

# 유한요소법을 이용한 압전 액츄에이터의 최적설계에 대한 연구

임춘기\*(전남대 대학원 기계공학과), 범현규, 양영수(전남대 기계공학과)

## A Study on the Optimum Design of the Piezoelectric Actuator Using the Finite Element Method

C.-K. Lim (Mech. Eng. Dept., CNU), H. G. Beom and Y.-S. Yang (Mech. Eng. Dept., CNU)

### ABSTRACT

In this paper, the multilayer actuator is investigated by using the finite element method. The material is taken to be piezoelectric. The capacitor and interdigital w/floating type actuator are compared to the stress field distribution under the uniform electric field. As the length of the floating electrode in the interdigital w/floating actuator changes, the stress field around the edge of electrode is studied.

**Key Words** : Piezoelectric actuator (압전 액츄에이터), Stress concentration(응력 집중), Electric field (전기장), Finite element method(유한요소법)

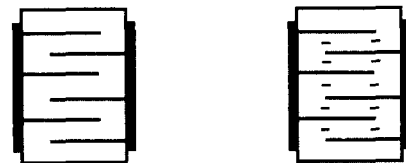
### 1. 서론

압전 재료(piezoelectric material)는 기계적인 응력을 가하면 전기장이 발생하고, 전기장을 가하면 기계적인 변형이 생성되는 압전 효과를 일으키는 재료로서 감지기(sensor), 액츄에이터(actuator), 변환기(transducer)등으로 광범위하게 이용되고 있다. 이 중에서 압전 다층 액츄에이터(piezoelectric multilayer actuator)는 큰 변위, 낮은 구동전압(driving voltage), 빠른 반응속도, 큰 생성력(generative force)과 같은 장점으로 인해서 전기-기계(electromechanical) 장비의 핵심부품으로 널리 사용되어지고 있다. 압전 액츄에이터는 다층 세라믹 축전기 산업분야에서 사용되는 테이핑 주조법(taping casting)에 의해서 제작된다. 이런 형태의 액츄에이터는 대량생산에는 적합하나 전기장(electric field)과 응력장(stress field)이 전극(electrode)의 끝단에 집중됨에 따라서 균열이 발생하는 문제점을 가지고 있다. 이에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다.

Suo<sup>(1)</sup>는 압전 재료내의 전도 균열(conducting crack)에 관하여 보존적분을 이용하여 해석하였으며, Aburatani등<sup>(2)</sup>은 여러 형태의 액츄에이터를 제작하여

전기피로시험(electric fatigue test)을 통해 신뢰성을 비교하였다. Gong과 Suo<sup>(3)</sup>는 비선형 유한요소법을 이용하여 전액 액츄에이터에 관한 전기장 및 응력장 집중을 연구하였다. Kumar와 Singh<sup>(4)</sup>는 선형 압전 이론을 이용하여 여러 가지 경계조건을 적용하여 압전 재료내의 균열에 대해서 해석하였다. 또한, Kamlah 등<sup>(5)</sup>이 비선형 유한요소법을 이용하여 압전 액츄에이터의 응력 집중현상을 해석하였다.

본 연구의 목적은 Fig. 1에서 나타낸 바와 같이 기존의 변환기형(capacitor type) 액츄에이터와 Aburatani등<sup>(2)</sup>이 실험한 interdigital w/floating 액츄에이터에 대한 유한요소해석을 이용해서 두 모델의 응력장과 전기장을 비교한다.



(a) Capacitor-structure (b) interdigital w/floating  
Fig. 1 Piezoelectric multilayer actuators

또한 Interdigital w/floating 액츄에이터의 floating 전극의 길이를 변수로 하여 응력장의 분포를 살펴서 최적의 형상을 제안하는 것이다. 본 연구에는 유한요소해석에 상용코드인 ABAQUS를 사용하였다.

