

새로운 윤곽 오차 모델을 이용한 상호 결합 제어

이명훈*, 손희수*(경북대 대학원 기계공학과), 양승한** (경북대 기계공학과)

Cross-coupled Control with a New Contour Error Model

M. H. Lee, H. S. Son(Graduate School., KNU), S. Yang(Mechanical Eng. Dept., KNU)

ABSTRACT

The higher precision in manufacturing field is demanded, the more accurate servo controller is needed. To achieve the high precision, Koren proposed the cross-coupled control (CCC) method. The objective of the CCC is reducing the contour error rather than decreasing the individual axial error. The performance of CCC depends on the contour error model. In this paper we propose a new contour error model which utilizes contour error vector based on parametric curve interpolator. The experimental results show that the new CCC is more accurate than the variable-gain CCC during free-form curve motion.

Key Words : CCC(상호 결합 제어), Contour Error(윤곽 오차), Tracking Error(추종 오차), Curve Interpolator(곡선 보간기), Parametric Curve(매개변수 곡선)

1. 서론

생산 분야에서 보다 정밀한 가공에 대한 요구가 커짐에 따라 더 정밀한 서보 제어기(servo controller)에 대한 필요성이 증대되고 있다.

가공 정밀도에 영향을 미치는 윤곽 오차의 원인은 각 축의 개루프 게인(open loop gain)의 차이와 각 축의 외란이나 대칭적이지 못한 부하, 그리고 윤곽의 비선형성이다. 이러한 오차들은 드라이브 시스템과 제어기 자체의 특성에 기인하며 서보 제어 알고리즘을 통해서 제거되거나 줄일 수 있다⁽¹⁾.

종래의 방법들은 추적오차를 줄임으로써 윤곽 오차를 줄이려 했다. 각 축의 동적 응답특성을 향상시키는 방법으로 앞먹임 제어기(feed forward controller)를 이용한 방법들이 있다. Tomizuka는 zero phase error tracking controller(ZPETC)를 제안했고⁽⁵⁾ Weck은 inverse compensation filter(IKF)를 제안했다⁽⁶⁾. 하지만 이러한 방법들은 추적 오차를 제거하기 위해 각 축의 정확한 동적 거동을 파악해야 한다. 그러나 드라이브 시스템의 동적 거동은 비선형성을 포함하고 시간에 따라서도 변하기 때문에 실제 시스템과 수학적 모델은 차이가 난다. 또한 비선형의 윤곽에서는 추종 오차를 줄이는 것이 반드시 윤곽 오차를 감소시키는 것이 아니다. Koren은 상호 결

합 제어(cross-coupled control)를 처음으로 제안했다⁽⁴⁾. 이 방법의 제어 목적은 추종 오차를 줄이는 것보다는 윤곽 오차를 직접 감소시키는 것이다. 상호 결합 제어는 윤곽 오차 모델(contour error model)과 제어 법칙(control law)의 두 가지 중요한 부분으로 이루어져 있다. 기존의 제안된 윤곽 오차 모델 중에서 비교적 정교한 방법인 Koren과 Lo의 모델은 원하는 궤적의 순간 기준점에서의 근접원의 반지름과 그 순간 공구의 위치로 윤곽 오차를 근사했다⁽²⁾. Koren과 Lo의 모델은 원호가공의 경우에 정확한 윤곽 오차를 계산할 수 있지만 비선형 곡선의 경우 특히 곡률이 큰 경우에 대해서는 윤곽 오차를 정확히 계산할 수 없다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 새로운 윤곽 오차 모델과 그에 따른 상호 결합 제어 알고리즘을 제안하고자 한다. 새로운 윤곽 오차 모델은 윤곽 오차 정의에 따른 벡터(vector)를 생성하여 윤곽 오차를 계산하기 때문에 더 정확하다. 제안된 윤곽 오차 모델과 상호 결합 제어기를 이용할 경우 CNC의 곡선 보간기로부터 생성된 비선형 곡선에 대해 보다 정확한 가공을 할 수 있다. 제안된 윤곽 오차 모델과 상호 결합 제어기를 자유 곡선에 대한 CNC 두 축의 실험을 통해 기존의 모델과 비교했다.

2. 기준의 상호 결합 제어기

윤곽오차는 원하는 궤적(Desired trajectory)에 직교(orthogonal)하는 오차 요소로 정의한다. 이 윤곽오차를 매 샘플링 시간마다 측정하기는 매우 어렵기 때문에 Koren은 원이 아닌 비선형 곡선의 윤곽오차는 위의 그림과 같이 매 샘플링 시간마다 기준점에서의 근접원의 반지름과 그 시점의 공구 위치로 근사하여 계산한다. 가변 계인 상호 결합 제어기(variable-gain cross-coupling controller)의 윤곽오차 모델은 Fig. 1과 같다.

