韓國精密工學會 2001年度 秋季學術大會論文集 pp.303~306 KSPE 01F081

능동 자기 베어링 제어를 위한 H∞제어기 설계

고무일*(전남대 대학원 기계공학과), 이경백(여수공대 자동차과),
김영배 (전남대 기계공학과)

Study on the Active Vibration Control of Magnetic Bearing System using H∞ controller

M. I.Ko(Mecha. Eng. Dept. CNU), K. B.Lee(Auto. Eng. Dept. YSTC), Y.B.Kim((Mecha. Eng. Dept. CNU)

ABSTRACT

Magnetic bearings have been adopted to support the rotor by electromagnetic force without mechanical contact and have many advantages. The applications of the magnetic bearings have become more and more widespread in recent years. But magnetic bearings require feedback control for stable operation because they are inherently open loop unstable systems. In this study, H infinity controller has been applied for rotor-magnetic bearing system for vibration control. The result showed that H infinity controller has better performance than PID controller through simulations.

Key Words : H infinity Controller, Magnetic Bearing (자기 베어링), Electromagnetic force(전자력)

1. 서론

90 년대에 들어와 로버스트 제어 이론의 실 시스템에의 적용은 급속히 번져 여러 분야에서 로버스트 제어이론의 유효성이 실증됨과 동시에 그 뛰어난 성능이 점점 명확해 지고 있으며 자기 베어링계도 예외는 아니다. 자기 베어링계에 이러한 로버스트 제어 이론이 적용되는 배경에는 다음과 같은 이유가 있다.[1)]

1. 자기 베어링계는 본래 강한 불안정계이기 때문에 안정화 및 강한 정강성을 얻기 위해 저주파수 영역에서 적분 특성을 갖는 하이 게인 보상기가 필요하다.
2. 부상 대책인 로터는 본래 플렉시블로 고차의 탄성 모드를 갖고 있지만 제어계 설계를 위해 저차원화 된다. 이 때 특히 (1)의 이유로 고차 모드의 스필오버 대책으로서 주파수 성형형 보상기가 요구된다.
3. 정격 회전수에도 따르지만 일반적으로 적어도 0 Hz 에서 1 kHz 정도까지 미묘한 주파수 성형형 보상기가 요구된다.
4. 자기 베어링계의 모델링시에 액추에이터의 동특성, 인덕턴스나 와전류 손실, 자이로 효과나 회전 관성 효과에 의해 고유 진동수, 탄성 모드형 등에 많은 불확실성이나 비 선형성 및 파라미터 변동이 있다.
5. 회전체 특유의 편중심에 의한 불균형 진동이나 축의 초기굽힘 등의 런아웃이 있고 더욱이 일반적으로 큰 부하력이 작용한다.
6. 상술한 대로 센서 출력은 변위뿐이며 이른바 상태 피드백은 실현하기 어렵다.
7. 고차 탄성 모드가 될수록 진동 모드의 절이 센서나 엑추에이터의 위치에 가까워져 가 제어성, 가 관측성이 열화 된다.
8. 센서와 엑추에이터를 같은 위치로 하는 것이 일반적으로 쉽지 않다. 최악의 경우 비최소 위상계가 되는 일도 있다.
9. 디지털 제어의 시대를 맞이하여 아날로그 PID 보상기를 단순히 쌍 1 차 변환하여 실장하면 성능이 반드시 좋지 않다. 이 때문에 디지털 제어와 어울리는 설계법이 요망된다.

