

설계변수 변화에 따른 샌드위치 구조물의 굽힘 및 좌굴 거동에 관한 연구

한근조(동아대 기계공학과), 안성찬(동아대 대학원 기계공학과), 심재준(동아대 대학원
기계공학과), 김진영*(동아대 대학원 기계공학과)

The study of bending and buckling behavior of sandwich structure
according to design parameter variation

G. J. Han(Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.), S. C. Ahn(Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.), J. J. Shim(Mech.
Eng. Dept., Dong-A Univ.), and J. Y. Kim(Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.)

ABSTRACT

Sandwich structure is widely used in various fields of industry due to its excellent strength and stiffness compared with weight. We studied the buckling and bending behavior with respect to the variation of design parameters such as length, height, and thickness of honeycomb sandwich core. We found that as the density and the thickness of core become higher, the value of critical buckling load increased significantly. We found that the effect of bending stress due to critical buckling load resulted in high bending stress and the value of bending stress decreased in half according to the increase of length of core. The effect by bending stress is dominant above the portion of the intersection line between bending stress and the effect of buckling is dominant below the portion of it. We could get proper thickness ratio and density of core according to applied load conditions.

Key Words : Sandwich structure(샌드위치 구조물), Honeycomb core(육각형 코어), Buckling(좌굴), Critical load(임계하중), Bending stress(굽힘응력)

1. 서론

샌드위치 구조물은 경량 구조물에 대해 많이 요구되고 있는데, 특히 뛰어난 굽힘 강성과 강도, 외부 환경에 의한 손상 저항이 크므로 항공우주 산업을 비롯한 수송기계 분야등에서 활용이 기대된다.¹⁾

샌드위치 구조물은 보통 두 얇은 판재사이에 코어라 불리는 경량 재료로 채워지는 구조를 가지는데, 코어에는 각종 복합재료로 이루어진 적층판이나 하니콤, 격자 구조물들이 채워져 무게를 줄이는 역할을 하며²⁾³⁾, 이 코어들의 강성이 샌드위치 구조물의 전체 강성을 결정하게 된다. 이러한 구조물은 우수한 방음성과 단열성을 가지고, 무게에 비해 월등한 강도가 큰 장점이 있으나 제작 및 가공상의 어려움이 단점으로 지적된다.

Goswami 등은 육각형 코어를 가지는 샌드위치 구조물에서 skin과 core의 분리(debonding)에 관하여 유한요소법을 이용한 해석을 수행하였고⁴⁾, Kim등은

다양한 보강재 형상에 대해 굽힘과 좌굴에 의한 영향을 파악하였으며²⁾, Paik등은 하니콤형 샌드위치 구조물에 대해 굽힘강도, 축방향 압축에 의한 좌굴, 측면압력에 의한 압축을 실험적으로 연구하였다.³⁾ 또한 Zhu(2000)등에 의해 하니콤 구조에서 면에 평행한 방향의 하중에 대한 압축 특성에 대한 연구가 수행되었고,⁴⁾ Meraghni 등은 샌드위치 구조물에 대해 적층판 이론을 도입하여 코어의 등가강성을 이론적, 실험적으로 규명하였다.⁵⁾

본 연구에서는 샌드위치 구조물에서 가장 널리 사용되는 하니콤형의 코어를 연구 대상으로 하였으며, 지배적인 하중 조건을 코어의 높이 방향에 대한 압축 좌굴과 전체 구조물의 굽힘에 대한 영향으로 보고, 샌드위치 구조물의 코어의 설계변수를 변화시켜서 나타나는 좌굴하중과 이를 적용하였을 때 나타나는 굽힘응력을 살펴보고자 한다.

