

# SEA 에 기초를 둔 손실계수를 이용한 결합계수의 평가

안병하\*(LG 전자), 황선웅\*\* (LG 전자), 김영중\*(LG 전자)

Coupling loss factor evaluation using loss factor based on the SEA

B.H.Ahn(DARL, LG Elec.), S.W.Hwang(A.Comp.Biz. Dept., LG Elec.)Y.J.Kim (DARL LG Elec.)

## ABSTRACT

The overall aim of this paper is to determine coupling loss factor using loss factor and structural loss factor. For this purpose, two kinds of loss factor were adopted. One is loss factor of each sub structure, another is structural loss factor based on the complex welded or assembled structure. Using these two parameters, it is possible to derive the coupling loss factor which represent characteristic condition of SEA theory. Coupling loss factor of conjunction in complex structure was expressed as power balance equation. The derived equation for a coupling loss factor has been simplified on the assumption of one directional power flow between two sub structures. Using these conditions, it is possible to find the coupling loss factor equation. The comparison between theory of power transmission on conjunction and above equation, show a good agreement in simple beam structure. To check the effectiveness of above equation, it was adopted rotary compressor. Rotary compressor has three main conjunctions between shell and internal vibration part. This equation was applied to find out the optimum welding point with respect to reduce the noise propagation. It shows the effective tool to evaluate the coupling loss factor in complex structure.

**Key Words :** Coupling Loss Factor(결합손실계수), Loss Factor(손실계수), SEA(통계적에너지해석법), Conjunction(접합부), Modal density(모달밀도), Structural Loss Factor(구조손실계수), Power Balance Equation(에너지 평형방정식), Reverberation Time (잔향시간)

### 1. 서론

두개의 부재가 서로 결합되어 있을 때, 이 결합부를 통한 진동 및 소음 전달을 해석하고 이를 예측하는 것은 매우 중요하다. 이러한 목적으로 SEA(Statistical Energy Analysis)해석법은, 여러 분리된 구조물이 결합되어 있는 복잡한 형태의 구조물에서 진동이나 소음의 에너지의 분포를 추정하는데 결합부의 특성, 부재의 손실계수, 부재의 방사 전달 특성 그리고 모달 밀도를 이용하여 예측할 수 있다. 이러한 계산에서 가장 중요한 계수가 손실계수와 결합손실계수라 할 수 있다.

결합손실계수에 대한 해석적 모델을 세우고, 예측하는 것은 여러 논문<sup>(1)(2)(3)</sup>이 빔이나 플레이트등을 이용하여 발표되고 있고 되었다. 그러나 실험적인 방법에 있어서는 간단한 부재나 비교적 큰 규모의 구조물이나 접합부가 측정하기 쉬운 상태로

을 경우에는 측정이 용이하지만, 부재를 가진거나 측정을 위한 많은 센서를 놓을 위치도 없는 구조물도 매우 많다. 이러한 경우에 좀 더 간단히 결합손실을 측정할 수 있는 Tool 의 개발이 필요하다.

구조물이 2 개 이상의 부재로 형성되어 있는 경우, 손실계수를 평가한다면 부재 자신의 손실계수도 구조물로 구성된 상태에서 측정될 수 있는 구조손실계수로 구성되어 있다.<sup>(4)</sup>

구조손실계수에 대해서 살펴보면 한 개의 부재에 대해서 결합되어 있는 부재들로 전달되는 결합손실계수들의 합이 부재의 손실계수에 합해져서 나오는 것을 알 수 있다. 따라서 이러한 관계를 이용하여 구조손실계수에서 결합계수를 구할 수 있는 방법에 대해서 이 논문은 이론적으로 파워 밸런싱식을 이용하여 제시하고, 이 방법에 따른 실험결과와 이론적으로 구한 결합 손실계수의 결과를 함께 비교하여 수식의 타당성을 검증하였고, 이 결과를

공조용 압축기에 적용하여 유용성을 검증하였다.

