

# 케이싱오실레이터의 순기구학 해석

백재호, 신진오, 이은준(부산대원), 박명관(부산대 기계공학부)

## A Study on the Forward Kinematic Analysis of a Casing Oscillator

J. H. Baik, J. O. Shin, E. J. Rhee(Graduate School, Pusan Nat'l Univ.), M. K. Park(Pusan Nat'l Univ.)

### ABSTRACT

The casing oscillator is a construction equipment to clamp, oscillate and push a casing for foundation work. In case that the casing oscillator is operated on the slant ground, if another construction heavy equipment is not used, it is impossible to insert the casing in ground using only casing oscillator. So in this paper, we present the new casing oscillator that need not to level the ground for work of casing insertion. This mechanism can execute 4 DOF motion by actuating 5 single - rod hydraulic cylinders. The forward kinematics analysis of the casing oscillator by tetrahedron geometry is performed so predict workspace, direction and poison of casing oscillator.

**Key Words :** Construction Equipment (건설장비), 4-dof (4 자유도 ), Forward kinematics (순기구학), Tetrahedron geometry(사면체 기하학)

### 1. 서론

건설현장에서 기초작업을 위해 대구경 말뚝을 지면에 타설 하기위해 케이싱을 유압 구동력에 의한 토크로서 목표 깊이 까지 삽입한 후 내부를 굴착 및 배토하여 철근이나 H-Beam 등의 응력재를 삽입한 뒤 콘크리트를 타설하고 다시 케이싱을 인발하는 방식이 사용되고 있다. 이때 케이싱을 지면에 삽입, 인발하는 토크를 주는 건설용 장비가 케이싱 오실레이터이다.

케이싱 오실레이터를 이용한 대구경 말뚝 타설 작업은 Fig. 1 과 같다. 지름이 수 미터에 해당하는 케이싱을 삽입하거나 인발하기 위해서는 매우 큰 힘을 요구하므로 케이싱 오실레이터는 유압식으로 구동 된다. 그러나 작업 시 케이싱의 수평을 유지해 주는 장치가 없으므로 숙련된 작업자와 다른 건설장비의 도움을 받아야 한다. 케이싱 오실레이터의 자동화를 위해 케이싱이 지면에 수평을 유지하기 위한 오토 밸런싱(Auto Balancing) 작업이 가능한 Fig. 2 형태의 수정된 케이싱 오실레이터가 제시되어지고 연구가 진행되고 있으나 특이한 4 자유도

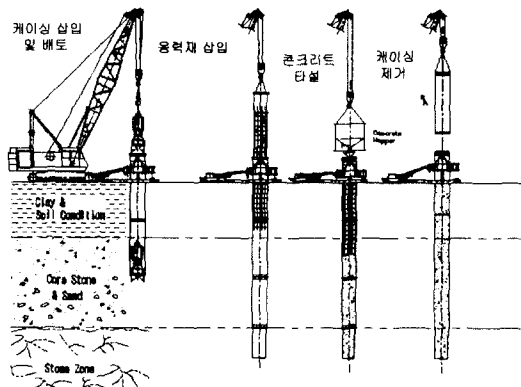


Fig. 1 The Work Progress of the Casing Oscillator

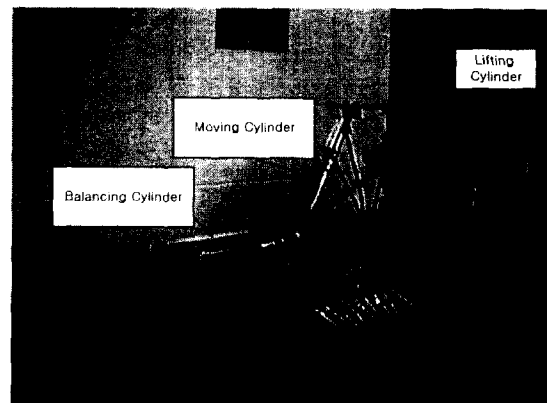


Fig. 2 Shape of New Casing Oscillator

-병렬형 매니플레이터의 형태를 가짐으로 순 기구학 해를 구하는데 어려움이 있다. 순 기구학 해석 해가 얻어지는 병렬형 매니플레이터는<sup>[1,2]</sup> 작동기의 입력만으로도 침단부의 위치 및 방향의 예측이 용이하므로 제어가 용이하며 가장 적절한 기구학적 형태의 설계도 가능하게 된다. 순 기구학 해석을 위해 수치해석 법과 역분의 센서를 이용하는 방법이 연구되어 졌으나<sup>[3]</sup> 각각 계산에 많은 시간과 장비가 필요하기 때문에 순 기구학 해의 실시간 추정이 어렵고, 추가로 센서 비용이 드는 단점이 있었다.