2. 본론

2.1 평판 구조물의 이론해석

2.1.1 하니콤 코어의 좌굴 이론

하니콤 코어에 대한 좌굴응력은 다음 식에 의해 구해질 수 있다.⁽²⁾ (Fig. 1) 이 식으로부터 코어 하나에 대해 길이, 두께, 높이에 따라 좌굴응력을 구할 수 있다.

$$\sigma_{cr} = \beta_n \frac{E_m}{1 - \nu_m^2} c^3 \quad (1)$$

이 식에서 E_m , ν_m 은 재료의 탄성계수와 포와송 비이며, c 는 $2t/\sqrt{3}a$ 로서 코어의 길이와 두께에 대한 비이다. β_n 의 값은 하니콤 코어의 형상과 경계조건에 따른 값으로 Table 1로부터 얻을 수 있다. 여기서 얻은 좌굴응력의 값에 코어의 두께와 길이 등을 곱하여 단위 코어에 대한 좌굴 하중을 식(2)를 이용하여 계산한다.

$$P_{cr} = 6\sigma_{cr} \times t \times l \quad (2)$$

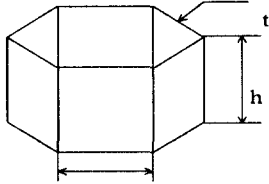


Fig. 1 Shape of honeycomb core

Table 1 Values of β_n depending on the boundary conditions and dimensions of the cell wall

a / h	β_n	
	Simply supported	Built-in
0.2	2.467	4.509
0.25	2.467	4.495
0.33	2.467	4.543
0.5	2.467	4.495
1.0	2.467	4.935

2.1.2 사각 평판의 굽힘 이론

일반적으로 판에 수직하중이 작용하면 처짐이 발생하며 이 때의 처짐량은 최소 포텐셜 에너지 이론에 의해 구할 수 있다. 분포하중 p_0 가 작용할 때 판에 한 일은

$$W = \int \int_A w p_0 dx dy \quad (3)$$

판의 변형 에너지는

$$U = \frac{D}{2} \int \int_A \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (4)$$

전체 포텐셜 에너지는 $\Pi = U - W$ 이므로

$$\Pi = \frac{D}{2} \int \int_A \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - w(1 - \nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - wq \right\} dx dy \quad (5)$$

완전고정인 경계조건을 적용하면(Fig. 2)

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (x=0, x=a) \quad (6)$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (y=0, y=a) \quad (7)$$

처짐 형상을 Fig. 2와 같이 가정하면, 처짐식은 다음과 같고, 이 식은 위 경계조건을 만족해야 한다.

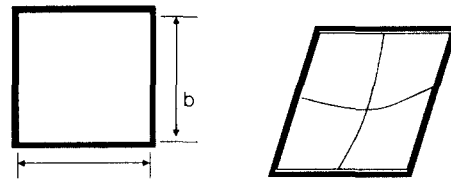
$$w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn} \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{a} \right) \quad (8)$$

식(5)(6)을 식(4)에 대입하고 Ritz method에 의해 $\partial \Pi / \partial a_{mn} = 0$ 을 적용하면,

$$w_{max} = 0.00128 \frac{p_0 a^4}{D} \quad (9)$$

여기서 D 는 강성계수이며, $Et^3/12(1-\nu^2)$ 이다. 굽힘에 의한 응력은 이 식을 통한 처짐식을 이용하여 다음 식과 같은 처짐과 응력에 관한 식에 대입하여 얻을 수 있다.

$$\sigma_x = \frac{-Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$



(a) Boundary condition (b) Deflected shape
Fig. 2 Built-in edged boundary condition and deflected shape of the plate

2.2 샌드위치 구조물의 유한요소 해석

2.2.1 모델 선정

설정된 모델에 대해 좌굴 해석과 굽힘 해석을 위해 두 가지 모델을 설정한다. 먼저 하나의 단위 코어에 대한 좌굴 임계하중을 구하기 위해 Fig. 1과 같은 단위 하나를 설정하여 임계 하중을 각 코어의 두께와 높이에 대해 식(1)(2)를 이용하여 구하고, 여기서 구한 임계하중을 Fig. 4의 샌드위치 구조물에 적용하여 나타나는 굽힘 응력을 살펴 보았다. 물성치와 구조물의 치수는 Table 2와 Table 3에 나타내었으며 재료는 STS 304를 사용하였다. 길이는 3mm부터 10mm까지 6가지를 설정하였고, 높이와 두께의 곱이 일정한 값을 같도록 하여 코어의 높이와 두께를 얻었는데 이들은 4개의 값을 취하였다. 이를 통해서 좌굴하중 또는 굽힘의 양상이 높이와 두께에 따라 달라지는 경향을 파악하고자 하였다.