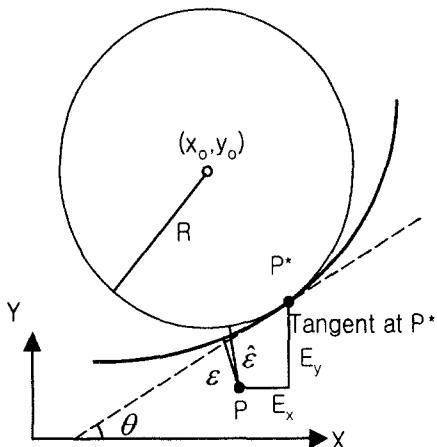


Fig. 1 Koren & Lo's contour error model

위의 그림에서 P^* 는 기준점, P 는 실제 공구 위치, E_x 와 E_y 는 축 방향의 추종 오차, (x_o, y_o) 는 기준점 P^* 에서 원하는 궤적에 접하는 원의 중심, R 은 그 원의 반지름, ϵ 는 윤곽 오차, $\hat{\epsilon}$ 는 근사 윤곽오차, 그리고 θ 는 기준점 P^* 에서의 접선이 X 축과 이루는 각이다.

기하학적 관계에 의해 근사 윤곽 오차를 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{\epsilon} = \sqrt{(P_x - x_o)^2 + (P_y - y_o)^2} - R \quad (1)$$

실제 공구 위치 (P_x, P_y)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$P_x = R \sin \theta + x_o - E_x \quad (2)$$

$$P_y = -R \cos \theta + y_o - E_y \quad (3)$$

식(1)에 식(2)와 식(3)을 대입하면 다음과 같다.

$$\hat{\epsilon} = \sqrt{(R \sin \theta - E_x)^2 + (R \cos \theta + E_y)^2} - R \quad (4)$$

식(4)의 R 을 좌변으로 이항하고 두 변을 제곱하고 고차항을 생략하면 다음과 같다.

$$\hat{\epsilon} = -E_x (\sin \theta - \frac{1}{2R}) + E_y (\cos \theta + \frac{1}{2R}) \quad (5)$$

$$\hat{\epsilon} = -C_x E_x + C_y E_y \quad (6)$$

C_x, C_y 는 상호 결합 계인이다.

가변 계인 상호 결합 제어기(variable-gain cross-coupling controller)의 구조는 Fig. 2와 같다.

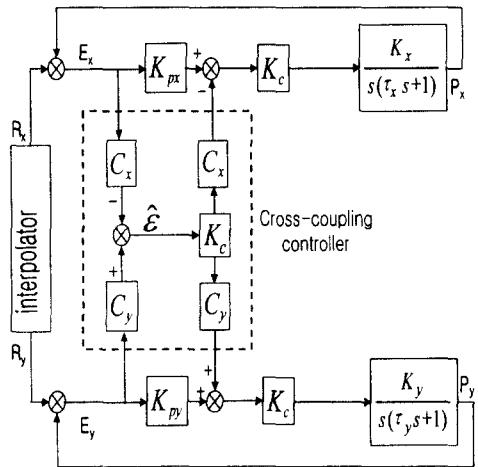


Fig. 2 The variable-gain cross-coupling controller

3. 새로운 상호 결합 제어기

최근 컴퓨터의 발달로 곡선 보간기를 채택하는 CNC가 늘어나는 추세이다. 이런 흐름에 보조를 맞추어 새로운 윤곽 오차 모델은 매개 변수 곡선 보간기에 기반을 두고 있다. 원하는 자유곡선의 데이터는 각 좌표의 값 대신 자유곡선 $P(u)$ 의 매개변수식으로 식(7)과 같이 표현된다.

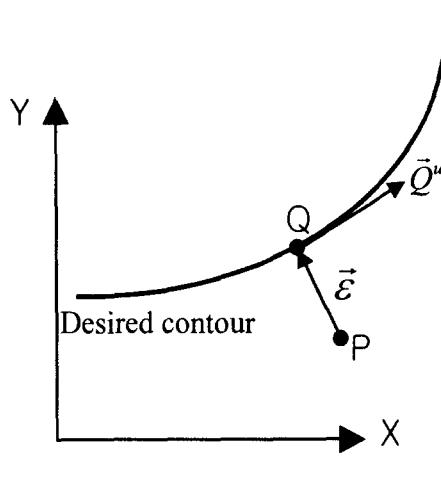
$$P(u) = x(u)\vec{i} + y(u)\vec{j} \quad (7)$$

$$(0 \leq u \leq 1)$$

u 는 각 샘플링 시간(T)마다 계산되어 각 축의 서보 시스템의 입력이 된다. 본 논문에서는 u 를 일정한 이송속도(V)를 가지도록 하여 구하였다⁽³⁾.

$$u_{k+1} = u_k + \frac{VT}{\left(\left(\frac{dx(u)}{du} \right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (8)$$

식(8)에서 u_k 는 k 번째 샘플링 시간의 u 의 값이다.
새로운 윤곽 오차 모델은 Fig. 3 과 같다.