## 2. 구성방정식

선형 압전재료의 구성방정식(constitutive equation)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} s_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i &= e_{ikl} s_{kl} + \epsilon_{ik} E_k \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\sigma_{ij}$ ,  $s_{kl}$ ,  $E_k$ 와  $D_i$ 는 응력, 변형률, 전기장과 전기변위(electric displacement)이다.  $C_{ijkl}$ ,  $\epsilon_{ik}$ 와  $e_{ikl}$ 는 각각 탄성계수(elastic stiffness), 유전상수(dielectric constants), 압전 상수(piezoelectric constants)를 나타낸다. 여기서 변형률과 변위의 관계는 다음과 나타낼 수 있다.

$$s_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

전기장과 전기 포텐셜(electric potential)  $\phi$ 의 관계는 다음과 같이 나타낸다.

$$E_i = -\phi_{,i} \quad (3)$$

체적력(body force)과 내부의 자유전하(free charge)가 없을 때, 평형방정식(equilibrium equation)은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \sigma_{ii,j} &= 0 \\ D_{i,j} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

1-2평면이 등방 평면이고, 3방향이 분극방향인 횡등방 압전 재료임을 고려하고, 1-3평면 변형률 상태로 보면 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{12} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{33} \\ 2s_{32} \\ 2s_{31} \\ 2s_{12} \end{Bmatrix}$$

$$- \begin{Bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{33} \\ 2s_{32} \\ 2s_{31} \\ 2s_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

## 3. 유한요소해석

### 3.1 해석모델 및 경계조건

$x_3$  축을 압전 재료의 분극(poling) 방향이라 하면,  $x_1$ 과  $x_2$ 면은 등방평면(isotropic plane)이 된다. 유한요소해석 프로그램인 ABAQUS에서 2차원으로 모델링 해석하였다. 해석모델의 기본 형상은 Aburatani<sup>(2)</sup>가 실험에서 제작하였던 형상을 기본으로 하였으며, interdigital w/floating 액츄에이터의 floating 전극의 길이를 변화시키면서 비교 해석하였다. 경계 조건은 Fig. 2 (a)에서 두 압전 세라믹 층이  $x_1$ 축에

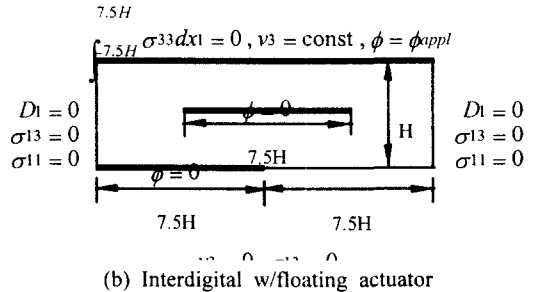
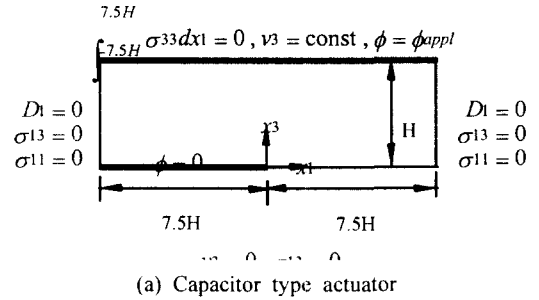


Fig. 2 Boundary conditions for the piezoelectric actuators

대칭이고, 한 층이  $x_3$ 축에 대칭이므로 두 층의 1/4만으로 해석할 수 있다. 변환기형 액츄에이터에서의 경계조건은 Fig.2 (a)에서 나타낸 바와 같이 상단 전극(upper electrode)을 따라 수직 변위가 일정하다고 보며, 구동전압(applied voltage)이 일정하게 작용하고, 외력(external force)이 작용하지 않으므로, 전단력과 합력(resultant force)이 작용하지 않는다. 하단전극에서는 구동전압이 영으로 작용하며, 하단 면의 수직변위와 전단력이 영이 된다. 강체 운동(rigid body motion)을 막기 위해서 하단 면의 변위가  $x_3$ 축에 대해서 영이 된다.

액츄에이터의 외부전극(external electrode)면과 수직 대칭면은 트랙션(traction)과 수직 전기변위가 없다고 가정하였다. Interdigital w/floating 액츄에이터의 경계조건은 Fig.2 (b)에서 나타낸 바와 같이 변환기형 액츄에이터의 경계조건과 동일하게 적용되는 것 이외에 floating 전극이 접지(ground)되어 있기 때문에 구동 전압이 영(zero)이라고 하는 조건이 더해진다. 유한요소해석에 이용된 압전재료 물성치는 다음과 같다.<sup>(9)</sup>