본 연구에서는 이 수정된 형태의 케이싱 오실레이터의 순 기구학 해석을 사면체 기하학(Tetrahedron Geometry)을<sup>[4]</sup> 이용한 수치 해석적 방법을 이용하여 수행하여 보다 간결하고 체계화된 해석법을 제시하고자 한다.

## 2. 본론

### 2.1 케이싱 오실레이터(Casing Oscillator)형 병렬형 매니플레이터의 구조

수정된 케이싱 오실레이터(Casing Oscillator)의 기구학적 모습은 Fig. 3 과 같다. 수정된 케이싱 오실레이터는 무빙 실린더와 밸런싱 실린더가 분리되어 독립적인 운동이 가능한 새로운 구조의 병렬형 매니플레이터로서 두 개의 무빙 실린더의 끝 부분은 밸런싱 실린더에 연결하여 연결부를 수평으로 움직여 상판의 기울기를 조절하도록 하였으며 무빙 실린더의 동작에 간섭을 받지 않도록 하였다. 무빙 실린더와 밸런싱 실린더 사이의 원활한 동작을 위하여 유니버설 조인트(Universal Joint)로 구축을 시켰다. 기울어진 각도에서도 수직작업이 가능하도록 리프팅 실린더와 하판의 구축은 볼 조인트로 설계하여 기존의 구조보다 더욱 넓은 작업영역을 확보하도록 Fig. 3 에서 보는 바와 같이 5 개의 작동기(Actuator)로 구성되어 있다. 하판은 바닥에 고정되어 있고 상판은 직선운동만을 수행하는 5 개의 작동기에 의해 움직인다. 수정된 케이싱 오실레이터의 자유도는 공간운동을 하는 기구의 자유도판별식에 의해 다음과 같이 할 수 있다.

$$F = \lambda(l - j - 1) + \sum_1^l f_i - f_p = 6(12 - 15 - 1) + 30 - 2 = 4$$

여기서 F 는 기구의 자유도,  $\lambda$  은 기구부가 작동하는 공간의 자유도의 자유도, l 은 하판을 포함한 링크들의 수, j 는 관절들의 수,  $f_i$  는 i 번째 관절들 자유도이고,  $f_p$  는 여유자유도의 수 이다.

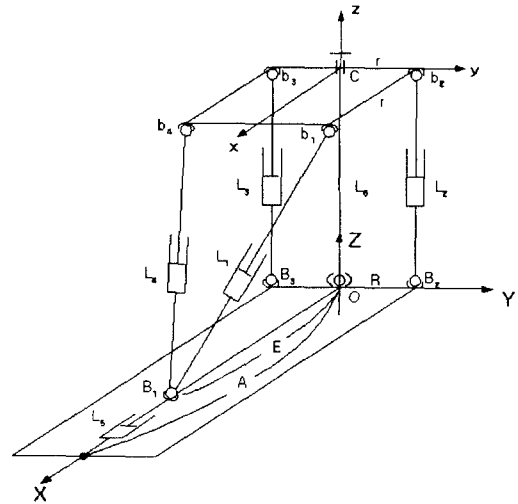


Fig. 3 Kinematic Model of a Casing Oscillator

### 2.2 케이싱 오실레이터형 병렬형 매니플레이터의 사면체 기하학좌표계 설정

순기구학 해석을 위한 케이싱 오실레이터의 기구학적 모델은 5 개의 직선 관절을 가지고 4 자유도를 가지는 병렬형 매니플레이터이므로 해석하기 위해서는 추가센서를 사용하거나 수치 해석적 방법을 이용할 수 있으나 해석하는 방법이 매우 복잡하거나 센서의 사용이 필요하다는 단점이 있다.

본 논문에서는 순기구학의 해를 보다 간결화 하고 체계적으로 해석하기 위해서 기구학 모델에 몇 가지 수정을 수행 하였다.

Fig. 3 의  $L_6$  는 상판과 수직으로 고정되어 있고 하판과는 O 점에서 선형 구동이 가능 하도록 구멍 난 형상의 Spherical Bearing 로 연결 되어 있다.