$\vec{\epsilon}$: contour error vector

\vec{Q}^u : differentiation of parametric curve about u

Fig. 3 The new contour error model

새로운 윤곽 오차 모델은 윤곽 오차 정의에 가장 충실한 모델이다. 다른 어떠한 근사 방법도 사용하지 않고 윤곽 오차를 윤곽 오차 벡터로 정의한다. 위의 그림에서 P 는 실제 공구 위치이고 Q 는 P 에서 채적에 수선을 그렸을 때 원하는 채적과 수선이 만나는 점이다. 윤곽 오차 벡터와 그 크기는 식(9)과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon} &= \vec{Q} - \vec{P} \\ \epsilon &= \sqrt{(Q_x - P_x)^2 + (Q_y - P_y)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

P 의 좌표는 엔코더를 통해 알 수 있다. Q 의 좌표만 알면 윤곽 오차를 계산할 수 있다. Q 의 좌표는 매 샘플링 시간마다 u 를 구하면 알 수 있다. u 는 벡터들의 기하학적 관계에서 구할 수 있다.

$$\vec{\epsilon} \cdot \vec{Q}^u = 0 \quad (10)$$

식(10)에 식(9)를 대입하면 다음과 같다.

$$(\vec{Q} - \vec{P}) \cdot \vec{Q}^u = 0 \quad (11)$$

식(11)은 u 에 대한 다항식이 되고 그 해를 찾으면 윤곽 오차를 계산할 수 있다. 본 연구에서는 이분법(bisection method)을 이용해서 수치해를 찾았다. 샘플링 시간 안에 해를 찾아야 하기 때문에 초기값의 설정을 적절하게 해주어야 한다.

새로운 윤곽 오차 모델을 이용하여 상호 결합 제어기를 Fig. 4 와 같이 재구성할 수 있다.

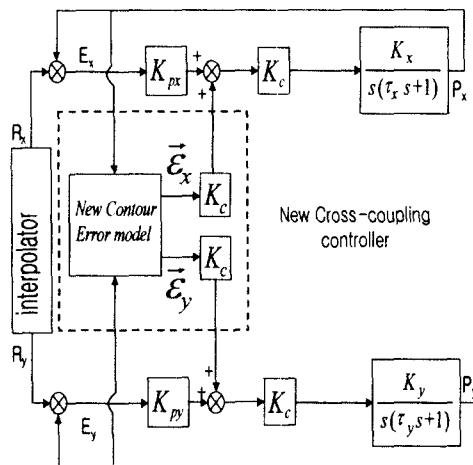


Fig. 4 The new cross-coupling controller

4. 실험 결과

실험장치는 PC, DAC, Counter, AC 서보 드라이브 AC 모터, 그리고 2 축 LM 가이드로 구성하였다. 아래의 표는 실제 시스템의 특성치이다.

Table 1 Experimental system

	PC	DAC	Counter	Encoder
Spec.	Pentium 133	10V 12bit	32bit	10000 pulse/rev

상호 결합 제어기의 제어방법으로는 P 제어기, PI, 또는 PID 등 다양한 제어기를 이용할 수 있지만 본 연구에서는 새로운 윤곽 오차 모델을 비교하기 위해 P 제어기만 사용했다. Fig. 5 는 베지어 곡선이고 제어점 (control point)은 $(0,0), (5, 100), (10, -80),$ 그리고 $(20, 40)$ 으로 했다. 이 때의 매개변수식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= 5u^3 + 15u \\ y &= 580u^3 - 840u^2 + 300u \end{aligned} \quad (12)$$

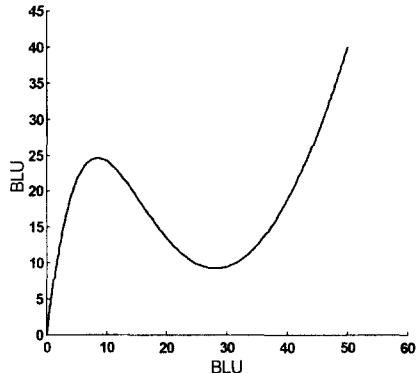


Fig. 5 The desired contour

Fig. 5 의 원하는 궤적에 대해 기존의 상호 결합 제어와 제안하는 상호 결합 제어를 비교했다.