## 2. Theoretical Analysis

### 2.1 결합 손실계수의 이론적 해석

가장 간단하게 일반적인 구조물에서 가장 많은 접합 형태로서 가지고 있는 “L, T”형 등의 접합 조건을 가정하여 반 무한대의 Bernoulli-Euler 빔으로 모델링하고, 빔 부재 1로부터 임의의 각도로 연결된 부재 2로 연결된 부재로 전달되는 진동파를 수식으로 나타내면, 부재 1과 부재 2에 있어서

$$B_1(x_1) = F_1 \exp(-jK_f x_1) + F_{-1} \exp(jK_f x_1) + F_{n1} \exp(K_f x_1)$$

$$U_1(x_1) = L_1 \exp(-jK_f x_1) + L_{-1} \exp(jK_f x_1)$$

$$R_1(x_1) = T_1 \exp(-jK_f x_1) + T_{-1} \exp(jK_f x_1)$$

$$B_2(x_2) = F_2 \exp(-jK_f x_2) + F_{-2} \exp(jK_f x_2)$$

$$U_2(x_2) = L_2 \exp(-jK_f x_2)$$

$$R_2(x_2) = T_2 \exp(-jK_f x_2)$$

식(1)

와 같이 표현 된다.

식(1)에서 첨자 1과 2는 연결된 부재 1과 2를 나타내고,  $B_1(x_1)$ 과  $B_2(x_2)$ 는 부재 1,2에서의 Bending wave를 나타내고  $U_1(x_1)$ 과  $U_2(x_2)$ 는 부재 1,2에서의 Longitudinal wave를 그리고 R은 Torsional wave를 나타낸다. 그리고, 첨자 1과 -1은 진행파와 반사파를 나타내고, 첨자 n은 근접파, k는 wave number를 나타낸다. 그리고  $F_1, F_{-1}, F_n$ 는 Bending wave의 진행파, 반사파 그리고 근접파의 진폭을 나타내고,  $L_1, L_{-1}$ 은 Logitudinal wave에 있어서 진행파, 반사파의 진폭을 그리고  $T_1, T_{-1}$ 는 Torsional wave 진행파, 반사파의 진폭을 나타낸다.

식(1)에서 나타난 부재 1,2에서의 수식을 접합부에서의 경계조건을 이용하여 연결할 수 있는데, 접합부에서의 경계조건 중에서, 힘의 평형조건으로부터 3개의 경계조건을 구할 수 있고, 접합부에서의 Moment의 평형조건에서 3개의 경계조건이, 변위의 연속으로부터 3개의 경계조건이 그리고 기울기의 연속 조건으로부터 2개의 경계조건이 나오므로 상기의 11개의 미지수를 배열을 이용하여 임의의 각도를 넣어서 각도별로 진폭의 변화를 전부 구할 수가 있다.

이 미지수들이 구해지면 각 부재에 있어서 임의의 연결각도에서의 Wave equation이 구해지고 각각의 파의 Power를 구해서 부재 1에서 부재 2로의 Power transmission을 구할 수 있는데, 식(2)는 Bending wave의 Power transmission ratio을 나타낸 것이며 여기서 구한 값으로 결합 손실 계수를 구할 수 있다. (3)

$$\tau_{f_1, f_2} = \frac{E_2 I_{z2} K_{f_2}^3 |F_2|^2}{E_1 I_{z1} K_{f_1}^3 |F_1|^2} \quad \text{식(2)}$$

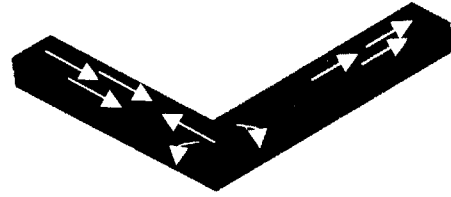


Fig.1 modelling of conjunction

### 2.2 구조손실계수와 결합손실과의 관계

일반적으로 SEA에서 사용되는 Power Balance Equation은 식(3)과 같다.