#### 1. Material property of PZT-4

$$C_{11} = 132 \text{ GPa}, C_{12} = 71 \text{ GPa}$$

$$C_{13} = 73 \text{ GPa}, C_{33} = 115 \text{ GPa},$$

$$C_{44} = 26 \text{ GPa}$$

$$e_{31} = -5.207 \text{ C/m}^2, e_{33} = 15.08 \text{ C/m}^2$$

$$e_{15} = 12.71 \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_{11} = 71.24 \times 10^{-10} \text{ C/Vm}$$

$$\epsilon_{33} = 58.41 \times 10^{-10} \text{ C/Vm}$$

#### 2. Material property of PZT-5H

$$C_{11} = 126 \text{ GPa}, C_{12} = 55 \text{ GPa}$$

$$C_{13} = 123 \text{ GPa}, C_{33} = 117 \text{ GPa},$$

$$C_{44} = 35.3 \text{ GPa}$$

$$e_{31} = -6.5 \text{ C/m}^2, e_{33} = 23.3 \text{ C/m}^2$$

$$e_{15} = 17 \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_{11} = 151 \times 10^{-10} \text{ C/Vm}$$

$$\epsilon_{33} = 130 \times 10^{-10} \text{ C/Vm}$$

압전 액츄에이터의 유한요소모델을 Fig. 3에 나타내었다. 변환기형 액츄에이터는 절점(node)의 수가 2217개이고, 요소(element)의 수는 670개로 이루어진다. Interdigital w/floating 액츄에이터는 절점의 수가 3861개이고, 요소의 수는 1166개로 이루어졌다. 요소는 8절점 2차 사변형 요소(eight-node biquadratic element)이다.

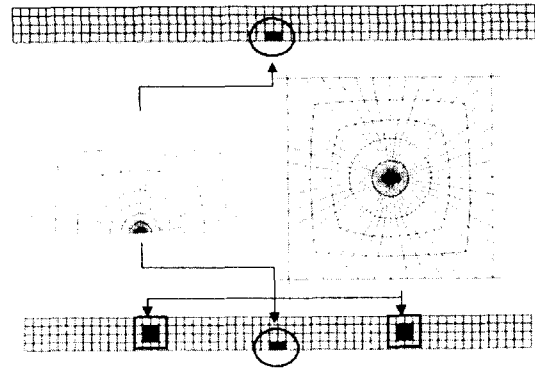


Fig. 3 Mesh of the multilayer actuators

### 3.2 해석결과

전기장을  $x_3$ 방향으로  $E=0.5\text{MV/m}$ 로 인가하였을 때, PZT-4와 PZT-5H를 사용한 변환기형 액츄에이터와 Interdigital w/floating 액츄에이터의 최대 인장 응력을 비교하였다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이 Interdigital w/floating 액츄에이터에서 변환기형 액츄에이터에서 보다 큰 응력이 발생함을 볼 수 있다.

최대 인장 응력이 발생하는 지점은 변환기형 액츄에이터는 하단전극의 끝단에서 발생한다. 이와는 다르게 interdigital w/floating 액츄에이터에서는 floating 전극의 끝단 c지점에서 발생한다. Fig. 5에서 보듯이 각 전극 끝단에서 집중되는 전기장의 크기는 차이가 발생함을 알 수 있다. 이때 변환기형 액츄에이터에서의 집중된 전기장의 세기가 Interdigital w/floating 액츄에이터에서 집중된 전기장의 세기가 훨씬 크다는 것을 알 수 있으며, interdigital w/floating 액츄에이터 내에서는 끝단 c지점에서 가장 큰 전기장이 발생함을 알 수 있다. floating 전극의 길이를

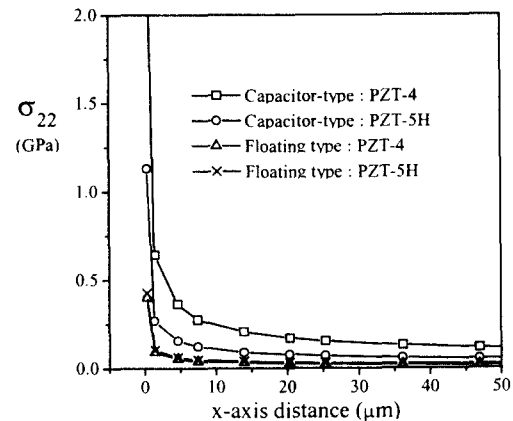


Fig. 4 The normal stresses of capacitor type actuator and Interdigital w/floating actuator

