

반응표면 분석법을 이용한 FRP 테이퍼 판 스프링의 최적설계

오상진*·이윤기·최영철(전남대 대학원 기계공학과), 윤희석(전남대 기계공학과)

Optimal Design of FRP Taper Spring Using Response Surface Analysis

S. J. Oh, Y. K. Lee, D. J. Lim(Mech. Eng. Dept. CNU), H. S. Yoon(Mech Eng. Dept., CNU)

ABSTRACT

The present paper is concerned with the optimal design that the static spring rate of the fiber-reinforcement composite spring is fitted to that of the steel leaf spring. The thickness and width of springs were selected as design variables. And object functions of the regression model were obtained through the analysis with a common analytic program. After regression coefficients were calculated to get functions of the regression model, optimal solutions were calculated with DOT. E-Glass/Epoxy and Carbon/Epoxy were used as fiber reinforcement materials in the design, which were compared and analyzed with the steel leaf spring. It was found that the static spring rate of the optimal model was almost similar to that of the existing spring.

Key Words : Response Surface Analysis (반응표면 분석법), Optimal Design (최적설계), FRP Spring (섬유강화 복합재료 스프링), Static Spring Rate (정적 스프링상수), Hysteresis Curve (이력곡선)

1. 서론

자동차 산업에 있어서 에너지 절약과 성능향상을 위한 노력이 요구됨에 따라 높은 기계적 강도와 내열성, 내부식성, 설계자유도 등의 특성을 가지고 있는 섬유강화 복합재료의 적용부위 및 사용량이 증가 추세를 나타내고 있다. 이에 따라 차체의 경량화를 추진하기 위해서는 섬유강화 복합재료로 자동차 구조부품의 소재를 대체하는 것이 가장 바람직한 방법으로 대두되고 있으며, 실제 미국, 일본등에서는 자동차의 차체, 관벨, 액슬 및 판 스프링 등에서의, SMC 또는 BMC 등의 제조공법에 따라 제작된 섬유강화복합재료의 사용이 비약적으로 증대되고 있다. 특히, 자동차의 구조부품 중에서도 가장 복잡하면서도 큰 하중이 작용하고 있는 현가 장치용 판 스프링에 있어서 섬유강화복합재료의 사용가능성을 입증하는 것은 그 자체로서 차체의 경량화 또는 고급화에 보탬이 될 뿐만이 아니라 타 구조부품에의 섬유강화복합재료의 활용에 미치는 기술적 파급효과가 대단히 클 것으로 보인다.

그러나 지금까지 판 스프링의 설계는 설계자의 경험, 직관, 또는 그래픽적인 방법등에 의해 많이

좌우되었다. 따라서, 단기간 내에 간단하고 효과적인 설계를 수행하기 위해서는 설계자가 목표로 하는 특성 향상을 이룰 수 있게 하는 설계 방향의 제시가 필요하게 되며 이에 대한 연구들이 진행되고 있다.

본 논문에서 응용된 실험계획법의 공학 분야는 아직 미진한 단계로써 제한적으로 적용되고 있으나 일반적인 기계에서도 실험계획법을 이용한 최적설계가 실용적으로 사용될 것으로 보인다. 앞에서 언급했지만 현재까지는 최적설계 시 초기설계 후 시작품을 만들어 성능을 검토하고 문제점이 발견되면 새 설계를 실시함으로써 많은 시간과 경비가 소모되었다. 시제품 제작 없이도 컴퓨터를 이용한 성능을 평가하고 새 설계를 한다면 보다 더 신뢰성 있는 설계를 얻고 또한 설계기간의 단축효과도 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 범용 해석 프로그램에 의한 실험 결과값을 입력 자료로 삼아 통계학적 이론인 실험계획법 (design of experiment)에 적용시켜 복잡한 수식의 계산 과정 없이 최적설계 값을 구해낼 수 있는 간편화된 설계 방법을 제시하였다. 이와 같은 설계 방법을 제시함으로써 설계의 간편화를

도모할 수 있고, 이에 의한 설계 시간을 단축할 수 있으며, 체계적인 이론을 바탕으로 한 최적설계를 하기 때문에 설계에 대한 신뢰성 향상을 이룩할 수 있다. 그리고, 통계학적인 이론을 이용하여 요소 설계를 하기 때문에 기계 부품에 대한 전문적인 지식이 없는 사람도 향상된 성능을 가지게 하는 설계가 가능할 것으로 사료된다.

