

비선형 적응 가변 구조 제어기를 가지는 브러쉬 없는
직접 구동형 서보 모터의 위치 제어에 관한 연구

이 대식 이 상오*
대구 대학교 정보 통신 공학과*

Position Control of Direct Drive Brushless Motor using The Adaptive
Variable Structure Control with Nonlinear Switching Surfaces

Dae-Sik Lee Sang-Oh Lee*
Dept. of Control and Instr. Eng., Daegu University*

Abstract The direct drive motor is directly coupled by load. So, it is directly affected by load and disturbances. To control the direct drive motor, a robust controller is need. The main feature of variable structure system is that system trajectories are robust and insensitive to parameter variations and disturbances in the sliding mode.

In this paper, adaptive variable structure controller, is used for the BLDD SM(Brushless Direct Drive Servo Motor) control. The chattering problem is reduced by using the saturation function

2. 본 문

2.1.1 브러쉬 없는 직접 구동 서보 모터 모델링
브러쉬 없는 직접 구동 서보 모터는 전류의 제어 장치와 조합함으로써 제어성이 우수한 DC서보 모터와 동등 이상인 성능을 낼 수 있는 AC모터이다. 기준속이론(Reference Frame Theory)을 이용하여 120°씩 떨어져 있는 임의의 3상의 변수를 서로 직각을 이루는 2개의 기본 벡터인 d축과 q축변수로 나타낼 수 있다. 모터내부에는 교류가 흐르고 있지만 그 교류(사인파)와 동기해서 회전하는 축(d, q)을 생각하면 상대속도가 영이 되고, 교류는 직류로 가정해 수식을 간단히 표현 할 수 있다. 동기 회전축에서의 전압 방정식은 다음과 같이 주어진다[5].

$$\begin{aligned} v_d &= r_s i_d + \lambda \dot{i}_d + \omega_r \lambda i_q \\ v_q &= r_s i_q + \lambda \dot{i}_q - \omega_r \lambda i_d \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 v_d 와 v_q 는 d상, q상 전압, i_d, i_q 는 d상, q상 전류이며, λ 는 극수, ω_r 는 전동기 기계적 속도, L_d 와 L_q 는 d상, q상 인덕턴스, λ_d 와 λ_q 는 d상, q상 채고 자속으로 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d \\ \lambda_q &= L_q i_q + \Psi_f \end{aligned} \quad (2)$$

Ψ_f 는 영구 자석에 의해 고정자 권선에 유기되는 채고 자속 크기이다. 동기 회전 기준속에서 전류에 의해 발생하는 전자기적 토오크는 고정자 전류와 회전자 자속의 벡터 곱 형태이므로[5]

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \\ &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} [\Psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \end{aligned} \quad (3)$$

으로 나타나고, 기계적인 부하와의 관계식은 다음과 같다.

$$T_e = J_m \left(\frac{2}{P} \right) \frac{d\omega_r}{dt} + B_m \left(\frac{2}{P} \right) \omega_r + T_L \quad (4)$$

여기서 J_m 는 회전자 관성 모멘트, B_m 는 점성마찰 계수, T_L 는 부하토크, ω_r 는 극수를 나타낸다. 식(1), (2)과 (4)로부터 i_d, i_q, ω_r 를 각각 상태 변수 사용하여 상태 방정식을 세우면, 비선형 상태 방정식이 되며, 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L_d} & -\frac{\omega_r L_q}{L_d} & -\frac{\Psi_f}{L_d} \\ \frac{\omega_r L_d}{L_q} & -\frac{r_s}{L_q} & 0 \\ \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2} \right) \frac{\Psi_f}{J_m} & 0 & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_d}{L_d} \\ \frac{v_q}{L_q} \\ -\frac{P}{2} J_m T_L \end{bmatrix} \quad (5)$$

1. 서 문

산업계에서 많이 사용되는 전동기는 대부분 수백배의 기어비를 갖는 기어를 사용하여 기구장치와 연결되어 있다. 그러나 기어와 같은 갑속 장치를 사용할 경우 backlash를 유발하므로 위치 제어의 정밀도를 떨어뜨린다. 따라서 높은 정밀도를 요하는 제어 시스템에서는 기어가 없는 서보장치가 사용되며, 이러한 요구에 부응하여 개발된 것이 직접 구동형 전동기이다. 직접 구동형 전동기는 특성상 일반 브러쉬 없는 영구 자석 전동기에서 이와 같이 부하의 영향을 감쇄시킬 수 있는 기어나 제인 없이 부하를 회전자에 직접 연결시키므로 부하의 크기가 회전자에 직접 영향을 미치며, 또한 전동기 내부 파라미터의 변화가 회전자에 직접 나타난다[1]. 그래서 직접 구동형 전동기의 제어에는 강인성을 보장하는 제어기를 필요로 하게 된다.