$$P_i = \omega \cdot E_i (\eta_i + \sum_{j=1}^n \eta_{ij}) - \omega \sum_{j=1, j \neq i}^n E_j \eta_j \quad \text{식(3)}$$

식(3)에서의 P는 부재에 가해지는 가진력을 나타내고, 가해진 가진력 P에 의해서 발생하는 E는 부재 I에서의 에너지를 나타내고,  $\eta_i$ 는 I번째 부재의 내부손실계수를,  $\omega$ 는 각속도를,  $\eta_{ij}$ 는 I번째 부재에서 j번째 부재로 전달되는 결합손실계수를 나타낸다.

N개의 부재 중에서 1개의 부재에 가진을 한다고 한다면 식(3)은 식(4)와 같은 배열로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} (\eta_1 + \sum_{j=1, j \neq 1}^n \eta_{1j}) \cdot n_1 & -\eta_{12} \cdot n_1 & \cdots & -\eta_{1n} \cdot n_1 \\ -\eta_{21} \cdot n_2 & (\eta_2 + \sum_{j=1, j \neq 2}^n \eta_{2j}) \cdot n_2 & \cdots & -\eta_{2n} \cdot n_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{n1} \cdot n_n & -\eta_{n2} \cdot n_n & \cdots & (\eta_n + \sum_{j=1, j \neq n}^n \eta_{nj}) \cdot n_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1/n_1 \\ E_2/n_2 \\ \vdots \\ E_n/n_n \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{식(4)}$$

식(4)의 배열의 왼쪽 대각선 항을 살펴보면, 내부 손실계수와 결합손실계수의 합으로 표시되어 있으며, 대각선을 제외한 항을 살펴보면 다른 부재로부터 전달되어 오는 에너지를 나타내는 항으로 표시되어 있다. 따라서 가진력이 가해지는 부재를 중심으로 그 주위의 진동전달이나 소음 전달 상황을 파악하려고 한다면, 힘이 가해지는 부재를 중심으로 한 힘의 평형방정식과 그의 부재에 관계된 수식으로 분리하는 것이 가능하다.

$$P_1 = \omega(\phi_{11}E_1 - \phi_{11}E_2 - \phi_{13}E_3 - \dots - \phi_{1n}E_n) \quad \text{식(5)}$$

$$\begin{pmatrix} \phi_{22} & -\phi_{23} & \dots & -\phi_{2n} \\ -\phi_{32} & \phi_{33} & \dots & -\phi_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\phi_{n2} & -\phi_{n3} & \dots & \phi_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2/E_1 \\ E_3/E_1 \\ \vdots \\ E_n/E_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{31} \\ \vdots \\ \phi_{n1} \end{pmatrix} \quad \text{식(6)}$$

식(4)는 식(5)와 식(6)으로 분리 될 수 있는데, 식(4)에서 식(7)과 같이 변수를 대체한다면, 식(5)와 식(6)이 성립한다. 식(6)은 식(4)에서 부재 1 을 제외한 부분에서의 부재 상호간의 Power Balance equation 을 표시한 것이다.

$$\phi_{ij} = \eta_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \eta_{ij} \quad \text{식(7-1)}$$

$$\phi_{ij} = n_{ij} \eta_{ij} \quad \text{식(7-2)}$$

$$\text{단, } n_{ij} = \begin{cases} n_i/n_j, i \neq j \\ 1, i = j \end{cases}$$

식(6)에서 만약 가진력이 가진된 부재로 부터 일방적으로 전달되기만 고 반사되어 돌아오는 에너지가 없다고 한다면, 혹은 가진력이 너무 세어서 혹은 전달된 부재의 Modal Density 가 너무 작다고 가정 한다면, 식(6)은 식(8)과 같이 대각선을 제외한 항목 은 전부 0 으로 표시 할 수 있고 이 식을 식(5)를 대입해서 EI 으로 나누면 식(8)이 된다.

