

자바를 이용한 인터넷 기반 유한요소 프로그래밍

황선영*(인하대 대학원 기계공학과), 조종두(인하대 기계공학과)

FE Programming based on internet using JAVA

S.Y.Hwang(Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School, Inha Univ.),
C.D.Cho(Dept. of Mechanical Engineering, Inha Univ.)

ABSTRACT

Generally commercial FEA program needs computer circumstances such as specific operating system, hardware. But regardlessly to computer circumstances, program coded by JAVA can work only with webbrowser. 2 dimensional mesh generation and FE analysis using JAVA is presented in this paper.

Key Words : JAVA (자바), Mesh generation (삼각형 격자 생성), Frontal Solver (프론탈 해법), Delaunay Triangulation (들로네이 삼각분할법)

1. 서론

일반적으로 유한요소 해석에 쓰이는 여러 프로그램들은 컴퓨팅 환경에 영향을 많이 받는다. 보편적인 유한요소 프로그램들은 고성능의 컴퓨터 환경을 요구하며, 각 운영체제에 따라 다른 형태의 프로그램을 필요로 한다. 또한 프로그램이 설치되어있는 컴퓨터에서만 유한요소 해석을 시행할 수 있어, 시간과 장소의 구애를 받는 등 많은 장애가 따른다. 게다가 장비를 갖추는데 소요되는 비용 또한 이러한 프로그램을 사용하는데 있어서 부담이 되는 요인이 되고있다. 이에 본 연구에서는 현재 기하급수적으로 발전하고 있는 인터넷 기술을 이용하여, 시간과 장소에 구애받지 않고 유한요소 해석을 시행할 수 있는 프로그램을 개발하고자 하였다.

본 연구 수행에 사용한 프로그램 언어인 자바(JAVA)는 운영체제에 관계없이 실행할 수 있다는 장점(JAVA Application)과 독립시행(Stand Alone) 프로그램 형태가 아닌 웹브라우저(Web Browser) 상에서 실행할 수 있는 애플릿(Applet)으로 제작하였을 경우, 네트워크 환경이 구축되어 있는 곳이라면 어디서나 시간과 장소에 구애를 받지 않고 유한요소 해석을 시행할 수 있다는 장점이 있다.

따라서 본 연구에서는 자바를 이용한 요소 해석 프로그램을 제작하기 위해, 2차원 도메인에 대한 Mesh Generation을 위해 Delaunay Triangulation을 사용하였고, 생성된 격자를 바탕으로 한 Plane Stress 해석을 위해 프론탈 해법(Frontal Solver)를 이용하였다.

2. 2차원 도메인에 대한 격자 생성

기계설계나 구조 해석 등의 공학적인 문제를 해결하는데 있어서 유용한 수치해법인 유한 요소법은 1970년대 이후부터 꾸준히 발전해 왔다. 그러나 고 사양 컴퓨터의 등장과 성능이 우수한 소프트웨어의 등장에도 불구하고, 실제 계산시간보다 모델의 작성에 더 큰 시간과 비용이 들어간다는 것이 문제로 대두되고 있다. 이에 본 연구에서는 많은 삼각 분할법 중에서도 요소형상의 균일성에서 가장 뛰어나고, 계산의 효율성과 사용의 편의성을 갖는 Delaunay 삼각 분할을 사용하여 2차원 평면상의 격자분할을 수행하였다.

2.1. Delaunay Triangulation

2차원 공간에서 점들의 집합을 $\{P_n: n=1, 2, \dots, N\}$ 라고 할때, 점 P_i 에 대한 Voronoi 다각형의 집합 D_i 는 절점 P_i 와 가장 가까운 절점을 포함하는 영역을 표시하며 다음과 같이 정의한다.

$$D_i = \{X : \|X - P_i\| < \|X - P_j\|, \forall i \neq j\} \quad (1)$$

D_i 는 D_i 와 D_j 가 인접해 있을 때 절점 P_i 와 P_j 를 연결하는 선분을 수직이등분 하는 다각형이고 이것을 Voronoi 다각형이라 부른다. 그리고 이런 Voronoi 다각형의 집합을 Dirichlet 분할이라 부르며 다음과 같이 정의한다.