가변 구조 제어는 제어 대상 시스템의 동특성이 설계자에 의해 미리 설정된 스위칭 면을 추종하도록 불연속적으로 제어 구조를 변화시켜 준다. 가변 구조 제어 이론에 기초하여 개발된 제어법칙은 제적이 시스템의 평형상에 있는 이미 결정되어 있는 스위칭 면을 교차할 때마다 제어 입력을 변화시킨다. 이 불연속적인 제어 입력으로 인해 시스템의 궤적은 스위칭 면을 따라 움직이게 되므로 시스템의 동특성은 미리 설정된 스위칭 면에 의해 규정되며, 이로 인해 시스템은 시스템 변수의 변화나 외란에 대해 강인한 특성을 보인다[2]-[4]. 이러한 특성 때문에 외란에 강하고 정확한 제어를 필요로 하는 서보 시스템등에 많이 응용되어 왔다. 그러나 스위칭 면위에서 제어 구조의 불연속적인 변화는 제어 입력이 불연속적으로 변화하며, 이로 인하여 발생하는 채터링으로 인해 제어 대상 시스템을 모델링할 때 무시된 고주파수 성분의 동특성이 여기 될 수 있는 단점이 있다.

본 논문에서는 가변구조 제어에 적용 제어법칙을 결합시켜 외란이나 불확실한 변수값을 보상하며, On-Line으로 제어가 가능하며, 적용하기 쉽고, 간단한 알고리즘을 제시한다. 제안된 알고리즘은 외란이나 불확실한 변수값에 대해서도 추정이 가능하므로 채터링이 감소하며, 강인한 성능을 유지할 수 있다. 또한 선형 스위칭 면을 갖는 가변 구조 제어 시스템은 어떤 시스템의 경우에는 높은 성능을 나타내지 못한다. 따라서 다중 방향성의 형태를 갖는 비선형 스위칭 면을 갖는 비선형 가변 구조 제어 방식을 제안하였다. 이러한 비선형 스위칭 면은 선형 스위칭 면을 이용한 경우 보다 더 좋은 성능을 얻기 위해 의도적으로 도입하였다. 제안된 적용 가변 구조 제어기를 BLDD 서보

모터의 위치 제어에 적용하여 실험을 통해 그 타당성을 검증하였다.

적용 슬라이딩 모드 제어기에서 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 두자.

$$V = \frac{1}{2}(s^T s + \tilde{a}^T \Gamma \tilde{a}) \quad (25)$$

여기서 $\tilde{a} = a - \hat{a}$ 이고, $\Gamma = \text{diag}(q_1^{-1}, q_2^{-1}, \dots, q_r^{-1})$, r 은 불확실성의 개수이다. 안정도를 판별하기 위하여 Lyapunov 함수를 시간에 대하여 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} + \tilde{a}^T \Gamma \dot{\tilde{a}} \\ &\leq s^T (\tilde{a} Y(x, t) - K \text{sgn}(s)) + \tilde{a}^T \Gamma \dot{\tilde{a}} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $K_i = \delta_i > 0$ 로 두고, 적용 법칙을 다음과 같이 두자.

$$\dot{\tilde{a}}_i = q_i s Y(x, t) \quad (27)$$

따라서,

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^r \delta_i |s_i| < 0 \quad (28)$$

이때, 충분히 큰 $\alpha_i(0)$ 값에 대해 점근안정함을 볼 수 있다. 지금까지의 적용 비선형 가변 구조제어기를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s &= x_2 + c x_1 + \alpha x_1^3 \\ u &= \hat{u}_{eq} + \Delta u \\ \hat{u}_{eq} &= -\frac{1}{\delta} (\hat{a} + c) x_2 + 3\alpha x_1^2 x_2 + \dot{f} \\ \Delta u &= -\tilde{a} Y(x, t) - K \text{sgn}(s) \\ K &= \delta > 0 \\ \hat{a}_1 &= q_1 \int |s x_2| dt + \hat{a}_1(0) \\ \hat{a}_2 &= q_2 \int |s x_1^2 x_2| dt + \hat{a}_2(0) \\ \hat{a}_3 &= q_3 \int |s| dt + \hat{a}_3(0) \end{aligned} \quad (29)$$

3. 실험 및 결과

전체 시스템의 구성은 그림 3.1과 같이 크게 인터페이스부, 전동기 구동부, BLDD 서보 모터등으로 크게 나눌 수 있다.