$$\begin{pmatrix} \phi_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2/E_1 \\ E_3/E_1 \\ \vdots \\ E_n/E_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{31} \\ \vdots \\ \phi_{n1} \end{pmatrix} \quad \text{식(8)}$$

식(8)을 식(7-1)을 내부손실계수와 관련된 부재로 연결되는 전달되는 계수들의 합으로 표시되어 있으므로 구조손실계수와 물리적으로나 수학적으로 같은 의미를 양을 갖게 되므로  $\eta_{total}$  로 표시해서 구조손실의 표시로 나타낸다면,  $\eta_{total}$  과  $\eta_i$  의 내부손실계수로서 식(8)과 식(5)를 합해서 표시 할 수 있다.

$$P_{input} = \omega \eta_{total} E_1 \quad \text{식(9)}$$

식(9)의 Power 에는 식(5)와 식(8)의 일반식을 대입 하고 정리한다. 그리고, 식(7-1)항과 내부 손실계수로 분리해서 정리하고, Power series 로 전개해서 고 차 항을 무시하고, 1 차 항만을 고려해서 정리하면 식(10)이 된다.

$$\eta_{Total} - \eta_{internal} = \sum \frac{n_j}{n_i} \cdot \eta_{ji} \quad \text{식(10)}$$

이 과정에서 결합부의 결합조건은 Weak Coupling 조건과 Strong Coupling 조건을 대입하면 다른 형태의 수식을 각각 간단히 얻을 수 있다. 식(10)에다 Reciprocity 조건(식 11)을 대입하면 좀더 간단한 형태의 수식을 구 할수 있다.

$$n_i \cdot \eta_{ij} = n_j \cdot \eta_{ji} \quad \text{식(11)}$$

### 3.1 실험 검토

식(10)을 검토해 보면 부재가 연결 혹은 조립된 상태에서 측정된 구조손실계수와 부재를 조립하기 전의 단품 상태에서의 내부 손실계수의 차이를 Modal density 의 역비를 곱한 것이 결합 손실계수와 가깝다는 것을 보여 준다.

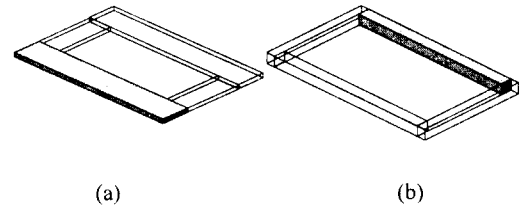


Fig.2 Exp of conjunction sample

### 3.2 Simple Structure Application

그림(2)에서 보여 주는 바와 같은 간단한 빙구 조물을 이용하여 이론 해석과 앞에서 언급한 Weak Coupling Condition 과 strong Coupling Condition 을 비교하여 결합부의 조건과 해석치를 비교 하였다. 참고로 이론치의 타당성은 참고논문(1)에서 검증이 되었으므로, 이론치는 다른 실험치(Multi Sensor Method)와 일치하는 것으로 하고 실험을 검토 하였다. (a)는 0.59m X 0.37m 의 크기로 판재의 뚜개는

0.009m 이며, 관재의 폭은 0.1m 이고, (b)는 1.1m X 0.85m 이며 0.026m 의 정사각형 단면을 가지고 있는 빔재를 이용하였다.

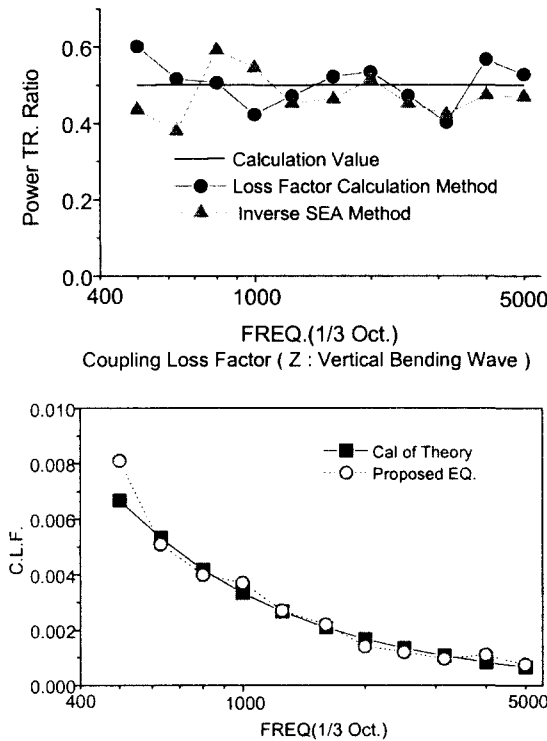
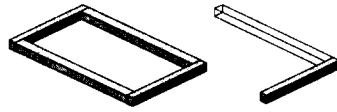