이 때 이송속도(feedrate)와 샘플링 시간은 $V=2.4[\text{m}/\text{min}]$ 이며 곡선 보간기를 통해 총 283 개의 기준점을 생성했다. 윤곽오차는 BLU로 나타냈으며 실험에 사용된 시스템의 경우 1 BLU는 $1\mu\text{m}$ 이다. 제안하는 상호 결합 제어기에서는 샘플링 시간 안에 윤곽오차를 찾아서 제어 루프를 수행해야 하기 때문에 u 를 구하기 위한 초기값과 허용오차를 알맞게 설정해야 한다. 본 연구에서는 초기값을 샘플링 시간 T_{i-2} 일 때의 파라미터 u_{i-2} 로 했고 허용오차는 $10e-6$ 으로 했다.

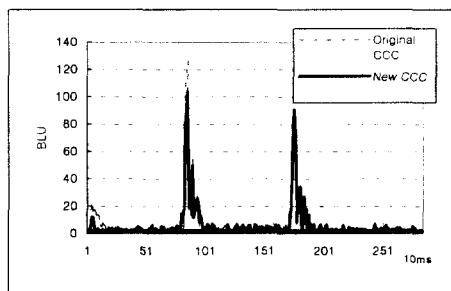


Fig. 6 Comparison of contour error of original CCC and new CCC

Koren 과 Lo 의 모델로 구한 윤곽 오차의 경우 실제로는 양과 음의 값을 모두 가지지만 제안한 모델은 벡터의 크기이므로 양의 값만 가진다. 따라서 둘을 비교하기 위해서 기존의 모델로 구한 윤곽 오차에 절대값을 취했다.

Table 2 Experimental result [BLU]

	Mean	Max
New CCC	6.404	109
Original CCC	5.970	128

각 모델 별로 상호 결합 제어를 수행한 결과 윤곽 오차는 Fig. 6 과 같고 그 때의 평균과 최대값은 Table 2에 나타내었다. Koren 과 Lo의 가변 계인 상호 결합 제어기는 6.404 [BLU], 제안하는 상호 결합 제어기는 5.970 [BLU]의 평균 윤곽 오차가 생겼고 최대값은 각각 109 [BLU]와 128 [BLU]의 윤곽 오차가 생겼다. 즉, 제안된 상호 결합 제어기를 이용하여 기존의 제어기보다 더 나은 성능을 보였다.

5. 결론

기존의 방법과 달리 윤곽 오차를 정확하게 계산할 수 있는 윤곽 오차 모델을 제안하였고 그에 따른 상호 결합 제어기도 재구성하였다. 기존의 윤곽오차 모델은 추종 오차를 이용하여 간접적으로 윤곽오차를 극복해서 계산하지만 제안한 모델은 윤곽오차 자체를 벡터로 만들어 계산하기 때문에 매우 정확한 윤곽 오차 모델이다. 기존의 상호 결합 제어기와 비교하여 곡률이 작은 부분의 경우 성능이 향상됨을 실험을 통하여 보였다. 또, 제안된 모델은 식(9)에 z 축의 정보만 넣어주면 바로 3 차원 윤곽오차를 구할 수 있다. 최근 매개변수 곡선 보간기를 이용하는 CNC 가 증가하는 시점에서 제안한 모델을 이용하면 성능이 향상된 상호 결합 제어를 할 수 있다.

참고문헌

1. Koren, Y., and Lo, C. C., "Advanced Controllers for Feed Drivers," Annals of CIRP, Vol. 41, No. 2, pp. 689~698, 1992.
2. Koren, Y., and Lo, C. C., "Variable-Gain Cross-Coupling controllers for Contouring," Annals of CIRP, Vol. 40, No. 1, pp. 371~374, 1991.
3. M. Shpitalni, Koren, Y. and C. C. Lo., "Real-time Curve Interpolators", Computer -Aided Design, Vol. 26, No. 11, pp. 832~838, 1994.
4. Koren, Y., "Cross-coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing Systems, ASME Transaction, Journal of Dynamic systems, Measurement and Control. Vol. 201, December, pp.265~272, 1980.
5. Tomizuka, M., "Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 109, pp. 65~68, 1987.
6. Weck, M and Ye, G, "Sharp Corner Tracking Using the IKF Control Strategy," Annals of CIRP, Vol. 39,