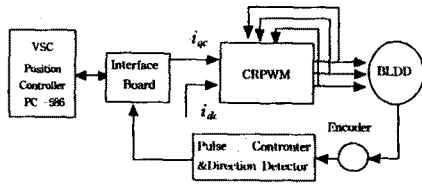


그림 3.1 전체적인 시스템 구성도

인터페이스부는 PC와 구동부를 연결해 주기 위한 부분으로써 D/A 변환 부분과 Offset 보정회로 및 신호 증폭기, 디지털 필터 등으로 구성되어 있다. 전동기 구동부는 전동기의 도오크 형태로 나타나는 제어기의 출력은 결국 전동기에 전류의 형태로 인가된다. 이러한 전류의 전류 명령을 회전자의 위치 정보를 이용하여 CRPWM의 Inverse DQ Transform을 하게 되며 회전자의 영구자석의 자계 방향과 90°의 자속을 유기시키는 3상의 전류 명령을 발생하게 된다. 전동기의 맥터 제어를 위해서 전류에 의해서 발생하는 MMF(Magnet - Motive Force)를 회전자의 자속 방향과 항상 직각이 되도록 유지하여야 하므로 회전자의 절대 위치 검출이 반드시 필요하다. 위치센서로는 구조가 간단하고 사용이 편리한 엔코더를 사용하였고, 노이즈를 포함한 출력 신호를 필터링하여 사용하였다.

적용 비선형 가변 구조 제어기는 정격 출력이 750 Watts, 정격 전압이 220V, 정격 속도가 3000rpm, 정격 전류가 4.4A, 토크 이득이 0.590 Nm/A, 회전자 관성 모멘트가 $0.671 \text{ Nmsec}^2 \times 10^{-4}$, 정성 마찰 계수가 0.2237 Nmsec, 마찰 토크가 2.39 Nm의 파라미터를 갖는 BLDD 모터에 대해 실험을 수행하였다. 주어진 전동기 파라미터에 대해 위치 제어를 위한 BLDD 모터의 수식은 다음과

같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -58.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 290.5 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -r \end{bmatrix} \quad (30)$$

실험에서 샘플링 시간은 300us 이다. 부하의 무게는 0.660kg을 사용하였으며, 선정된 $q=1.5$, $K_f=1$, C 는 10이다. 식(27)의 적용 이득은 q_1 은 2, q_2 은 0.1, q_3 은 0.05, q_4 은 0.1로 주었다. 다음의 그림은 비선형 슬라이딩 면을 가지는 가변 구조 제어에 대한 실험의 결과를 나타낸다.

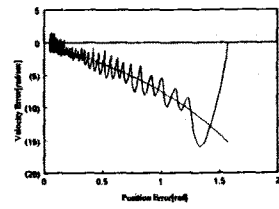
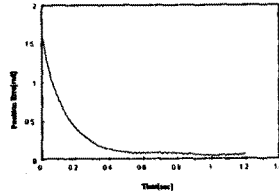


그림 3.2 적용 가변 구조 제어기의 슬라이딩 면

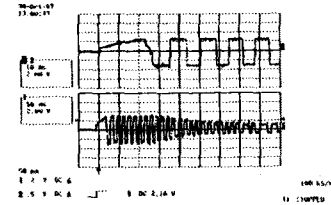


그림 3.4 제어 입력

4. 결론

불확실한 동적 시스템을 제어하기 위해서는 불확실성의 경계값이 제어기 설계에 있어서 중요한 값이나 여러 가지 이유로 구하기가 쉽지 않은 않다. 본 논문에서는 점근안정성을 보장하는 비선형 스위칭 면을 가지며 시스템의 불확실성의 경계값을 간단한 적용 법칙을 이용하여 추정하는 가변 구조 제어기를 제안하였다. 또한 BLDD 서보 모터의 실험을 통해 제어기의 타당성을 검증하였으며, 비선형 스위칭 면을 이용하여 응답속도를 높였으며, 불확실성의 강제에 대한 정보가 없이도 적용 법칙을 이용하여 추정이 가능함을 보였다.

