

# 유전 알고리즘을 이용한 강인한 모델 추종형 PD 제어 시스템의 설계

조규일·황현준·김동환\*\*·서경일\*\*\*·이경홍\*·박준호\*·황창선\*

## A Design on Robust Model Following PD Control System Using Genetic Algorithm

\*K. Y. Cho · II. J. Hwang · D. W. Kim\*\* · J. I. Seo\*\*\* · K. H. Lee\* · J. H. Park\* · C. S. Hwang\*

\* Dept. of Electrical Engineering, Pusan National University

\*\* Dept. of Electricity, Dong-Myung Junior College

\*\*\* Korea Electrotechnology Research Institute

**Abstract** - This paper suggests a design method of the robust model following PD control system using genetic algorithm. This PD control system is designed by applying genetic algorithm with reference model to the optimal determination of proportional and derivative gains that are given by PD servo controller.

These proportional and derivative gains are optimized simultaneously in the search domain guaranteeing the robust stability of closed-loop system satisfying different stability margins. The effectiveness of this PD control system is verified by computer simulation.

사용하여 PD 제어기의 비례 및 미분이득을 동시에 최적화한다. 끝으로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 설계된 PD 제어 시스템의 유용성을 확인한다.

### 2. 디젤엔진의 연료주입 제어 시스템

본 연구에서는 H. Kuraoka와 N. Ohka 등[5]에 의해 제시된 연료주입 시스템의 적분요소 첨가형 선형 모델을 사용한다. 온도 변화에 따른 파라메타 변동과 그에 따른 시스템의 모델링 오차를 해석하기 위해 제시된 3가지의 선형모델들은 각각 아래와 같다.

$$P_{\omega}(s) = \frac{-1.736 \times 10^{-3}s^2 + 4.939 \times 10^5s - 3.137 \times 10^5}{s^4 + 98.34s^3 + 9.223 \times 10^5s^2 + 8.771 \times 10^4s} \text{ at } 0^\circ\text{C} \quad (2.1)$$

$$P_{25}(s) = \frac{-5.498s^2 + 4.007 \times 10^5s - 4.444 \times 10^5}{s^4 + 93.72s^3 + 9.520 \times 10^5s^2 + 1.214 \times 10^5s} \text{ at } 25^\circ\text{C} \quad (2.2)$$

$$P_{60}(s) = \frac{-4.677s^2 - 2.859 \times 10^5s - 5.053 \times 10^5}{s^4 + 91.53s^3 + 1.008 \times 10^6s^2 + 1.762 \times 10^5s} \text{ at } 60^\circ\text{C} \quad (2.3)$$

### 3. 디젤 엔진의 연료주입 PD 제어 시스템의 설계

일반적으로 시스템의 정상 상태 오차를 제거하기 위해서는 적분 제어요소(I)가 필요하나 본 연구에서는 제어대상이 적분요소 첨가형 플랜트로서 이를 포함하고 있기 때문에 비례 제어요소(P)와 미분 제어요소(D)만 고려하여 디젤 엔진의 연료주입 PD 제어기를 설계하기로 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 사항들을 고려하여 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템을 설계한다.

- 시스템의 응답속도와 외란제거 및 강인한 안정성 등을 고려하여 이득교차 주파수(gain crossover frequency)  $\omega_c$ 는 25(rad/sec)로 한다.
- 단위 계단응답에 대한 시스템의 최대 오버슈트는 정상상태 값의 30%이내로 한다.

### 4. 유전 알고리즘을 이용한 강인한 모델 추종형 PD 제어기의 설계

#### 4.1 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 적자생존의 원리에 의해 확률적인 방법으로

### 1. 서 론

일반적으로 PID 제어기는 구조가 간단하여 구현하기가 쉬우며 광범위한 프로세서에 대해서도 제어성능을 효율적으로 유지할 수 있으므로 아직까지 산업현장에서 폭넓게 사용되고 있다. 한편 최근까지 이득 여유 및 위상 여유와 같은 안정도 여유(stability margin) 등을 고려하여 최적의 PID 제어기를 설계하는 다수의 방법들[1-3]이 발표되었으나 대부분이 복잡한 수학적 해석 및 최적화의 과정을 필요로 하므로 실제 적용상에 어려움이 있다.

1970년대 초만 J. Holland에 의해 제시된 유전 알고리즘(genetic algorithm)[4]은 자연계에 존재하는 적자생존의 원리를 이용하여 적합도가 큰 문자열(string)을 다음 세대에 복제함으로써 진역해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘은 기존의 최적화 이론들과는 근본적으로 다른 중요한 특징들을 가지고 있다. 특히 다수의 변수들을 하나의 문자열로 부호화(coding)화함으로써 병렬연산 및 동시최적화가 가능하다. 따라서 최근 공학적인 분야를 중심으로 많은 적용사례들이 발표되고 있다.

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 복잡한 최적화의 과정없이 비례 및 미분이득을 동시에 최적화함으로써 시스템의 파라메타 변동에 대한 강인한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템을 설계한다. 이를 위해 강인한 안정성을 가지는 해집단내에서 미리 설정된 안정도 여유값(이득 여유, 위상 여유)들을 만족하면서 기준모델의 출력률 최적으로 추종하도록 유전 알고리즘을

로 최적해를 찾아가는 최적화 기법중의 하나이다. 유전 알고리즘의 특징 및 상세한 내용은 참고문헌[4]에 제시되어 있으므로 본 연구에서는 이를 생략한다.