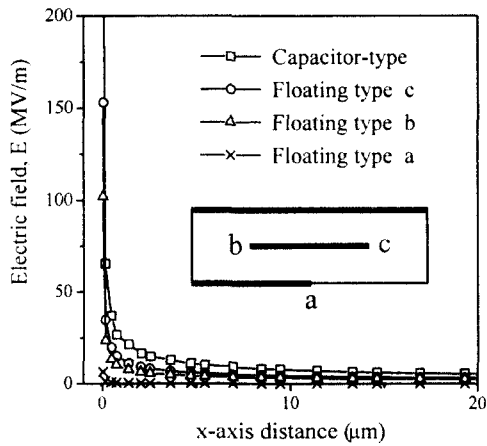


Fig. 5 The Strength of electric field at the each tip of the electrodes

하단 전극에는 작은 응력이 발생하는 점을 고려하여 전극의 길이를 변화시키므로 응력 집중을 분산시킬 수 있음을 고려하여 floating 전극 길이에 따른 응력 분포를 해석하였다. Fig. 6에서 floating 전극의 길이가 0.5H에서 가장 작은 응력이 발생함을 알 수 있다. 또한, floating 전극의 길이가 1H이상 이 되면 전극의 길이와는 무관하게 응력이 발생하였다.

#### 4. 결 론

유한요소법을 이용하여 압전 액추에이터에 전기장을 인가하였을 때, 하단전극과 floating 전극 끝단에서의 응력 분포를 해석하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 전기장을 인가하여 변환기형 액추에이터의 전극 앞에서 발생하는 최대 인장 응력이 interdigital w/floating 액추에이터의 floating 전극 c지점에서 발생하는 최대 인장 응력보다 크다는 것을 알 수 있다. Interdigital w/floating 액추에이터가 변환기형 액추에이터보다 우수함을 알 수 있다.

(2) floating 전극 길이에 따른 응력 분포를 비교해보았을 때, 길이가 1H이하일 때 응력이 더 크게 집중된다는 것을 알 수 있다. 따라서, interdigital w/floating 액추에이터 제작 시 floating 전극의 길이는 1H이상으로 제작되어야 된다

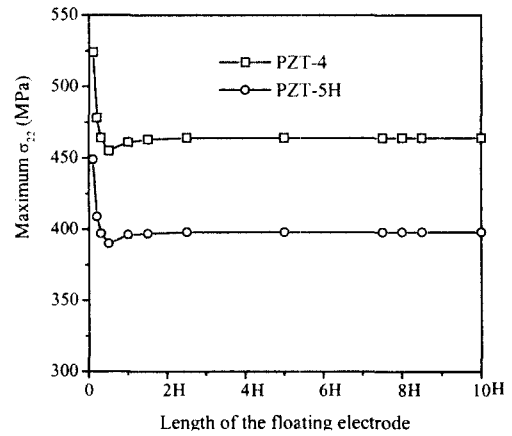


Fig. 6 Maximum stresses by the length of floating electrode

#### 후 기

이 논문은 2001년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

#### 참고문헌

1. Suo, Z., "Models For Breakdown-Resistant Dielectric and Ferroelectric Ceramics," J. Mech. Phys. Solids, Vol.41, No. 7, pp. 1155~1176, 1993.
2. Aburatani, H. and Uchino, K., Furuta, A., and Fuda, Y., "Destruction Mechanism and Destruction Detection Technique for Multilayer Ceramic Actuators," IEEE, pp. 750~752, 1995.
3. Gong, X. and Suo, Z., "Reliability of Ceramics Multilayer Actuators : A Nonlinear Finite Element Simulation," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 44, No. 5, pp. 751~769, 1996.
4. Kumar, S. and Singh, R. N., "Crack Propagation in Piezoelectric Materials Under Combined Mechanical and Electrical Loadings," Acta mater, Vol. 44, No. 1, pp. 173~200, 1996.
5. Kamlah, M., Bohle, U., and Munz, D., "On a Non-linear Finite Element Method for Piezoelectric Structures Made of Hysteretic Ferroelectric Ceramics," Com. Mat. Sci., Vol. 19, pp. 81~86, 2000.