

자기동조 퍼지추론 기법에 의한 도립전자의 안정화 제어

°심영진* , 김태우* , 이오걸**, 박영식#, 이준택##

*동아대학교 전기공학과 박사과정, **동의공전 전기과 조교수, #동의대학교 전산통계학과 부교수, ##동아대학교 전기공학과 부교수

Stabilization Control of Inverted Pendulum by Self tuning Fuzzy Inference Technique

° Shim Young Jin*, Kim Tae Woo*, Lee Oh Keol**, Park young Sik#, Lee Joon Tark##

- * Student of Ph.D. course , Dept. of Electrical Eng. , Dong-A Univ.
- ** Ph.D., Assistant professor , Dept. of Electrical Eng. , Donggeui T.C.
- # Ph.D., Associate professor , Dept. of Computer Eng. , Donggeui Univ.
- ## Ph.D., Associate professor , Dept. of Electrical Eng. , Dong-A Univ.

Abstracts In this paper, a self-tuning fuzzy inference technique for stabilization of the inverted pendulum system is proposed. The facility of this self-tuning fuzzy controller which has a swing-up control mode and a stabilization one, moves a pendulum in an initial natural stable equilibrium point and a cart in arbitrary position, to an unstable equilibrium point and a center of rail. Specially, the virtual equilibrium point(ϕ_{veq}) which describes functionally considers the interactive dynamics between a position of cart and a angle of inverted pendulum is introduced. And comparing with the convention optimal controller, the proposed self-tuning fuzzy inference structure made substantially the inverted pendulum system robust and stable.

2 도립전자 시스템의 수학적 모델링

도립전자 시스템은 그림 1에서와 같이 마찰을 고려하면 2계 미분 방정식으로 표현될 수 있다.

대차

$$M\ddot{z}(t) + \mu\dot{z}(t) = a \cdot \mu(t) - H(t) \tag{1}$$

진자의 수평 방향

$$\begin{aligned} H(t) &= m \frac{d^2}{dt^2} \{ z(t) + L \sin \phi(t) \} \\ &= m \ddot{z}(t) + mL \{ \ddot{\phi}(t) \cos \phi(t) - \dot{\phi}^2(t) \sin \phi(t) \} \end{aligned} \tag{2}$$

수직 방향

$$\begin{aligned} V(t) - mg &= m \frac{d^2}{dt^2} \{ L \cos \phi(t) \} \\ &= -mL \{ \ddot{\phi}(t) \sin \phi(t) + \dot{\phi}^2(t) \cos \phi(t) \} \end{aligned} \tag{3}$$

회전 방향

$$J_p \ddot{\phi}(t) = \bar{V}(t) \sin \phi(t) - LH(t) \cos \phi(t) - \eta \dot{\phi} \tag{4}$$

1. 서론

대부분의 시스템은 비선형이므로, 이 시스템을 제어하기 위한 수학적인 모델링은 상당히 번거로우며, 모델링을 하더라도 대단히 복잡한 구조가 된다.

특히, 동작 범위가 넓거나 시변 파라미터와 외란이 있는 비선형 시스템의 해석 및 제어 문제에서는 최적제어와 같은 고전적 제어기법으로는 한계가 있다. 비선형 시스템을 제어하기 위해 1965년 L. A. Zadeh에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은 수학적 모델링이 곤란하거나, 비선형성이 강한 시스템에 많이 적용되어지고 있다. 퍼지제어기의 구성시 규칙과 전·후건부의 파라미터는 전문가의 경험이나, 지식에 의존하여 주관적으로 결정되기 때문에, 안정한 제어 시스템의 설계가 곤란해진다.