5. 참고 문헌

- [1] V.I. Utkin and et al. "Methods for constructing discontinuity plane in multi-dimensional VSS(variable structure systems)", Int. Journal of Control, no. 10, pp. 72-77 October 1977.
- [2] T. Churn and Y. Wu "Design of brushless DC position servo systems using integral variable structure approach", IEE PROC.B vol.140 no.1 January 1993.
- [3] D.S. Lee and et al "Controller design of multivariable variable structure system with nonlinear switching surface", IEE PROC.D, vol.138, no. 5, 1991
- [4] P.C. Krause, Analysis of Electric Machinery, McGraw-Hill, 1987
- [5] U. Itkin, Control System of Variable Structure, New York: John Wiley & Sons, 1976
- [6] V.I. Utkin, "Variable Structure System with Sliding Mode," IEEE Trans. on Autom. Cont., vol. 22, pp. 212-222 1977
- [7] J. J. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-hall, 1991
- [8] "직접 구동용 브러쉬 없는 직류 전동기 서보 시스템 개발에 관한 연구", 한국 과학 기술원, 1992

2.1.2 선형화 모델

표면 부착 방식의 회전자를 갖는 브리쉬 없는 서보 모터의 경우 Saliency 효과를 무시하면 $L_q = L_d = L_s$ 이고, 또 단위 전류당 최대 토오크를 생성하기 위해 d상 성분은 전류를 영이 되도록 제어한다면 (3)식의 비선형 토오크식은 다음과 같이 q상 전류에 비례하는 선형화된 모델로 나타나, q상 전류에 의해 토오크를 직접 제어할 수 있다.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \Psi_F i_{qs} \quad (6)$$

또한, 전체 시스템의 비선형 방정식(5)은 다음과 같이 선형화 한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_s}{L_s} & -\frac{\Psi_F}{L_s} \\ \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2}\right)^2 \frac{\Psi_F}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_g}{L_s} \\ -\frac{P}{2} J_m T_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

이러한 선형화된 상태 방정식을 사용하여 제어함으로써 전류 전동기와 유사한 토오크-속도 특성을 얻을 수 있다. 또한, d축 전류를 영이 되도록 제어하기 때문에 d축 자속 성분은 회전자 영구 자석에 의한 성분만 남고, 고정자에서 인가한 3상 전류는 모두 q축에 나타나 회전자의 자속과 직각을 유지하므로 최대 토오크로 얻을 수 있다. 식(7)과 같이 선형화된 상태 방정식에서 전기적 시상수가 기계적 시상수보다 훨씬 작아 전기적 응답이 기계적 응답보다 훨씬 빨리 나타나고 전류 제어에 의해서 실제 전류가 전류 명령을 잘 따라 간다면 전기적 동특성을 무시하여 다음과 같은 DC전동기로 등가화 시킬 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -F \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 X_1 는 전동기 위치, X_2 는 전동기 속도, u 는 전류 명령(i_{qs}), A 는 $\frac{B_m}{J_m}$, B 는 $\frac{3}{2} \left(\frac{P}{2}\right)^2 \frac{\Psi_F}{J_m}$, F 는 $\frac{P}{J_m} T_L$ 을 나타낸다.

2.2 가변구조 제어기

다음과 같은 SISO(Single Input Single Output)시스템을 생각하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i=1, 2, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= \sum_{i=0}^n a_i x_i + bu + f(t) \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)를 간단히 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F(t) \quad (10)$$

여기서 u 는 제어입력, f 는 외란이며 a_i 는 상수이거나 시변수이며, 여기서 f, a_i 에 대해서는 정확히 알지는 못하지만 변화의 상한치와 하한치는 알고 있다고 가정한다. 가변 구조 제어기는 스위칭 면상에서 제어구조를 바꾸는 불연속적인 제어 입력으로 특징지어진다. 제어 입력은 아래와 같은 형태로 주어진다.

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \text{for } s(x) > 0 \\ u^-(x, t) & \text{for } s(x) < 0 \end{cases} \quad (11)$$

$s(x)$ 는 스위칭 면이다. 식(11)과 같은 불연속적인 제어 입력을 가지고 스위칭 면의 부호에 따라 시스템의 변환 구조를 변화시킨다. 이론적으로 스위칭 면상에서 무한대 스위칭이 발생하면, 상태 변수의 재적은 스위칭 면상 $s(x) = 0$ 에 비물면서 비결어지 내러가게 된다. 이 상태를 슬라이딩 모드라 한다. 적절한 선택된 제어 입력 u 에 대하여 주어진 스위칭면에서 슬라이딩 모드가 존재한다고 할 때, 슬라이딩 모드에서의 시스템 동특성은 다음과 같은 방정식을 따른다.

$$s(x) = 0 \quad \text{and} \quad \dot{s}(x) = 0 \quad (12)$$

상태 공간에서의 비선형 스위칭면은 다음과 같이 두자

$$s(x) = s_L(x) + s_M(x) \quad (13)$$

단, $s(x) \subset R^m$ 이다. 여기서 $s_L(x)$ 항은 $s(x)$ 의 선형부분이고, $s_M(x)$ 는 비선형 부분이다. 상태 공간에서의 선형 스위칭 면은 다음과 같이 주어진다.

