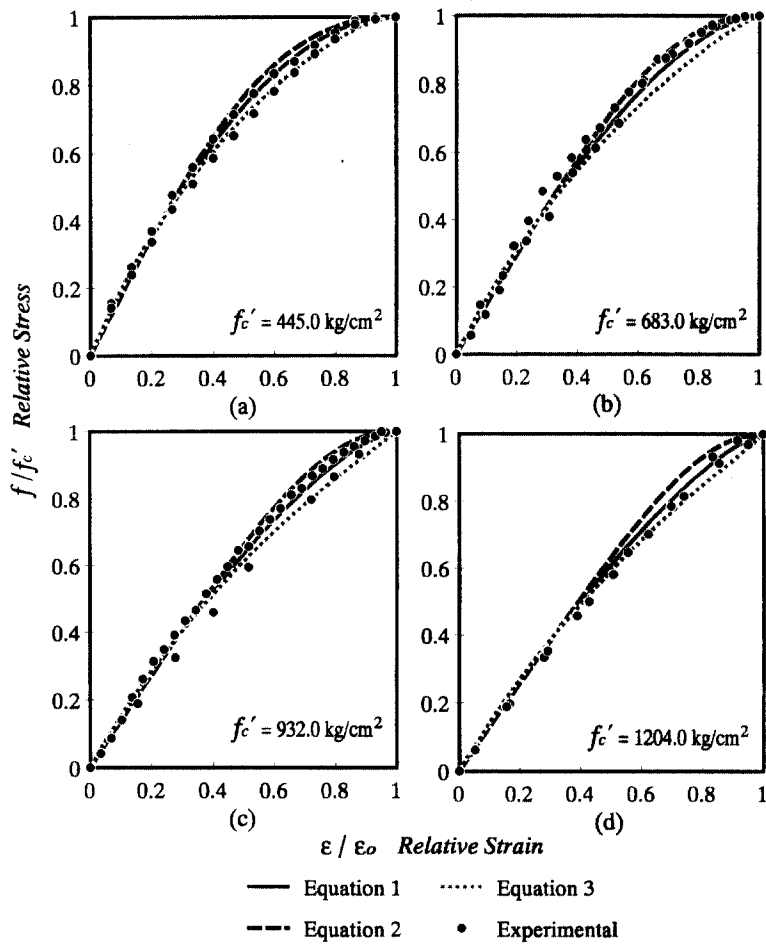


그림 4 콘크리트 응력-변형률 상승거동에 모델식 비교
 : 실험 (a) 岡本 伸, 柳下文夫 (b) Kiyoshi 등 (c) MacGregor 등, (d) 野口貴文

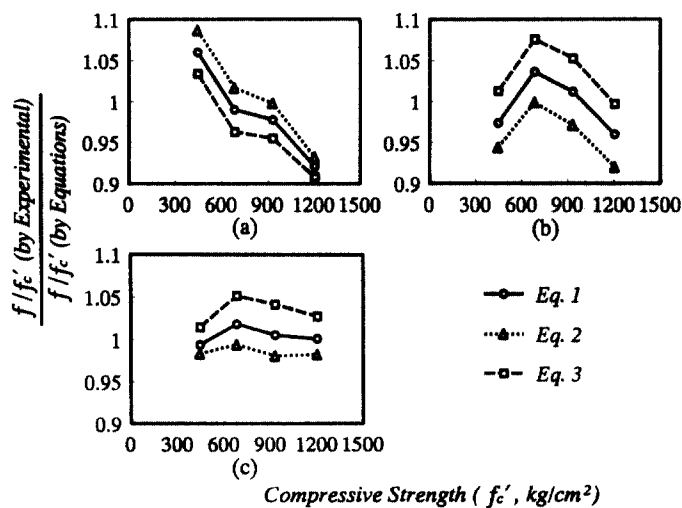


그림 5 응력-변형률 상승거동에 응력구간별 실험치와 모델식에 의한 계산값의 차이
 : 응력 구간 (a) $0 \leq f \leq 0.5f'_c$, (b) $0.5f'_c \leq f \leq 0.85f'_c$, (c) $0.85f'_c \leq f \leq f'_c$.

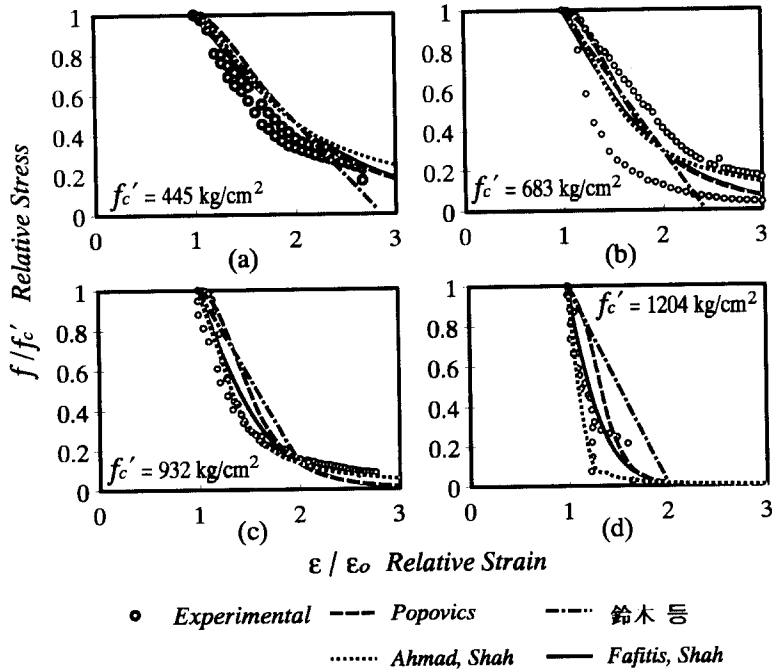


그림 6 콘크리트 응력-변형을 하강거동에 대한 모델식 비교
 : 실험 (a) 岡本 伸, 柳下文夫 (b) Kiyoshi 등 (c) MacGregor 등, (d) 野口貴文