모델링 및 해석은 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6을 사용하였고 4절점 쉘(shell) 요소를 이용하여 해석을 실시하였다.



Fig. 4 Meshed shape of honeycomb core structure

Table 2 Material properties of honeycomb structure

Elastic modulus	E	2.14×10^5 MPa
Poisson's ratio	ν	0.29
Yield strength	σ_y	206 MPa
Tensile strength	σ_t	519 MPa

Table 3 Dimensions of honeycomb structure

Length and width of structures (l)	90~103 mm
Thickness of upper and lower plate (t_p)	1 mm
Thickness of core (t)	0.05~0.1 mm
Length of core (a)	3~10 mm
Height of core (h)	3~50 mm

2.2.2 경계조건 및 하중조건

판의 경계조건은 완전 고정인 경우를 고려하였는데, 경계부분에서 모든 자유도를 구속하여 전단력 및 모멘트가 작용하도록 하였다. 하중은 상판의 단위 코어 좌굴 하중을 판에 대한 값으로 환산하여 분포하중을 작용시켰다. 또한 샌드위치 구조물에서 접

합의 효과를 위해 각 절점들을 공유하도록 하였다.

3. 해석결과 및 고찰

3.1 길이와 두께 변화에 따른 좌굴하중 변화

Table. 4에 식(1)(2)를 이용하여 계산한 임계 좌굴 하중 값을 나타내었고, Fig. 5에 그 분포를 나타내었다. 그래프에서 보는 것처럼, 코어의 길이가 짧을수록 즉, 코어의 밀도가 높을수록 임계하중의 값이 점차 커지는 경향임을 알 수가 있고, 또한, 코어가 두꺼워질수록 임계하중값이 증가하는 것을 알 수 있다.

Table 4. The value of critical buckling load according to the variation of length ratio(A) and thickness ratio(T)

T \ A	0.03	0.04	0.05	0.06	0.08	0.1
0.030	0.876	0.493	0.378	0.219	0.140	0.079
0.037	2.132	1.991	0.921	0.533	0.341	0.192
0.051	7.372	4.146	2.653	1.843	1.179	0.663
0.075	34.108	19.186	12.279	8.527	5.457	3.070
0.150	599.149	337.021	215.696	149.787	95.864	53.923

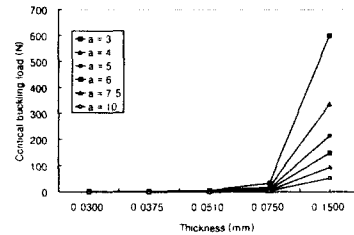


Fig. 5 Distribution of critical load with respect to the ratio of length and thickness of unit core

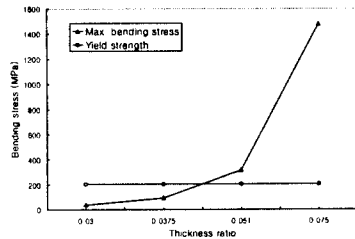
3.2 길이와 두께 변화에 따른 굽힘응력 변화

동일한 체적을 가지는 하나를 보강재를 포함한 샌드위치 구조물에 좌굴하중이 작용할 때 나타나는 굽힘 응력의 양상을 코어의 길이비 0.04~0.1mm인 모델들에 대하여 Fig. 6에 재료의 항복강도(206MPa) 값과 비교하여 나타내었다.