따라서, 본 논문에서는 로켓이나 2족 보행로봇(biped robots)의 자세제어의 기본이 되는 비선형 시스템의 하나인 도립전자(inverted pendulum) 시스템을 자기동조 퍼지 추론기법에 의해서 안정화 제어를 한다. 도립전자 시스템은 복잡한 비선형성으로 인해 정확한 수학적 모델링이 곤란하며, 고전적인 제어기 설계법과 상태 공간 해석법에 근거한 현대 제어이론으로는 제어기 설계가 쉽지 않다. 따라서, 제안하는 자기동조 퍼지 제어기는 크게 두 부분으로 구성되는 데, 대차의 현재위치를 고려하여 고유 안정 평형점의 진자를 안정화 근방의 영역으로 회전시켜 올리는 퍼드포워드 형태의 제어기인 상승회(swing-up)제어기와, 안정화 영역내의 진자를 불안정 평형점에 위치하도록 하며 동시에 원하는 위치로 이동시키는 안정화(stabilization) 제어기로 구성된다. 특히, 안정화 제어기는 진자와 대차의 상호작용을 고려한 가상 평형점(virtual equilibrium point)을 하부 구조에서 추론하고, 상부 구조에서는 이 추론치로 대차의 위치를 이동시켜 진자의 제어를 행하는 이중 추론 구조로서 비선형성이 강한 도립전자 시스템에 적용하여 자기조정 퍼지 추론기법과 일반 퍼지제어기법을 비교함으로써 동복성 및 외란의 적용빈을 비교하므로써 제안하는 제어기의 우수성과 그 유용성을 입증하고자 한다.

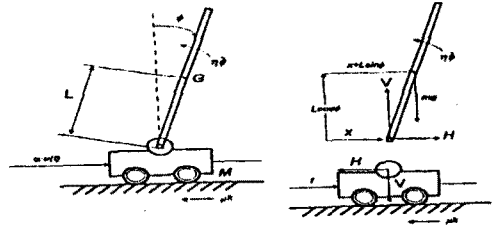


Fig. 1 Mathematical modeling of the inverted pendulum system

단, 대차의 진동기 풀리에 감긴 와이어 벨트에 의해 X,Y평면 상으로만 움직이며 각 변수들에 대한 정의와 그 파라미터 값은 표 1과 같다.

Table-1. Parameters of the invert pendulum system

PARAMETER	DESCRIPTION	VALUE	UNIT
m	Mass of the pendulum	0.112	kg
L	Length from the pivot to the mass center of pendulum	0.255	m
V	Vertical reactive force at the pivot	$kg \cdot m/s^2$	
H	Horizontal reactive force at the pivot	$kg \cdot m/s^2$	
J_p	Inertia moment of the pendulum	0.00282	$kg \cdot m^2$
M	Mass of the cart	0.4883	kg
x	Horizontal position of the cart	-0.476	m
ϕ	Angle of the pendulum from the vertical line	π	rad
r	Wire belt pulley radius	0.0071	m
a	Driving force coefficient	0.738	$kg \cdot m^2/V$
u	Input voltage to push the cart	-10 ~ 10	V
G	Mass center of the pendulum		
g	Gravitational acceleration constant	9.8	m/s^2
μ	Friction coefficient	2.215	kg/L
δ	Coefficient related to rotation moment of the pendulum	0.00159	$kg \cdot m^2/s$

그림 1에서 수평반발력은 대차에서 크게 발생되며, 피봇에서는 미소하므로 뒷식의 H 를 무시할수 있으므로 대차에 관한 식(1)은

$$\ddot{x} = \frac{a}{M} \mu - \frac{H}{M} \dot{x} \quad (5)$$

으로 된다. 결과적으로 독립진자 시스템은 식(6)의 x, ϕ 의 각각에 대한 선형 2계 미분방정식으로 정리된다.

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{(J - \mu + mL^2)} (mgl\phi - mL\dot{x} - \eta\phi) \quad (6)$$

이거시, $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \phi, x_4 = \dot{\phi}$ 와 같이 상태변수를 선택하면 다음의 상태방정식으로 기술될 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$y = Cx \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{g}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu mL}{M(J_p + mL^2)} & 0 & -\frac{g}{J_p + mL^2} & \frac{mgl}{J_p + mL^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{a}{M} \\ 0 \\ -\frac{a\mu L}{M(J_p + mL^2)} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

이다.