$$s_L(x) = C \cdot x \quad (14)$$

여기서 $C = [C_1^T, C_2^T, \dots, C_n^T]^T \subset R^{m \times n}$ 이고, C_i 는 상수이며 $C_n = 1$ 이다. 이 방정식은 Hurwitz 조건을 만족시킨다. $s_M(x)$ 항은 $s(x)$ 의 비선형 부분이고 이 항은 점근적 안정도를 만족하는 다중 다항식으로 구성되고 있다. 이 항들은 과도 상태 성능을 향상시키기 위해 사용된다. [3] [3]으로부터 비선형 스위칭 면은 다음과 같다.

$$s_i(x) = c_{ix} + \sum_{j=1}^n d_{ij} \prod_{k=1}^m z_k^b \quad (15)$$

여기서 첫 번째 항은 Hurwitz 기준을 만족하는 선형 시변 함수이다. 그리고 과도 상태의 성능을 향상시키기 위한 비선형 부분은 다중 다항식의 형태이며 두 번째 항에 있다. 비선형 스위칭 면은 페드포프의 점근적 안정도를 만족시킨다. 그러므로 비선형 스위칭 면을 갖는 가변 구조 제어 시스템은 점근적으로 안정하다.

2.3 적용 가변 제어기

위치 제어를 위한 BLDD 서보 모터의 상태방정식이 (8) 식에 의해 아래와 같이 이루어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= ax_2 + bu + f \end{aligned} \quad (16)$$

일반적으로 시스템의 제어 입력은 저주파수인 u_{eq} 와 고주파수인 Δu 로 다음과 같이 구성되어 있는데 가변구조 제어기에서의 제어 입력을 다시 표현하면 다음과 같이,

$$u(t) = u_{eq}(t) + \Delta u(t) \quad (17)$$

Δu 의 역할은 불확실성이나 비선형의 결과를 보상하고 슬라이딩 모드가 발생할 때까지 슬라이딩 면을 향해 시스템의 궤환을 끌어 당긴다. u_{eq} 는 슬라이딩 모드에 진동의 입력의 효과를 줄이고, 중요한 상호작용에 의한 제거를 통해서 채터링 크기를 완화시킨다.

식(17)에 의해 BLDD 서보 모터의 상태 스위칭 면은 다음과 같이 두자.

$$s(x) = x_2 + cx_1 + ax_1^3 \quad (18)$$

여기서 $q > 0$ 이면, 스위칭 면은 Lyapunov stable 하다. 비선형 스위칭 면은 시간에 대해 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) &= \dot{x}_2 + c\dot{x}_1 + 3ax_1^2\dot{x}_1 \\ &= ax_2 + bu + f + cx_2 + 3ax_1^2x_2 \end{aligned} \quad (19)$$

이 된다. 슬라이딩 모드 존재 조건으로부터 등가 제어 입력은 다음과 같다.

$$u_{eq}(x, t) = -\frac{1}{b}(a+c)x_2 + 3ax_1^2x_2 + f \quad (20)$$

식(20)의 파라미터는 가변 구조 시스템과 부하에 의해 좌우되며, 이것은 파라미터의 정확한 계산이 복잡하여 정확하게 구하기 어렵다. 그래서 단지 부하 파라미터를 다음과 같이 추정하여 얻는다.

$$u = \widehat{u}_{eq} + \Delta u \quad (21)$$

여기서 \widehat{u}_{eq} 는 u_{eq} 의 추정치이다. 식(19)에서 제어입력을 평균치로 구하면 다음과 같다.

$$\widehat{u}_{eq}(x, t) = -\frac{1}{b}(\widehat{a}+c)x_2 + 3ax_1^2x_2 + f \quad (22)$$

식(19), 식(21)으로부터

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) &= ax_2 + M\widehat{u}_{eq} + \Delta u + f + cx_2 + 3ax_1^2x_2 \\ &= (a+c)\left(-\frac{1}{b}(\widehat{a}+c)x_2 + f\right) + (f + \frac{c}{b}f) + (1 - \frac{c}{b})3ax_1^2x_2 + \Delta u \\ &= M(x, t) + \Delta u \\ &\leq K(x, t) + \Delta u \end{aligned} \quad (23)$$

단, $\|h(x, t)\| \leq H(x, t) = aY(x, t)$ 이다. 여기서 Δu 를 다음과 같이 두자. 즉,

$$\Delta u = -\widehat{a}Y(x, t) - Ksgm(s) \quad (24)$$