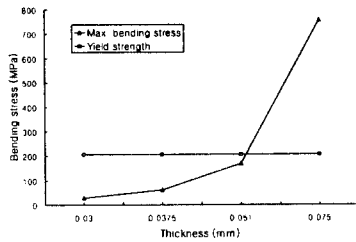
동일한 체적내에서 모델들을 선정하기 위해 코어의 길이에 따라 높이와 두께의 곱을 일정하게 하였으므로 코어의 두께가 두꺼워질수록 높이는 낮아진다고 할 수 있다. 코어의 두께가 커질수록, 최대굽힘 응력의 값이 급격하게 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 최대응력의 값을 자세히 살펴보면, A가 증가할수록 최대 굽힘응력의 값이 약 2배 정도 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 각 모델에 따라 식(1)에 의한 좌굴 하중값이 변화하는 양상과 관련이 있는 것으로 사료된다.

Fig. 6의 (a)~(c)에서는 구조물의 최대 굽힘응력

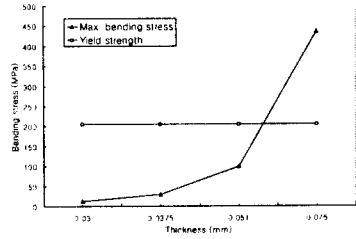
선과 재료의 항복강도가 교차하는 지점이 나타나는데, 재료의 항복강도 아래의 부분은 구조물이 굽힘보다는 좌굴에 의한 영향을 받게 됨을 나타내고, 윗부분은 굽힘에 의한 항복이 일어남을 의미한다. 다시 말해, 굽힘응력이 항복강도 아래에서 발생하는 범위의 모델들에 대해 좌굴임계값 내의 압축하중이 작용하도록 설계를 고려해야 한다.



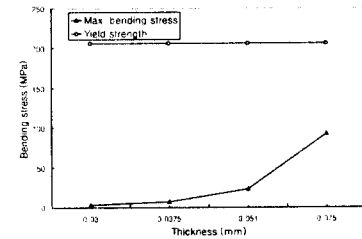
(a) A = 0.04



(b) A = 0.05



(c) A = 0.06



(d) A = 0.1

Fig. 6 Distribution of maximum bending stress with respect to the core thickness ratio

4. 결론

동일한 체적을 가지는 하니콤 코어 샌드위치 구조물에 대해 코어의 길이비, 높이, 두께비 등의 설계 변수를 변화시키면서 나타나는 좌굴 및 굽힘에 대한 거동을 살펴보았다.

1. 코어의 밀도가 높을수록, 또한 코어의 두께가 증가할수록 좌굴 임계하중값은 급격히 증가함을 알 수 있었다.

2. 좌굴하중에 의한 굽힘응력의 영향은 두께가 커질수록 굽힘응력이 크게 나타남을 알 수 있고, 코어의 길이가 1mm 증가함에 따라 굽힘응력의 값이 약 2배 정도 감소하였다.

3. 굽힘 응력선과 항복강도의 교차선 이상은 굽힘의 영향이 크고, 아래부분은 좌굴에 의한 영향이 지배적인 영역이므로, 작용 하중의 환경에 따라 적절한 코어의 두께와 밀도를 얻을 수 있다.

참고문헌

1. Sanjib Goswami, and Wilfried Becker, "Analysis of debonding fracture in a sandwich plate with hexagonal core", *Journal of Composites Structur*, Vol. 49, pp. 385-392, 2000.
2. Beomkeun Kim, and Richard M.Christensen, "Basic two-dimension core type for sandwich structure", *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 42, pp. 657-676, 2000.
3. Jeom Kee Paik, Anil K. Thayamballi, and Gyu Sung Kim, "The strength characteristics of aluminum honeycomb sandwich panels", *Journal of Thin Walled Structure*, Vol. 35, pp. 205-231, 1999.
4. H. X. Zhu, and N.J.Mills, "The in-plane non-linear compression of regular honeycombs", *Journal of Solid and Structure*, Vol. 37, pp. 1931-1949, 2000.
5. F. Meraghni, F. Dersrumaux, and M.L. Benzeggah, "Mechanical behavior of cellur core for structural sandwich panles". *Journal of Composites, Part A30*, pp. 767-779, 1999.
6. A. C. Ugural, "Stresses in plates and shells", McGraw-Hill co., pp. 90-95, 1981.
7. S. P. Timoshenko, and J. M. Gere, "Theory of elastic stability", McGraw-Hill Co., pp. 348-439, 1961