3. 독립진자 시스템의 자기동조 퍼지제어의 설계

3.1 자기동조 퍼지 제어기

퍼지추론에 있어서 멤버십함수를 자기동조 알고리즘을 이용하여 자동조정 하므로써 퍼지제어에서 시스템의 정상상태에서 과도하게 이산 제어되는 것을 보다 유연하면서도 정밀하게 제어할 수 있다는 잇점이 있다.

따라서, 본 논문에서는 최급강화법을 이용한 퍼지추론의 자동동조 기법으로 전진부의 멤버십 함수의 폭과 중심치를 조정하고 후진부의 출력에 대한 식 (10)의 파라미터 w 를 최소가 되도록 반복학습으로 자동동조시킨다.

$$w = \frac{1}{2} (u_1 - u_0^*)^2 \quad (10)$$

최급강화법을 이용한 자기조정기법에서는 입력데이터 x_i 가 입력되면 퍼지 추론의 추론값 u_0^* 와 출력치 u_1 의 추정오차의 재급 w 가 최소가 되도록 최적화한다.

이때, 각 조정 파라미터에 대해 w 의 값이 최대로 감소하는 방향을 나타내는 벡터는 $-\frac{\partial w}{\partial c_1}, -\frac{\partial w}{\partial b_1}, -\frac{\partial w}{\partial u}$ 로 되며, 식(9)-

식(11)을 이용하여 최소화 되도록 학습시킴으로서 자동동조가 가능하다.

$$c_1(t+1) = c_1(t) - G_c \frac{\partial w}{\partial c_1} \quad (11)$$

$$b_1(t+1) = b_1(t) - G_b \frac{\partial w}{\partial b_1} \quad (12)$$

$$u(t+1) = u(t) - G_u \frac{\partial w}{\partial u} \quad (13)$$

여기서, G_a, G_b, G_c 는 각 벡터량에 따라 정해지는 학습계수이며, 식(11)-식(13)은 충분한 학습계수에도 불구하고 발산되지 않도록 적절한 크기로 제한한다.

$$\frac{\partial w}{\partial c_1} = \sum_{j=1}^{\mu_1} \mu(u_1 - u_0^*)(u - u_1) \text{sgn}(x_j - c_1) \frac{2}{b_1 F_1(x_{j1})} \quad (14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial b_1} = \sum_{j=1}^{\mu_1} \mu(u_1 - u_0^*)(u - u_1) \frac{1 - \mu F_1(x_{j1})}{b_1 F_1(x_{j1})} \frac{1}{b_1} \quad (15)$$

$$\frac{\partial w}{\partial u_1} = \mu (u_1 - u_0^*) \quad (16)$$

여기서, sgn 함수는 다음과 같은 값을 갖는 부호함수를 이용하였다.

$$\text{sgn}(f) = 1 \text{ then } f \geq 0 \quad (17)$$

$$\text{sgn}(f) = -1 \text{ then } f < 0$$

설계된 독립진자 시스템의 진자가 강제이고 구동력은 펄스에 인가되는 입력 전압에 비례하여 지연없이 운송차로 전달된다고 가정한다. 출력요소는 대차의 위치 $x[m]$ 와 진자의 각도 $\phi[rad]$ 이다. 제어물 위하여 두가지 형태의 제어기를 고려하였다.