Fig. 4 와 같이  $L_6$  는 항상 상판과 직각을 유지 하고  $L_2, L_3$  와 같은 거리(r) 만큼 떨어져 있으므로  $L_6$  의 길이는  $L_2$  와  $L_3$  의 평균값이 되고  $L_2, L_3, L_6$  각각의 방향은 같아진다. 이는 3 자유도를 가지고 두 사면체가 꼭지점 O 에서 만나는 형상의 병렬형 매니플레이터로 나타낼 수 있으며 이를 기본으로 순 기구학 해석을 수행한 후  $\overline{CO}$  의 길이 를 작동기 범위 안에서 변화시킨다.

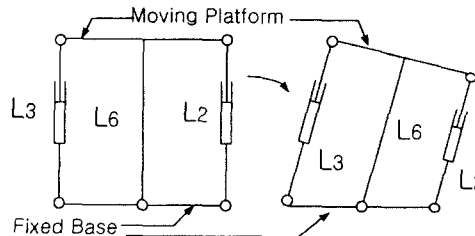


Fig. 4 Link  $L_2, L_3, L_6$

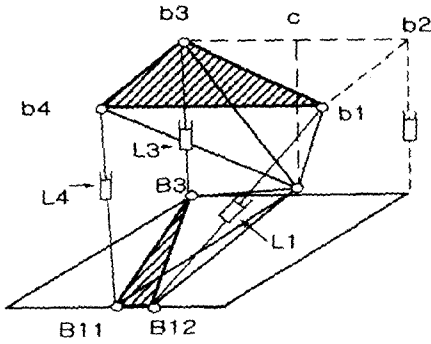


Fig. 5 Kinematic Model of 3-Dof Parallel Manipulator

이어서  $L_5$ 에 의해 변화하는 E 값을 작동기 범위 안에서 변화시켜 계산 함으로서 4 자유도 병렬형 매니플레이터의 순기구학 해석을 수행할 수 있다. Fig. 5의 기구학적 모델은 사면체 정리에 의해 사면체로부터 얻어진 세개의 꼭지점이 상판의 연결 조인트이면, 세 개의 꼭지점(Top Vertex)으로부터 상판의 위치와 회전 벡터를 구할 수 있음을 알 수 있다. 논문의 이해를 돕기 위해서 Fig. 3의 기구학 모델을 Fig. 5의 형태의 두개의 사면체가 점 O에서 만나는 형태로 나타내었다. 상 하판의 실제 형상은 해석하기에 어려운 비틀린 형태의 사면체 구조를 가짐으로 이해를 돕기 위해 상, 하판을 Fig. 7, Fig. 8의 형태로 나타낸다. 정확한 형태는 Moving Platform의 경우 Fig. 6과 같다.

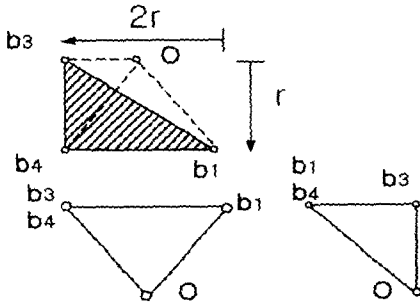


Fig. 6 The Real Shape of Moving Platform

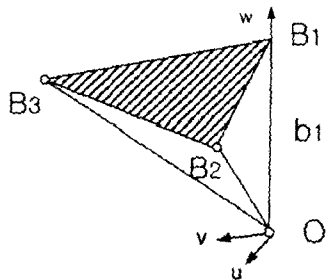


Fig. 7 Moving Platform

Moving platform의 좌표계는 Fig. 7과 같이  $B(u,v,w)$ 으로 설정하고 이때  $w$  축은  $\vec{OB}_1$  방향,  $u$  축은 평면  $OB_1B_2$  위에 존재하고  $v$  축은 오른손 법칙을 따른다. Fixed base의 좌표계는 Fig. 7과 같이  $A(x,y,z)$ 으로 설정하고  $z$  축은  $\vec{OA}_1$  방향,  $x$  축은 평면  $OA_1A_2$  위에 존재한다. 기준 좌표계  $A(x,y,z)$ 에서  $B(u,v,w)$ 는  $w$  축이  $\phi$  회전하고  $u$  축이  $\theta$  회전,  $v$  축 회전은  $\psi$  이라고 한다. 회전행렬 R은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$R_B^A = \begin{bmatrix} c\phi c\psi - s\phi c\theta s\psi & -c\phi s\psi - s\phi c\theta c\psi & s\phi s\theta \\ s\phi c\psi + c\phi c\theta s\psi & -s\phi s\psi + c\phi c\theta c\psi & -c\phi s\theta \\ s\theta s\psi & s\theta c\psi & c\theta \end{bmatrix}$$