2. 이론

2.1 판 스프링의 정적 및 동적 스프링상수

접판 스프링의 하중-처짐 곡선은 판간 접촉 마찰력으로 인해 Fig. 1 과 같이 이력곡선으로 도시된다. 이 곡선은 과도 변형 구간 (transition area)인 비선형 구간(BC, DE)에 의해 결정된다. 과도 변형 구간은 하중이 증가하거나 감소함에 따라 하중의 작동 방향이 바뀔 때 접판 스프링 끝 접촉부와 인접하는 판간 미끄러짐 때문에 발생한다. OA 의 기울기는 정적 스프링상수 (static spring rate), BE 는 동적 스프링상수 (dynamic spring rate)라고 정의되며, DE 사이의 하중차이를 판간 마찰력 (2F)이라 한다.

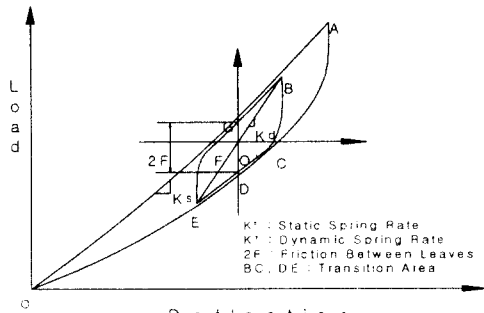


Fig. 1 Load-Deflection Diagram of Leaf Spring

2.2 반응표면 분석법

섬유강화 복합재료 테이퍼 판 스프링의 최적 설계를 위해 설계변수와 목적함수를 선정해야 한다. 설계변수는 판 스프링의 스프링 상수에 민감한 두께와 폭으로 선정하고 목적함수는 스프링 상수를 구하기 위한 스프링의 변위로 결정하였다.

이때 설계변수의 변화에 따라 목적함수는 어떤 반응표면 (response surface)을 갖게 되며, 이 반응표면을 통계적 모형을 만들어 설계변수와 목적함수 간의 방정식으로 표현하여 주하고자 하는 것이 반응표면 분석에서 다루는 내용이 된다.

2.2.1 최적반응조건의 결정

스프링의 설계시 설계변수와 목적함수와의 관계인 반응표면이 흥미영역 R 에서 곡면으로 표현된다

고 했을 때 2 차 회귀모형 (second order regression model)을 사용하는데 그 표면은

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \leq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1)$$

$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ 이고 서로 독립

으로 가정되며, 최소 제곱법에 의하여 적합된 반응 표면 (fitted response surface)은

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i + \sum_{i \leq j}^k \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

로 표현된다. 독립변수의 수가 2 이므로 $k=2$ 이면, 식(16.9)는

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_{11} x_1^2 + \hat{\beta}_{22} x_2^2 + \hat{\beta}_{12} x_1 x_2 \quad (3)$$

가 된다. 여기에서 \hat{y} 은 변위의 추정량이고 $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ 는 각각 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ 의 최소제곱추정량 (least squares estimators)을 나타낸다.

식 (3)을 구하기 위하여 설계변수 x_1, x_2 와 목적함수 y 에 대한 n 개의 데이터

$$(x_{1j}, x_{2j}; y_j), \quad j = 1, 2, \dots, n$$

가 얻어지면, 회귀계수는

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_{11} \\ \hat{\beta}_{22} \\ \hat{\beta}_{12} \end{bmatrix} = (X'X)^{-1} X'y \quad (4)$$

와 같이 구한다. 여기서 X 와 y 는 각각

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ 1 & x_{11} & x_{21} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ 1 & x_{11} & x_{21} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{1n}x_{2n} \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

3. 최적 설계

3.1 곽판 스프링의 유한요소 해석

최적 설계의 대상 스프링인 곽판 스프링은 Fig. 2 와 같이 폭은 50mm 이며 600mm 의 스펠과 45mm 의 캄버를 갖는 4 판 곽판 스프링이다. 공차시의 하중 700kg 에서의 정적 스프링상수를 구하기 위해 1000kg 까지의 구간에서 FEM 해석과 실험을 병행하였다. 해석에 사용된 상용프로그램은 Marc Ver. 7.3 을 사용하였다.