이들은 모두 로버스트 제어이론이 아니면 불가능한 것은 아니지만 불확실성, 파라미터 변동, 외란 및 주파수 성형이라고 하는 중요한 키워드에 관해서는 로버스트 제어를 가장 기대할 수 있다. 로버스트 제어이론은 H∞ 제어이론이나 μ-synthesis 이론과 같은 선형 로버스트 제어 이론과 슬라이딩 모드 제어 이론과 같은 비 선형 로버스트 제어이론으로 나눌 수가 있다. 선형 로버스트 제어이론은 주파수 성형에 뛰어나며 광대역 보상기가 희망하는 게인 특성을 위상 특성에 배려하지 않고 비교적 쉽게 실현할 수 있다. 한편 슬라이딩 모드 제어는 제어입력이 가변구조도 되어 변환하기 때문에 비선형계가 되어 주파수 성형이론은 선형계와 같이 간단하지는

않다. 그러나 슬라이딩 모드 제어의 하이 게인 구조는 불확실성이나 파라미터 변동 및 외란에 대해 뛰어난 로버스트성을 발휘하기 때문에 로버스트 제어이론으로서 아주 유력시 되고 있다.

본 연구에서는 강건제어(robust control) 기법의 일종인 H∞를 활용하였다. G . Zames 에 의해 발전된 H∞는 모델링 오차, 외란, 파라미터 변동에 의해 발생되는 플랜트의 불확실성에 대해 주파수 하중 함수를 첨가해서 루프를 형성한 후에 제어기를 설계하는 방법이다. H∞제어에서 응답특성의 개선 효과를 PID 제어와의 비교를 통한 시뮬레이션으로 검증하였다.

2. 시스템 구성과 운동 방정식

2.1 변위강성과 전류강성

자기베어링은 Fig. 1 과 같이 상, 하의 전자석이 한 쌍, 좌, 우의 전자석이 한 쌍을 이룬다. 그러므로 x 와 y 에 대한 전자기력 방정식이 필요하다. 전자석과 디스크에 작용하는 힘은 인력이므로 전자석과 디스크에 작용하는 힘은 식 (1)로 표현된다.

$$F_q = \alpha_g (F_l + F_r) = \alpha_g \frac{\mu_g}{c^2}(A_l N_l^2 i_l^2 - A_r N_r^2 i_r^2) \qquad (1)$$

회전체 중심축에 대한 미소변위와 힘의 관계인 변위강성(K_q : position stiffness)과 전류의 미소 변화에 따른 힘의 변화인 전류강성(K_{iq} : current stiffness)은 각각 식 (2), (3)과 같다.

$$K_q = -\frac{\Delta F}{\Delta q} = -\frac{\alpha_g \mu_g}{c^3}(A_l N_l^2 i_{ls}^2 + A_r N_r^2 i_{rs}^2) \qquad (2)$$

$$K_{iq} = -\frac{\Delta F}{\Delta i} = -\frac{\alpha_g \mu_g}{c^2}(A_l N_l^2 i_{lc} + A_r N_r^2 i_{rc}) \qquad (3)$$

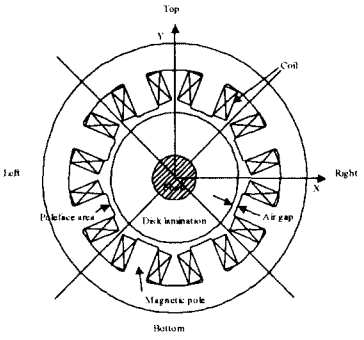

Fig. 1 Schematic of magnetic bearing

2.2 구동 앰프

구동 앰프는 코일에 전류를 공급하는 역할을 하며 제작의 편리함을 위하여 Power Operational Amplifier 를 사용하였다. 앰프는 전압을 입력으로 하고 출력을 전류로 하는 VCCS(voltage controlled current sources)형으로 구성하였다. 이러한 유형의

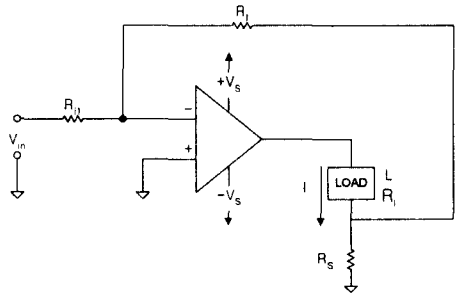

Fig. 2 Basic circuit of amplifier

앰프를 사용함으로써 코일의 인덕턴스로 인한 위상지연(phase lag)을 감소시키고 귀환 경로의 안정성을 쉽게 향상 시킬 수 있다. 앰프의 기본 회로를 Fig. 2 와 같이 구성하였다.