Moving platform B의 운동을 반영하는  $B_i$ 에서의 위치 벡터는 아래와 같이 주어진다.

$$b_i^B = [b_{iu}, b_{iv}, b_{iw}]^T$$

$$b_i = [b_{ix}, b_{iy}, b_{iz}]^T = R_B^A \cdot b_i^B$$

$$= \begin{bmatrix} b_{iu}(c\phi c\psi - s\phi c\theta s\psi) - b_{iv}(c\phi c\psi + s\phi c\theta c\psi) + b_{iw}s\phi s\theta \\ b_{iv}(s\phi c\psi + c\phi c\theta s\psi) - b_{iv}(s\phi s\psi - c\phi c\theta c\psi) - b_{iw}c\phi s\theta \\ b_{iu}s\theta s\psi + b_{iv}s\theta c\psi + b_{iw}c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

또한 fixed base를 반영하는  $A_i$ 에서의 위치 벡터는

$$a_i = [a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}]^T \quad (2)$$

$$\therefore d_i = b_i - a_i \quad \text{여기서 } i = \{1, 2, 3\} \quad (3)$$

$$\therefore d_i^2 = a_i^2 + b_i^2 - 2a_i^T b_i \quad (d_i = A_i B_i) \quad (4)$$

식 (4)에 식 (1), 식 (2)을 대입하면

$$e_{i1}c\phi + e_{i2}s\phi + e_{i3} = 0 \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (5)$$

$$e_{i1} = \lambda_{i1}c\psi + \lambda_{i2}s\psi + \lambda_{i3} \quad (6)$$

$$e_{i2} = \mu_{i1}c\psi + \mu_{i2}s\psi + \mu_{i3} \quad (7)$$

$$e_{i3} = \nu_{i1}c\psi + \nu_{i2}s\psi + \nu_{i3} \quad (8)$$

$$\lambda_{i1} = a_{iy}b_{iv}c\theta + a_{ix}b_{iu} \quad \mu_{i1} = -a_{ix}b_{iv}c\theta + a_{iy}b_{iu}$$

$$\lambda_{i2} = a_{iy}b_{iu}c\theta - a_{ix}b_{iv} \quad \mu_{i2} = -a_{ix}b_{iu}c\theta + a_{iy}b_{iv}$$

$$\lambda_{i3} = -a_{iy}b_{iw}s\theta \quad \mu_{i3} = a_{ix}b_{iw}s\theta$$

$$\nu_{i1} = a_{iz}b_{iv}s\theta \quad \nu_{i3} = a_{ix}b_{iw}c\theta - \frac{1}{2}(a_i^2 + b_i^2 - d_i^2)$$

$$\nu_{i2} = a_{iz}b_{iu}s\theta$$

식 (4)와 식 (5)는  $i=1,2,3$  일 때의 3 가지의 방정식으로 나타나고 Moving platform의 구속조건으로 주어진다.

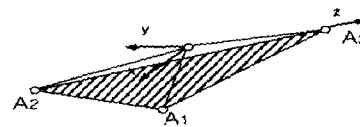


Fig. 8 Fixed Base

### 2.3 역기구학(Inverse kinematics) 해석

역기구학 해석은 Moving platform의 회전을 알고 있을 때 직선관절(Prismatic Joint)의 길이  $d_i$ 를 구하는 문제이다.

$$d_i = \pm \sqrt{a_i^2 + b_i^2 - 2a_i^T b_i} \quad i = \{1, 2, 3\} \quad (9)$$

일반적으로  $d_i$ 는 (+)값만을 취한다.

### 2.4 순기구학(Forward kinematics) 해석

본 논문에서의 순기구학 문제는 직선관절  $d_2$ 와  $d_3$ 의 길이가 주어졌을 때 Moving platform의 회전  $\phi, \theta, \psi$ 를 구하는 문제이다.