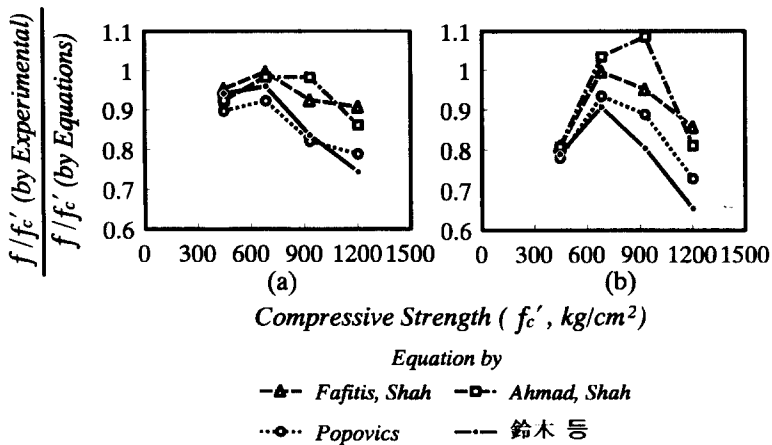


그림 7 응력-변형을 하강거동에 변형을 구간별 실험치와 모델식에 의한 계산값의 차이
 : 변형률 구간 (a) $\epsilon_o \leq \epsilon \leq 1.5\epsilon_o$, (b) $1.5\epsilon_o \leq \epsilon \leq 2\epsilon_o$

4. 결 론

실측자료와의 비교 결과, 확장곡선식(1)이 대체로 고강도의 상승거동을 적절히 표현하는 것으로 보인다(그림 4,5). 따라서 적합한 형상변수(β) 추정이 가능한 경우, 식(1)의 형태로써 고강도 콘크리트의 응력-변형을 상승거동을 표현하는 것이 비교적 정확할 것으로 사료된다.

응력-변형을 하강부에 있어서는 Fafitis의 지수식이 식의 간결성이나 실험치와의 적합성면에서 가장 적절한 것으로 사료된다(그림 6,7).

참 고 문 헌

1. 岡本 伸, 柳下文夫, “高强度コンクリートの應力-ひずみ特性”, コソクリート工學年次論文報告集, Vol.14, No.3, 1976, pp.42-46.
2. Kiyoshi Okada, M. Azam Azimi, “Strength and Ductility of Reinforced High Strength Concrete eams,” ACI Vol. 104, 1980.
3. Xie, J., Elwi, A. E., and MacGregor, J. G., “Mechanical Properties of Three High-Strength Concrete Containing Silica Fume”, ACI Materials Journal, Vol.92, No.2, March-April, 1995, pp.135-145.
4. 野口貴文, 高强度コンクリートの基礎的力學特性に関する研究, 東京大學, 博士論文, 1995. 3.
5. 박훈규, 초고강도 콘크리트의 이론적 모델 정립에 관한 연구, 금오공과대학교, 석사논문, 1996.11
6. 六車 熙, “超高强度コンクリートの力學的諸性質”, セメント・コンクリート, No.425, 1982.7 pp.2-6
7. Ahmad, S. H., and Shah, S. P., “Stress-Strain Curves of Concrete Confined by Spiral Reinforcement”, ACI, Vol.79, No.6, Nov.-Dec. 1982, pp.484-490.
8. A. Fafitis, and S. P. Shah, “Lateral Reinforcement for High Strength Concrete Column,” ACI 363 SP-87 High Strength Concrete Symposium, 1985, pp.213-232.
9. Collins, M. P., and Mitchell, D., Prestressed Concrete Structures, Prentice Hall, New Jersey, 1991.
10. 基野健治, 孫 玉平, “コンファイントド高强度コンクリートの中心壓縮性狀に関する實驗的研究”, コソクリート工學年次論文報告集, Vol.15, No.2, 1993, pp.713-718.
11. 정현수, 고강도 철근콘크리트 구조, 태림문화사, 1994년 10월.
12. Kent, D. C., and Park, R., “Flexural Member with Confined Concrete,” Proceeding of ASCE, Vol.197, ST7, July 1971, pp.1969-1991.
13. Wang, P. T., Shah, S. P., and Naaman, A. E., “Stress-Strain Curves of Normal and Ligh weight Concrete in Compression,” ACI, Vol.75, No.11, Nov. 1987, pp.603-611.
14. 鈴木計夫, 中塚 佑, “コンクリートの全應力度-ひずみ度關係に関する研究”, 第2回コンクリート工學年次講演 會講演論文集, 1980, pp.265-268.