Fig.3 Exp Results of C.L.F.

### 3.3 Discussion

그림 3 에서는 앞에서 제안한 수식을 이용하여 실험한 결과를 정리한 것이다. 여기에 사용된 구조 손실계수나 내부 손실계수는 모두 Schuroeder Method 를 사용하였으며, 그림 3 의 윗 그림은 밑에서 구한 결합 손실계수를 이용하여 계산한 Power Transmission Ratio 를 나타낸 것이며, 아래의 그림은 윗 모델의 결합손실계수를 제안한 방법대로 측정된 결과가 원으로 그려진 부분이며 이론적으로 구한 부분이 검은 사각형을 나타내는데, 저주파에서는 약간의 차이를 나타내지만 고주파에서는 이론

과 매우 잘 일치하고 있음을 보여주며, Power Transmission Loss 를 비교해 보면 실선이 이론으로 계산한 결과이며, 삼각형이 Inverse SEA 법으로 구한 결과이며, 원이 본 제안식으로 구한 결과이다 이러한 실험 결과의 차이는 측정센서의 측정에러에서 생길 수 있는 범위 정도로 생각이되며 향후 지향성을 고려한 센서를 사용한다면 더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

### 4. 결론

앞에서 언급한 결과를 바탕으로 구조 손실계수와 내부 손실계수를 이용하여 결합손실계수를 이끌어 내는 수식을 검토했고, 간단한 실험을 통하여 그 결과를 검증해 보았다. 그 결과 이론치와 저주파에서는 약간의 차이를 보이지만, 고주파 영역에서는 이론치와 일치하는 경향을 보였다. 그리고 Power 전달률 측면에서 Inverse Method 와 비교한 결과로서도 비교적 양호한 결과를 얻었으며, 제안식의 타당성을 어느정도 확인 하였다.

### 참고문헌

1. 안병하, "SEA 를 이용한 구조물에서의 진동 소음 전파에 대한 연구", 동경대학 박사학위논문,, pp.27-54, 1997.
2. H.G.Davis, "Ensemble averaging of power flow in randomly excited coupled beams" Journal of Sound and Vibration, Vol.77, pp.311-321,1981.
3. R.H.Ryon, "Statistical energy analysis of dynamic system : Theory and application" Journal of Sound and Vibration, Cambridge, Mass.: MIT Press,1975.
4. D.A.Bies, S.Hamid, "In situ determination of loss and coupling loss factors by power injection method", Journal of Sound and Vibration, Vol.70, 1980, pp.187-204, 1980
5. E.E.Ungar,J.R.Carbonell,"On panel vibration damping due to structural joint" American Institute of aeronautics and astronautics Journal, Vol.4 , pp.1385 , 1966.
6. J.C Sun, E.J.Richards, "Prediction of total loss factors of structures, !: Theory and Experiments" Journal of Sound and Vibration, Vol.103, No.1, pp.109-117, 1985.
7. M.Hecker , "Measurements of absorption coefficients on plates" Journal of the Acoustical Society of America, Vol.34, pp.803-808, 1962.
8. D.A.Bies, S.Hamid, "In situ determination of loss and coupling loss factors by power injection method", Journal of Sound and Vibration, Vol.70, 1980, pp.187-204, 1980