$$D = \{D_i, i=1, N\} \quad (2)$$

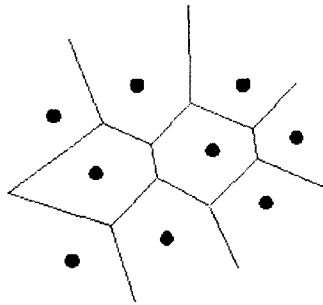


Fig. 1(a) The Voronoi Diagram

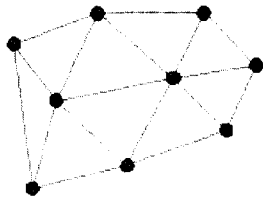


Fig. 1(b) Delaunay Triangulation

Fig.2(a)는 Voronoi 분할을 Fig.2(b)는 Delaunay 삼각분할을 보여준다.

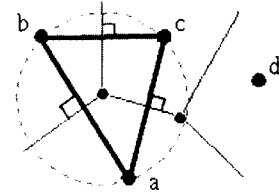


Fig. 2 Transfer Delaunay triangle into Voronoi diagram

Fig.2에서 Voronoi분할의 변은 Delaunay 삼각형 요소의 각 변의 수직 이등분선이며, 이는 Voronoi 분할에 의한 정점이 Delaunay 삼각형의 외접원의 중심임을 나타낸다.

해석대상에 대하여 절점을 하나씩 설정해 각 단계마다 Delaunay 삼각분할을 행하고 최종적으로 n개의 절점에 대한 분할을 행하게 된다. Delaunay 삼각분할을 행하면 주어진 절점에 대해 등각조건을 만족하고, 유한요소 해석에 바람직한 정삼각형에 가까운 형상을 갖는 요소를 얻게 된다.

2.2 격자생성.

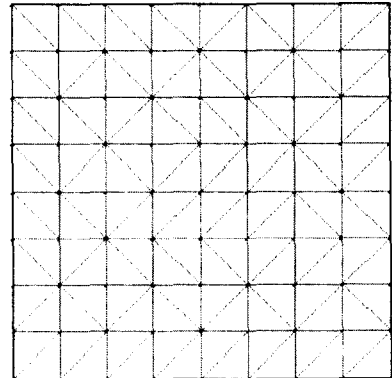


Fig. 3 Example (1)

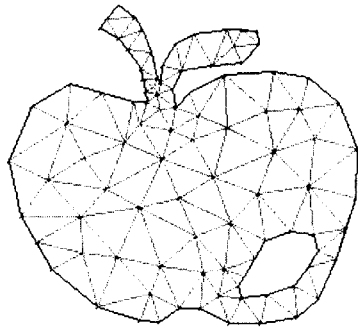


Fig. 4 Example (2)

Fig. 3은 사각형의 이차원도메인에 대한 격자생성예를, Fig.4는 내부에 Hole을 포함하고 있는 임의의 이차원 도메인에 대한 격자생성의 예를 보여준다.

2.3. 격자 사용자 정의

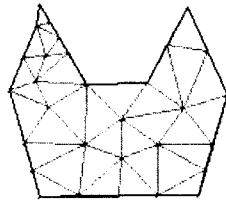


Fig. 5(a) Automesh generation

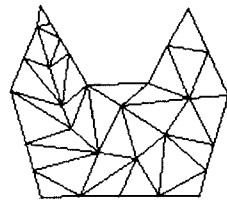


Fig. 5(b) Manual Mesh Redefine

Fig. 5는 자동격자 생성후 사용자 임의로 격자 형태를 변형한 예를 보여준다.

3. 프론탈 해법을 이용한 해석

3.1 프론탈 해법

Frontal 해법은 1970년 Irons에 의해 처음 발표되었고, 그 후 많은 사람들이 그 효용성에 대해 언급을 함과 동시에 수차례의 알고리즘의 개선이 있었다.

Frontal 해법은 요소의 조합과 소거를 동시에 하기 때문에 전체 강성 행렬을 구성할 필요가 없어 기억용량의 측면에서 효율적이다.