2.3 시스템 운동 방정식

회전체를 강체로 가정하고, 비감쇄 2 자유도 시스템으로 모델링하였다. 수직과 수평 방향에 대해 서로 독립된 시스템(decoupled system)이라고 가정하고, 선형화된 전류와 전자기력, 변위와 전자기력의 관계를 이용하여 2 자유도 시스템에 대한 식 (4) 와 같은 선형 미분방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_q \mathbf{q} = \mathbf{K}_{iq} \mathbf{i}_q \qquad (4)$$

식 (4)를 전류에 대한 변위의 전달함수 형태로 표현하면 식 (5)와 같다.

$$\frac{Q(s)}{I_q(s)} = \frac{K_{iq}}{ms^2 - K_q} \qquad (5)$$

디지털 제어기, Power Amplifier, 자기베어링 등은 주파수에 따라 그 특성을 달리한다. 이러한 요소들의 동적 특성은 실험을 통해 복소수 전달함수로 나타낼 수 있으며, curve fitting 을 통해 식 (6) 과같이 표현된다.

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{a_0 + a_1 s}{1 + b_1 s + b_2 s^2} \qquad (6)$$

3. 제어기 설계

3.1 배경

현대 제어에서 제어기 K 는 공칭 플랜트를 기준으로 설계되었으나 실제로 공칭 플랜트 모델은 실제 플랜트와 항상 같을 수 없었다. 따라서 플랜트의 불확실성은 제어기가 실제 응용되어 사용되었을 때 제대로 작동하지 않을 주요 이유 중에 하나이다. 이와 같은 상황에서 안정도강인성 및 성능강인성의 보장은 상당히 중요문제로 대두되었으며 주어진 플랜트의 불확실성하에서 이러한 강인성들이 보장되는 제어 이론들 중 H_∞ 제어이론이 많이 연구되고 있다.

3.2 설계

3.2.1 혼합 감도 문제

H∞ 제어 이론은 페루프 전달 함수의 무한대 놈을 평가하고, 이것을 어느 일정치 이하로 억제하는 보상기를 구하는 설계 이론이다. 제어기 설계의 기본은 시스템에서의 감도를 작게 하면서 동시에 강인한 안정성을 만족하는 것이다. 또한 강인한 안정성을 만족하는 것은 제어 대상의 모델링 오차에 대해서 안정성을 유지하도록 하는 것이다. 이를 위해서는 감도함수의 게인과 상보감도함수의 게인 모두를 작게 하여야 한다. 그러나 서로가 S(s)+T(s)=I 이라는 관계가 있으므로 두 사양 모두를 만족할 수 없다. 다행이, 주파수 영역에서 살펴보면, 기준 입력과 플랜트의 출력측으로 반영된 외란은 저주파수 영역에서 에너지를 가지고 있고, 센서 잡음이나 모델의 불확실성은 고주파에서 에너지를 가지고 있으므로, 감도함수와 상보 감도함수의 값을 적절하게 절충하여 만족스러운 제어 시스템을 설계할 수 있다. 이를 위한 한가지 구체적인 설계 방법은 적당한 하중함수 $W_1(s)$, $W_3(s)$ 를 선택하여 식 (7)을 만족하는 제어기 K(s)를 구하는 것으로 이를 혼합감도 문제라 한다. 혼합감도의 문제의 해를 구하는 것은 Glover 와 Doyle 에 의해 제안 되었다.[2),3)]

$$\left\| \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\| < 1 \qquad (7)$$

3.2.2 주파수 가중치 함수의 선택

본, 절에서는 설계 사양을 설정하고 3.1.1 절에서 설명한 혼합감도 문제를 이용하여 아래의 설계 사양을 만족하는 제어기를 설계한다.