첫째, 상신회 제어기는 대차의 위치 x 와 \dot{x} 로부터 고유 안정 평형점(natural stable equilibrium point)에 위치하고 있는 진자를 불안정 평형점(unstable equilibrium point) 주위의 안정화 영역으로 이동시킨다. 둘째, 상신회 제어기로부터 추론된 ϕ_{ver} 로서 안정화 제어기에서는 진자를 불안정 평형점에 유지하고 대차를 레일의 한 가운데에 위치시킨다. 퍼지제어의 구성도는 그림 2와 같으며, 먼저 개측된 진자의 각도 $\phi[rad]$ 과 대차의 위치 $x[m]$ 의 크리스프한 정보를 받아들이어 퍼지화부에서 퍼지값으로 변환된다. 자기동조 퍼지제어부는 현재의 독립진자 시스템의 상태에 의해 결정되는 안정화 제어신호를 퍼지값으로 출력한다. 출력된 퍼지값은 비퍼지화부를 거쳐 제어 신호로 주어지고 이에 따라 대차가 움직인다. 진자의 각도 및 대차의 위치는 센서에 의해 계속되며 퍼지 제어기의 퍼지화부로 입력된다.

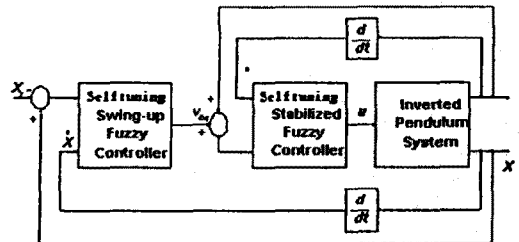


Fig.2 Block diagram of fuzzy control system

3.2 자기동조 퍼지제어 기법

진자의 상태에 따라 안정한 제어기를 설계하기 위해 자기동조 퍼지 제어규칙을 제시한다. 진자를 바로 세우는 방법은 간단히 "진자가 오른쪽(positive)로 넘어지면 제어 입력 u 를 양(positive)으로 하여 운송차를 오른쪽으로 움직여라"와 같이 쓸 수 있다.

이것을 if-then 형식으로 표시하면

If ϕ is Positive then u is Positive (18)

로 된다. 여기서 진자가 넘어지는 속도 $\dot{\phi}$ 까지 고려하면 ϕ 가 Positive인 때 다시 세가지의 경우가 생긴다. 표 2는 각도 ϕ 및 각도의 변화량 $\dot{\phi}$ 에 대한 전체 25개의 퍼지 제어 규칙을 나타낸다.

Table-2. Fuzzy control rules for the inverted pendulum

$\dot{\phi}$ \ ϕ	NB	NM	ZO	PM	PB
NB	NG	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NM	NS	ZO	PS
ZO	NM	NS	ZO	PS	PM
PM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PG

그림 3은 입력변수 즉, 진자의 각도 ϕ 및 각도의 변화량 $\dot{\phi}$ 와 출력변수인 제어입력 u 에 대한 소속함수를 각각 나타내고 있다. 출력변수는 싱글톤으로 구성하였다.

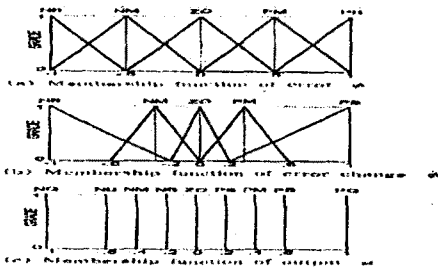


Fig. 3 Membership function for the inverted pendulum

그림 4은 운송차의 위치 x 및 위치 변화량 \dot{x} 의 소속함수와 가상평형점 ϕ_{VEq} 의 소속함수이다. 전진부는 삼각형, 후진부는 싱글톤 형태로 구성하였다.

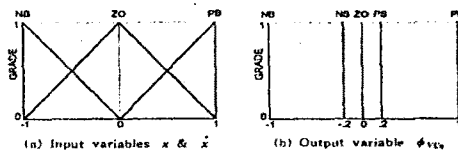


Fig. 4 Membership function for ϕ_{VEq}

표 3은 가상 평형점 ϕ_{VEq} 에 대한 퍼지 제어 규칙표이다.