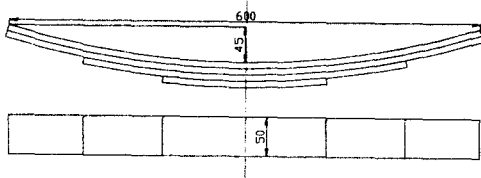


Fig. 2 Schematic Diagram of Leaf Spring

Fig. 3 에서는 실험과 FEM 해석을 통해 얻어진 마찰손실에 의한 정적 이력곡선 (static hysteresis diagram)을 비교하고 있다. 실험과 FEM 에 의한 정적 이력곡선에서 스프링상수의 값에 차이가 나는데, 이는 아이부, 센터볼트의 영향과 곽판 스프링 내부 잔류응력과 조합응력이 존재하고 있기 때문에 정적 스프링상수가 크게 나타나고 있다. FEM 해석 시 마찰력을 더 크게 수정함으로써 실험값으로부터 얻어진 이력곡선과 유사한 선도를 얻을 수 있다.

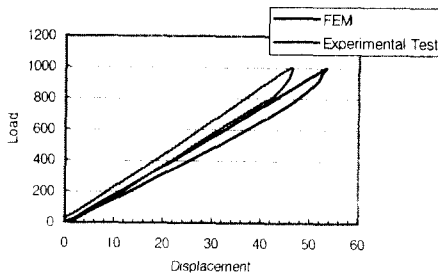


Fig. 3 Comparison FEM Analysis with Experimental Test

3.2 FRP 스프링의 FEM 해석

FRP 스프링은 E-Glass/Epoxy, Carbon/Epoxy 두 가지 재료를 선택하였고, 160 개의 8-node 를 가지는 3 차원 솔리드 요소로 테이퍼 판 스프링을 해석하였다. 스프링의 양끝단의 절점에는 2, 3, 4, 5 의 구속조건을 부여하였고, 중앙부는 1, 3, 4, 5, 6 의 구속조건을 주었다.

설계변수는 두께 및 폭으로 선정되었으며 각각의 설계변수는 3 개의 요인을 갖는다. 각각 9 개의 모

델을 해석하였으며 이에 따라 목적함수 y 값을 얻었다. Fig. 4 에서는 모델링 형상과 변형된 모양을 나타내고 있다.

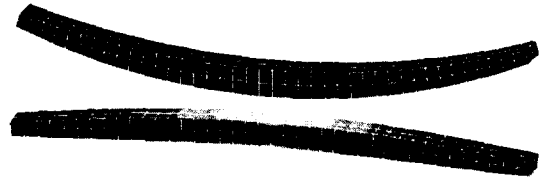


Fig. 4 Model and Deformed Shape of FRP Spring

이로서 얻어진 두 가지 재료 각각의 9 가지 형상에 대한 하중 대 변위곡선을 아래 Fig. 5 와 Fig. 6 에서 도식화 하여 나타내었다. 이는 700kg 에서의 변위를 구하여 회귀모형에서 목적함수로서 사용하며 그에 따른 회귀계수를 구하게 된다. 위의 범례는 각 모델에 대한 판 스프링 중앙부의 두께와 폭의 치수를 나타내고 있다. 스프링의 두께와 폭이 커짐에 따라 곡선의 기울기가 커지게 되어 정적 스프링상수가 커짐을 볼 수 있다.

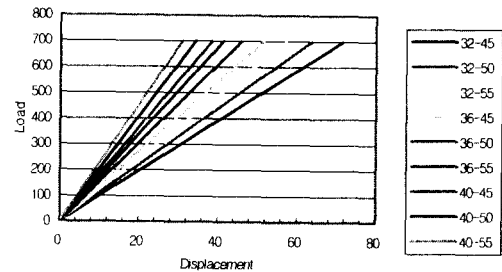


Fig. 5 Load-Displacement Curve of E-Glass/Epoxy

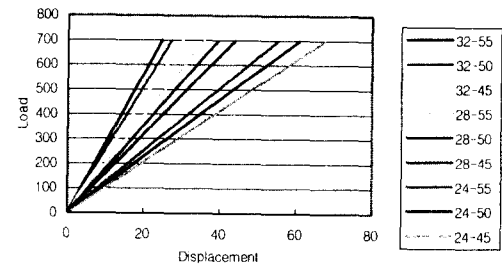


Fig. 6 Load-Displacement Curve of Carbon/Epoxy

3.3 최적해 산출

FRP 스프링 해석에서 얻어진 목적함수 y 값들과 각각의 설계변수로서 회귀모형에서 회귀계수를 산출한다. 이때 E-Glass/Epoxy 와 Carbon/Epoxy 의 회귀계수 산출에 따른 최적방정식은 아래 식 (6)와 식 (7)으로 표현할 수 있다.