설계 사양 :

1) 수학적 모델링 오차에 대한 로버스트 안정성
2) 스텝입력과 임펄스 입력에 대한 추종성
3) 고속 회전하는 회전체를 효과적으로 제어하기 위해 상승시간과 정정시간이 빠르도록

$$t_r < 1.90 \times 10^{-3}$$
$$t_s < 3.24 \times 10^{-2}$$

위 사양을 만족하기 위해 감도함수 S(s)에 대한 주파수 가중치 함수 $W_1(s)$ 은 저주파수에서 게인은 크고 고 주파수에서 게인이 작도록 식 (8)과 같이 설계 하였다.

$$W_1(s) = \frac{1.86*(0.0001s+1)^3}{(0.0003s+1)(0.000333s+1)} \qquad (8)$$

다음으로 상보 감도 함수 T(s)에 대한 주파수 가중치 하중 $W_3(s)$ 는 제어 대상의 파라미터 변동에 대한 모델링 불확실성을 공칭 플랜트에 대한 곱셈형 섭동으로 생각하고, $\overline{\sigma}\{\Delta(jw)\} \le |W_3(jw)|$ 가 만족하도록 모델링 불확실성에 대한 주파수 응답을 표시하는 Fig3 으로 식 (9)와 같이 선정하였다.

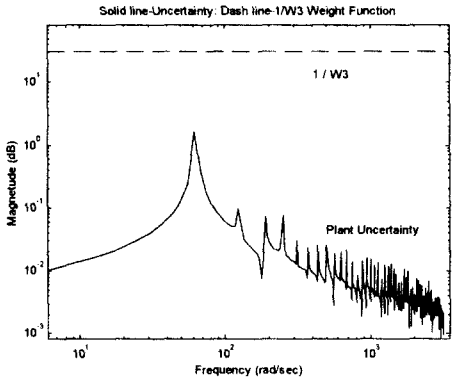

Fig.3 Bode Plot of Uncertainty and Weigh function

$$W_3(s) = \frac{(0.000005s+1)(0.00001s+1)^2}{35} \qquad (9)$$

이러한 주파수 하중에 대해 식 (7)를 만족하는 제어기 K(s)는 Glover 와 Doyle 가 제안하는 알고리즘을 사용하여 구하였다. 계산한 결과, 제어기는 식 (10)과 같다.

$$K(s) = \frac{K_{num}}{K_{den}} \qquad (10)$$

$$K_{num} = 4.101e009S^7 + 1.147e014S^6 + 1.518e018S^5 + 1.094e022S + 4.937e025S^3 + 1.378e029S^2 + 2.346e032S + 1.68e035$$

$$K_{den} = S^7 + 1.004e005S^6 + 3.442e010S^5 + 9.6e014S^4 + 1.044e019S^3 + 5.557e022S^2 + 1.616e026S + 1.751e029$$

4. 시뮬레이션

3.2.2 절에서 구한 제어기로 제어계를 구성한 경우의 응답이 설계사양을 만족하는가를 검증하기 위해 응답 시뮬레이션을 행하였다. 아래 그림들은 정상상태에서 시스템에 스텝입력과 임펄스 입력을 가한 경우 대해 PID 제어와 H∞제어에 의해 수행되어진 결과를 비교하였다.