Table-3. Fuzzy control for the virtual equilibrium point ϕ_{VEq}

ϕ_{VEq} \ ϕ	NB	ZO	PB
NB	NS	NR	ZO
ZO	NS	ZO	PS
PB	ZO	PB	PS

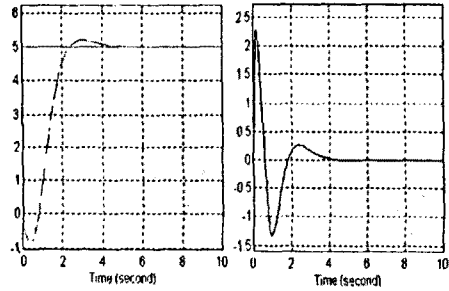
NB: Negative Big NS: Negative Small ZO: Approximately Zero
PB: Positive Small PS: Positive Big

이다.

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

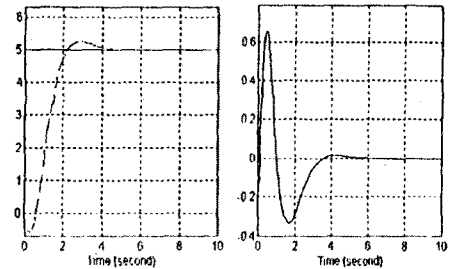
1) 대차의 초기위치는 $-0.4[m]$, 진자의 초기각도 $-0.2[rad]$ 일 때 일

반 퍼지제어인 경우의 시뮬레이션의 결과이며, 각각 대차의 위치 (x) , 진자의 각도 (ϕ) , 제어신호 (u) , 가상평형점 (ϕ_{VEq}) 을 나타낸다.



(a) 대차의 위치 x (b) 진자의 각도 ϕ
Fig. 5 General Fuzzy Control Results

2) 위와 동일한 조건하의 자기동조 퍼지제어의 경우를 나타낸다.



(a) 대차의 위치 x (b) 진자의 각도 ϕ
Fig. 6 Self tuning Fuzzy Control Results

5. 결론

본 논문에서 제시한 자기동조 퍼지제어인 경우 일반 퍼지 제어에 비해서 대차의 위치가 약간의 오버 슈트로서 안정적으로 목표 위치에 수렴함을 보였다.

- 1) 대차의 초기위치 $-0.4[m]$, 진자의 초기각도 $-0.2[rad]$ 인 경우 대차의 최대 오버슈트는 $0.10[m]$ 를 보였고, 응답시간은 일반 퍼지 제어에서 $6.4[sec]$ 인데 비하여 자기동조 퍼지제어인 경우 $2.0[sec]$ 로 약 $4.4[sec]$ 로 빠른 응답을 보였다.
- 2) 시뮬레이션의 경우 레일의 마찰이나 진동, 구동력의 지연등은 고려하지 않았으며, 평가함수로 사용된 비증행법은 시행착오적으로 미리 선정하였기 때문에 더 좋은 성능을 얻을수 있었다.
- 3) 자기동조 퍼지제어기의 경우 외부 외란등 비선형성이 강한 복잡함 플랜트에 대해 수학적 모델링이 필요로하지 않기 때문에 제어기를 간단하게 구성할수 있다.

참고문헌

- [1] 川俗實治, "現代制御理論を使った倒立振り子の實驗[1]", トランシスタ技術, pp.315-322, May, 1993.
- [2] 外川一仁, 川俗實治, "現代制御理論を使った倒立振り子の實驗[2]", トランシスタ技術, pp.367-374, June, 1993.
- [3] Shigeyasu Kawaji, Teruyuki Maede, "Fuzzy Servo Control System for an Inverted Pendulum", Fuzzy Engineering toward Human Friendly Systems, Vol2, pp.812-823, 1991.
- [4] Kazushi Nakano, Miyoichi Eguchi, Yoshihiro Yamaguchi, "Fuzzy Reasoning Control of Inverted Pendulum with Considering of Interaction with Cart", T.IEE Japan, Vol.115-C, No.1, 1995.
- [5] Yumi Saito, Tsutomu Ishida, "Fuzzy PID hybrid control - An application to burner control", Proc. of the International Conference on Fuzzy Logic & Neural Networks, pp.65-69, 1990