좌표계 선정의 조건을 고려하면

$$\begin{aligned} a_{1x} = a_{1y} = a_{2y} = b_{1u} = b_{1v} = b_{2v} = 0 \\ a_{1z} = l_1 = \overline{O A_1} ; b_{1w} = l_2 = \overline{O B_1} \end{aligned}$$

식 (5)에  $i=1$ 을 대입하여 위의 조건을 대입

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{l_1^2 + l_2^2 - d_1^2}{2l_1 l_2} \right) \quad (10)$$

식 (5)에  $i=2, 3$ 을 대입 하면

$$c\phi = \frac{e_{22}e_{33} - e_{23}e_{32}}{e_{21}e_{32} - e_{22}e_{31}}, \quad s\phi = \frac{e_{23}e_{31} - e_{21}e_{33}}{e_{21}e_{32} - e_{22}e_{31}} \quad (11)$$

$e_{21}e_{32} - e_{22}e_{31} \neq 0$  라면  $c\phi^2 + s\phi^2 = 1$ 의 조건을 이용해  $\phi$ 를 제거 할 수가 있다.

$$(e_{22}e_{33} - e_{23}e_{32})^2 + (e_{23}e_{31} - e_{21}e_{33})^2 - (e_{21}e_{32} - e_{22}e_{31})^2 = 0 \quad (12)$$

식 (6)-(8)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$c\psi = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad s\psi = \frac{2t}{1+t^2}, \quad t = \tan \frac{\psi}{2} \quad (13)$$

식 (12)는  $t$ 에 관한 8차의 다항식으로  $\psi$ 에 관한 8개의 해를 가진다.  $\theta$ 와  $\psi$ 가 정해지면 식 (11)에서 단일한  $\phi$ 를 결정할 수 있다. 이때 구해진 값은  $L_6$ 높이  $\overline{CO}$ 와 하판의 높이  $\overline{E}$ 가 고정된 상태의 상판의 회전을 나타낸다.  $\overline{CO}$ 와  $\overline{E}$ 의 길이를 작동기 범위 내에서 변화시키면 원하는 작업공간을 얻을 수 있다.

### 3. 케이싱 오실레이터(casing oscillator)의 순기구학 해석 시뮬레이션

$\overline{E}$ 의 길이 변화에 따른 평면 XZ에서의 작업영역 해석과  $L_6$ 의 변화에 따른 YZ 평면에서의 작업영역 시뮬레이션은 Fig. 8, 9과 같다. 이를 XYZ 평면으로 확대시키면 원하는 작업 영역을 얻을 수 있다.

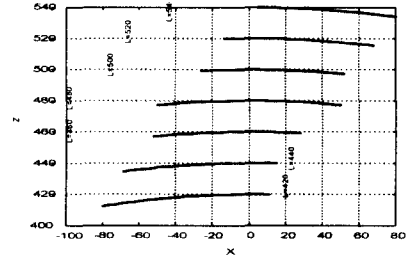


Fig. 8 Results of Simulation in a Change of Length E

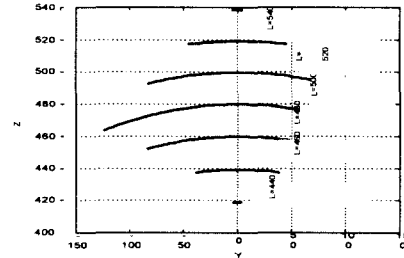


Fig. 9 Results of Simulation in a Change of Length L6

## 4. 결론

본 연구에서는 현재 건설 현장에서 사용중인 케이싱 오실레이터의 오토 블런칭(Auto Blancing) 작업을 위한 순기구학 해석 작업을 수행하였다. 순기구학 해가 구해 짐으로서 첨단부의 위치 및 방향 예측성, 제어의 용이성 측면에 적합한 기구계를 구현하는 것이 가능해졌다. 이는 각종 시뮬레이터 및 오토 블런칭 작업이 필요한 장비에 응용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고문헌

1. J.P. Merlet, "Direct Kinematics of Parallel Manipulators," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, No. 6, pp. 842-846, 1993.
2. F. Behi, "Kinematic Analysis for a Six-Degree-of-Freedom 3-PRPS Parallel Mechanism," IEEE Journal of Robotics and Automation, Vol. 4, No. 5, pp. 561-565, 1988.
3. 정규홍, 이교일, "스튜어트 플랫폼 순기구학 해의 실시간 추정기법," 대한기계학회논문집, Vol. 18, No. 7, pp. 1632-1642, 1994.
4. H. Bruyninckx, "Closed-form forward position kinematics for a (3-1-1)/sup 2/ fully parallel manipulator," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 14, No. 2, pp. 326-328, 1998