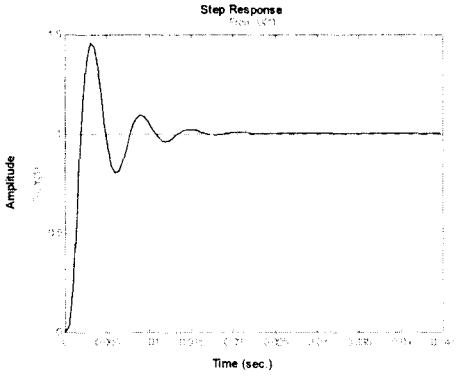

Fig 4. Step Response using PID Controller

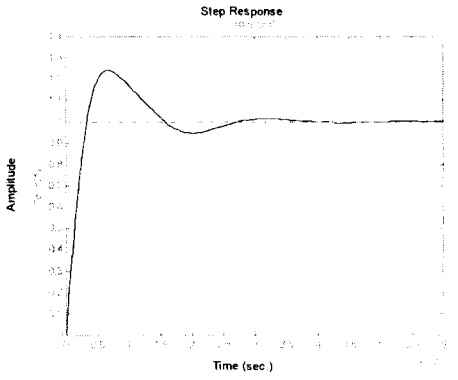

Fig 5.Step Response using H infinity Controller

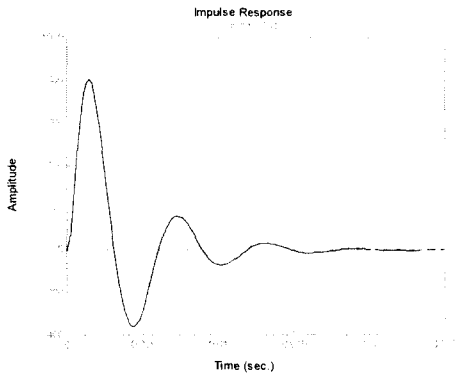

Fig 6. Impulse Response using PID Controller

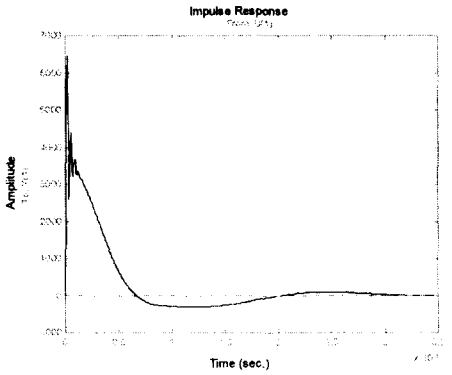

Fig 7.Impulse Response using H infinity Controller

Fig 4 의 상승시간은 2ms 이고 정정시간은 7ms 이며 Fig 5 의 상승시간은 0.36ms 이고 정정시간은 1.24ms 이므로 반응이 더욱 신속히 일어남을 알 수 있었다. 그리고 스텝입력에 대해서 오버슈트도 약 45%에서 약 24%정도로 낮춤으로서 시스템의 급격한 변동을 방지함을 알게 되었다. Fig 6 과 Fig 7 은 임펄스 입력이 가해진 후에 후자는 약 0.0035 sec 에 정상상태로 돌아오며 전자는 0.02 sec 만에 정상상태로 돌아옴을 알 수 있었다.

5. 결론

본 논문은 자기베어링의 H infinity 제어기법을 도입함으로 시뮬레이션을 하였다. 정정시간과 상승시간이 우수하게 나타나고 있음을 알 수 있다.

참고문헌

1. 美多: H_∞ 制御 , 昭晃堂(1994)
2. F. Matsumura, M. Fujita and K. Hatake, "Loop Shaping Based H_∞ robust of a Horizontal Shaft Magnetic bearing.", Trans of IEE. Japan, Vol.112-D, pp.1200~1206, December 1992.
3. J.C. Doyle, k. Glover, P. Khargonekar and B. Francis , "State Space Solution to Standard H_2 and H_∞ Control Problem", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp 831~847. 1989.
4. Run-De Qi, " H_∞ control Approach to a Magnetic Levitation System with Two Poles on jw-Axis" , KACC, 1993.
5. 이관열, "Quantitative Feedback Theory 를 이용한 능동 자기 베어링 제어", 전남대학교 석사 학위논문, 2000.