$$y = 8.17119 - 14.7725x_1 - 5.32907x_2 + 3.06087x_1^2 + 0.527467x_2^2 + 1.68973x_1x_2 \quad (6)$$

$$y = 1.74942 - 16.8891x_1 - 4.27023x_2 + 4.55142x_1^2 + 0.406067x_2^2 + 1.7316x_1x_2 \quad (7)$$

위의 최적방정식은 DOT 를 통해 최적해를 구할 수 있다. Table 1 에서는 DOT 프로그램을 통해 얻어진 최적해로부터 각각의 재료에 대한 최적 모델의 판 스프링 두께와 폭을 나타내고 있다.

Table 1 Optimal Size of E-Glass/Epoxy and Carbon/Epoxy

	Thickness	Width
E-Glass/Epoxy	37.79902	52.48109
Carbon/Epoxy	28.31819	50.52907

3.4 최적 모델과 대상 겹판 스프링과의 비교

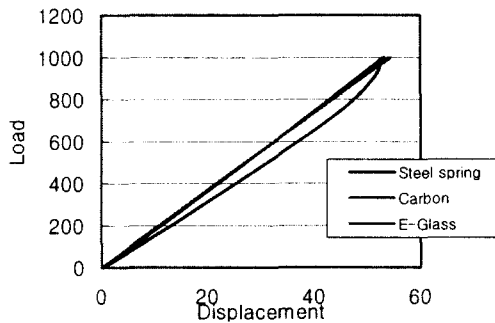


Fig. 7 Comparison of FEM, Carbon and E-Glass/Epoxy

위 Fig. 7 에서는 겹판 스프링과 E-Glass/Epoxy, Carbon/Epoxy 와의 정적 해석 결과를 비교하고 있다. 기존의 겹판 스프링은 판간 마찰로 인한 마찰 손실로 인해 이력선도가 뚜렷이 보이고 있으나 섬유보강 판 스프링의 경우에는 하중 부과시와 하중 제거시 모두 선형거동을 함으로써 마찰 손실이 나타나지 않음을 볼 수 있다. 또한 최적 설계 모델의 해석 결과, 대상 겹판 스프링의 정적 스프링상수와 오차가 1% 미만으로 거의 일치함을 볼 수 있다.

4. 결론

기존의 겹판 스프링과 최적화된 섬유강화 복합 재료 스프링 해석 결과 다음과 같은 결론을 알 수 있었다.

1. 기존의 겹판 스프링은 마찰 손실에 의한 이력곡선이 나타나지만 FRP 스프링에서는 판간 마찰이 없어 완전한 선형거동을 함을 알 수 있었다.
2. E-Glass/Epoxy 와 Carbon/Epoxy 의 두 가지 재료를

해석한 결과 Carbon/Epoxy 의 물성이 더 우수하게 나타나고 있음을 알 수 있었다.

3. 판 스프링의 두께가 얇아질수록 폭의 변화보다 두께의 변화에 대한 영향이 더 민감하게 나타나고 있음을 볼 수 있었다..

4. 섬유강화 복합재료 스프링의 사용으로 승차감 개선과 차량 경량화를 통한 에너지 효율 개선에 도움이 될 것으로 예측이 된다.

5. 본 논문에서는 기계부품 분야에 새로이 적용함으로써 설계에 대한 설계의 간편화를 도모함과 동시에 설계의 신뢰성을 확보함으로써 시간적 경제적 효과를 거둘 수 있을 것으로 예측된다.

6. 향후 섬유강화 복합재료 스프링 제작을 통해 내구성 평가 및 실차 성능실험이 필요할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Toshio Hamano, "Characteristic of Hysteresis Curve of the Leaf Spring", 1995
2. P.S.Fanchen, "Measurement and Representation of the Mechanical Properties of Truck Leaf Springs", Society of Automotive Engineers, 8000950, 1980
3. 한형석, 박태원, "반응표면 분석법을 이용한 기구의 강건설계", 한국정밀공학회지, 제 13 권 제 10 호, pp. 56~61, 1996.
4. T.Gotte, R, Jakobi, "Fundamentals of the Dimensioning of Fiber/Plastics Composite Leaf Springs for Commercial Vehicle Application" Kunststoffe 75, 1985/2, pp100-104
5. "FRP spring", Automotive Plastic reports, pp 4D/5-11, Market search inc., 1989