Band Algorithm에서는 절점 번호를 부여하는 방법에 따라 띠폭(band width)의 크기가 결정되고 요소의 번호 부여순서는 띠폭에 전혀 영향이 없었지만, Frontal 해법에서는 요소의 번호부여 순서에 따라 Front 폭이 결정되고 이 Front 폭에 의해 계산의 효율에 영향을 받는다.

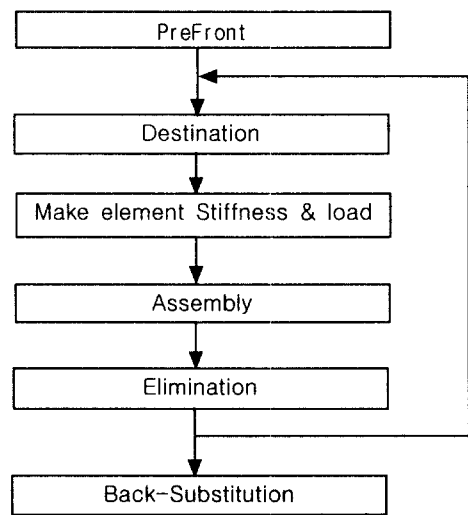


Fig 5. Algorithm

3.2 해석 예제

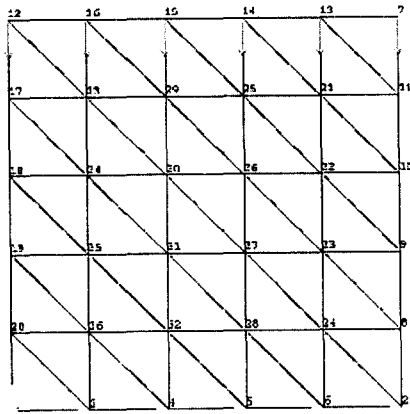


Fig. 6 Plane Stress Model

Fig. 6은 frontal solver를 적용할 간단한 평면응력 모델을 보여준다. 모델의 크기는 10*10 inch 이고 물성치는 $E=30 \times 10^6$ psi, $\nu=0.3$, $F=-1000$ lb (절점 12,16,15,14,14,7), 그리고 하단부 절점에 x,y 자유도를 모두 고정 시켰다.

3.3 결과

Solver 실행 후에는 Fig. 7에서와 같이 Connectivity Table, Displacement, Stress에 대한 결과가 각각 텍스트 파일로 생성되며, 각 결과에 대한 Contour의 제작은 차기 연구과제로 남겨두었다.

ELEM	NODES		
1	3	36	28
2	1	3	28
3	4	32	36
4	3	4	36
5	5	28	32
6	4	5	32
7	6	24	28

Fig. 7(a) Connectivity Table

NODE	dx	dy
1	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000
7	0.59309E-04	-0.23989E-03
8	0.18920E-04	-0.44344E-04
9	0.24679E-04	-0.85233E-04

Fig. 7(b) Displacement

NODE	SX	SY
1	-199.75	-665.82
2	-118.01	-649.29
3	-138.87	-612.65
4	-143.67	-588.58
5	-147.65	-574.23
6	-149.57	-596.67
7	107.84	-892.16

Fig. 7(c) Stress

4. 결론

본 연구에서는 인터넷상에서 실행할 수 있는 자바를 이용한 2차원 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다. 아직 일반화 되지 않은 3D JAVA, 그리고 연구가 이루어졌으나 일반에 거의 공개되지 않은 Delaunay 3-D triangulation으로 인하여 3D에 대한 Mesh generation을 구현하기에는 제약이 많지만, 본 연구의 결과를 바탕으로 OpenGL과 같은 그래픽 라이브러리를 이용하여 3-D에 대한 프로그램을 개발한다면, 시간과 장소의 제약을 받지 않고 간단한 유한요소 해석이 가능할 것이다.

참고문헌

1. B.M. Irons, "A frontal solution for finite element analysis," Intl J. numer. Meth. Engng., Vol. 2, pp. 5-32, 1970.
2. Fukuda, J., Suhara, J., "Automatic Mesh Generation for Finite Element Analysis," Advanced in Computational Methods in Structural Mechanics and Design. UAH Press, Huntsville Alabama, 1972.