

## 히스테리시스를 고려한 유한 요소 해석 기법에 관한 연구

김홍규\*, 이창환, 정현교  
서울대학교 전기공학부 전기역학연구소

홍선기  
호서대학교 전기전자제어공학부

### A Study on the Finite Element Analysis Technique Considering Hysteresis

Hong-Kyu Kim, Chang-Hwan Lee, Hyun-Kyo Jung  
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Sun-Ki Hong  
School of Electrical Engineering, Hoseo University

#### 1. 서론

많은 전기기기에 사용되고 있는 자성 재료는 비선형성과 히스테리시스 특성을 가지고 있다. 수치해석을 이용한 전기기기 해석 분야에서 비선형성은 일반적으로 쉽게 고려되고 있지만, 히스테리시스 현상은 보통 무시되고 있다. 본 논문에서는 히스테리시스 현상을 고려할 수 있는 여러 가지 유한 요소 해석 기법을 비교하고자 한다.

#### 2. 히스테리시스 모델

지금까지 연구된 많은 히스테리시스 모델 중에서 프라이자흐 모델은 자성체의 복잡한 히스테리시스 현상을 표현할 수 있는 가장 정확한 모델로 평가받고 있다[1]. 특히 초기의 프라이자흐 모델에서 발전된 자화의존 프라이자흐 모델은 고전적 프라이자흐 모델이 가지는 합동성의 모순을 극복한 더욱 정확한 모델이다. 이 모델은 자계의 입력 극값이 같더라도 실제로 Fig.1 과 같이 마이너 루프의 모양이 달라지는 실제 현상을 표현할 수 있다. 자화의존 모델에서 자화는 다음식에 의해 구해진다.

$$M = \iint_{a_t \leq b_t} \rho(a_t, b_t) \gamma_{a_t b_t} H_t da_t db_t \quad (1)$$

여기서  $\rho(a_t, b_t)$ 는 분포함수를 나타내며,  $\gamma_{a_t b_t}$ 는 기본히스테리시스 오퍼레이터를 표시한다.

#### 3. 히스테리시스를 고려한 유한 요소 해석 기법

(1) 잔류자속밀도와 리코일 투자율을 이용하는 방법

이 방법은 자성체를 표현하기 위해 다음식을 사용하며, 이 식에 의해 유한 요소 정식화가 된다.

$$B = \mu_n H + B_r \quad (2)$$

즉 Fig.2 에서 자성체 내의 한 요소의 동작점을 (H1, B1)이라고 하면, 이 점에서 자계가 0 이 되었을 때의 자속밀도(잔류자속밀도)와 두 점간의 기울기를 히스테리시스 모델로부터 계산하여 유한 요소해석의 입력으로 한다.

(2) 자성체의 구성 방정식을 이용하는 방법

자성체가 만족하여야 하는 다음의 구성 방정식을 직접 이용하여 유한 요소 정식화를 하는 방법이다[2].

$$B = \mu_0 H + M \quad (3)$$

(3) 보자력(coercivity)을 이용하는 방법

이 방법은 Fig.3 에서처럼 동작점이 존재하는 히스테리시스 루프의 보자력점과 동작점 사이의 기울기를 이용하며, 다음식에 의해 유한 요소 정식화가 된다[3].

$$H = v(B)B + H_c \quad (4)$$

(4) 가투자율을 이용하는 방법

자성체의 구성 방정식을 가투자율을 이용하여 등가적인 자화값 및 투자율을 구하여 유한 요소 해석의 입력으로 주는 방법이며, 이 경우 구성 방정식은 식(5)와 같이 바뀌게 된다. 따라서 유한 요소 해석의 입력으로는  $\mu_0(1 + \mu_{sp})$  및  $M_{sp}$  가 된다.

$$B = \mu_0 H + M = \mu_0(1 + \mu_{SP})H + M_{SP} \quad (5)$$

여기서  $M_{SP} = M - \mu_0 \mu_{SP} H$

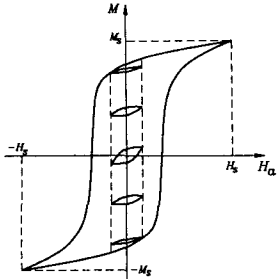


Fig.1. Minor loop

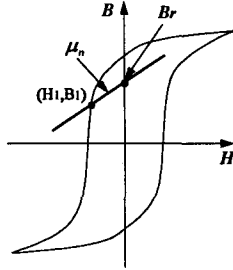


Fig.2. Residual flux density and recoil line

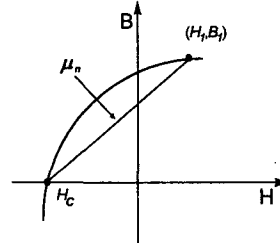


Fig.3. Definition of the coercivity and reluctivity

#### 4. 결과 비교

이상의 여러가지 기법을 비교하기 위해서 각각의 방법을 히스테리시스 전동기의 해석에 적용하였다. 이 전동기는 히스테리시스 링에서의 히스테리시스 특성에 의해 전동기 특성이 결정되기 때문에 히스테리시스 특성이 반드시 고려되어야 한다. Fig.4는 해석된 전동기의 자속분포를 보여주며, Fig.5는 각 방법에 의한 해석 결과를 비교한 것이다. 여기서 보자력을 이용하는 방법(3)은 보자력 부근에서 투자율의 변화가 커서 수렴을 하지 못하였다.

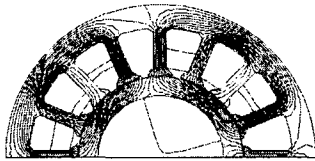


Fig.4. Flux distribution

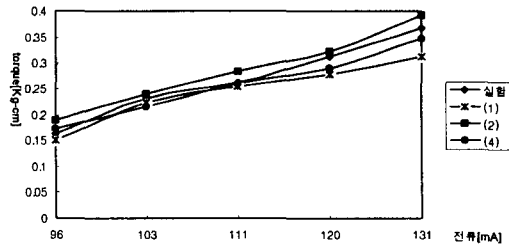


Fig.5. Comparison of each method

#### 5. 결론

본 연구에서는 유한 요소 해석 시 자성체의 히스테리시스를 고려하기 위한 여러 가지 방법을 비교하였다. 특히 가투자율을 0 용한 방법은 간단하고 수렴 특성이 좋으며 실험 결과와도 잘 일치함을 확인하였다.

#### 6. 참고 문헌

- [1] F. Ossart, "Comparison between Various Hysteresis Models and Experimental Data", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol.26, No. 5, pp.2837-2839, September 1990.
- [2] Piergiorgio Alotto, Paola Girdinio, "A 2D Finite Element Procedure for Magnetic Analysis Involving Non-Linear and Hysteretic Material", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol.31 No.1 pp3379-3382, February 1994.
- [3] Francois Henrotte, Andre Nicolet, "Modeling of ferromagnetic materials in 2D finite element problem using Preisach's model", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol.28, No.5, pp2614-2616, September 1992

감사의 글  
본 연구는 국방과학연구소 및 자동제어특화센터의 지원에 의해 이루어진 것임.