#### 4. 2 강인한 안정성과 안정도 여유

디젤 엔진의 연료주입 PD 제어 시스템이 외란제거, 강인한 안정성 및 특정 안정도 여유값(이득 여유, 위상 여유)들을 가지기 위해서는 최적화에 따른 실질적인 제한조건(constraint)들이 필요하다. 한편 공칭 성능(nominal performance)과 강인한 안정성(robust stability)을 위한 필요충분조건식[6]은 각각 다음과 같다.

$$\|W_1(s)S(s)\|_{\infty} < 1 \quad (4. 1)$$

$$\|W_2(s)T(s)\|_{\infty} < 1 \quad (4. 2)$$

여기서  $W_1(s)$ 와  $W_2(s)$ 는 각각  $S(s) \triangleq [I + P_{25}(s)K(s)]^{-1}$ ,  $T(s) \triangleq [I + P_{25}(s)K(s)]^{-1}P_{25}(s)K(s)$ 로 정의되는 감도(sensitivity)함수  $S(s)$ 와 상보감도(complementary sensitivity)함수  $T(s)$ 에 대한 가중치 함수(weighting function)이다. 또한  $\|\cdot\|_{\infty}$ 는  $\infty$  노름(norm)을 나타낸다.

그런데 일반적으로  $\infty$  노름을 정확히 계산할 수 없으므로 다음과 같이 적절한 상한치  $\gamma (> 0)$ 에 대해 먼저 식(4. 3)과 같은 해밀토니안 행렬(Hamiltonian matrix)  $H_{\gamma i}$ 를 구한다. 여기서 행렬  $A_{wi}$ ,  $B_{wi}$ ,  $C_{wi}$ ,  $D_{wi}$  ( $i = 1, 2$ )는 각각 전달함수  $G_1(s) \triangleq W_1(s)S(s)$ 와  $G_2(s) \triangleq W_2(s)T(s)$ 의 상태공간모델식으로부터 구할 수 있으며 뒷첨자 T는 전치(transpose)를 나타낸다.

$$H_{\gamma i} = \begin{bmatrix} A_{wi} & B_{wi}B_{wi}^T \times \gamma^{-1} \\ -C_{wi}^T C_{wi} \times \gamma^{-1} & -A_{wi}^T \end{bmatrix} \quad (4. 3)$$

그런데 식(4. 3)으로 주어지는 해밀토니안 행렬  $H_{\gamma i}$ 에 대해 다음의 관계[6]가 성립한다.

•  $\|G(s)\|_{\infty} < \gamma$  if and only if  $H_{\gamma i}$  has no imaginary eigenvalues

따라서 식(4. 1)과 식(4. 2)가 각각 만족하기 위해서는  $\gamma = 1$  일 때 해밀토니안 행렬  $H_{\gamma i}$ 에 대한 고유치(eigenvalue)  $\lambda_{ij}$  ( $j = 1, 2, 3 \dots n$ )의 실수부(real part)  $\lambda_{ij}^R = \text{Re}[\lambda_{ij}]$ 에 대하여 다음의 식이 만족하면 된다.

$$\prod_{j=1}^n \lambda_{ij}^R = \prod_{j=1}^n \text{Re}[\lambda_{ij}] + 0 \quad (4. 4)$$

또한 이득 여유  $G_m$ 와 위상 여유  $P_m$ 는 각각 다음과 같다. 여기서  $\omega_p$ 와  $\omega_g$ 는 각각 위상교차 주파수(phase crossover frequency) 및 이득교차 주파수이고  $L(s)$ 는 루프전달함수(loop transfer function)이다.

$$G_{mb} = \frac{1}{|L(j\omega_p)|} \quad (4. 5)$$

$$G_m = 20 \times \log_{10}(G_{mb}) \text{ [dB]} \quad (4. 6)$$

$$P_m = 180 + \angle L(j\omega_p) \text{ [deg]} \quad (4. 7)$$

#### 4. 3 강인한 모델 추종형 PD 제어기의 설계

유전 알고리즘을 사용하여 강인한 모델 추종형 PD 제어기의

비례이득  $K_p$ 와 미분이득  $K_D$ 를 동시에 최적화하기 위한 각각의 탐색구간  $D_1$ 과  $D_2$ 는 다음과 같다.

$$D_1: L_1 = -50 \leq K_p \leq -0.1 = U_1 \quad (4. 8)$$

$$D_2: L_2 = -5 \leq K_D \leq -0.01 = U_2 \quad (4. 9)$$

여기서 비례이득  $K_p$ 와 미분이득  $K_D$ 를 동시에 최적화하기 위해 이들 2개의 변수를 하나의 문자열에 적절한 크기( $m = m_2 = 10$ )의 비트(bit)수로 부호화한다. 한편 비트수  $m_2$ 로 부호화된 임의의  $j$ 번째 파라메타  $X_j$ 에 대하여 대응하는 탐색구간  $D_j$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$X_j = L_j + \frac{U_j - L_j}{2^{m_j} - 1} (U_j - L_j) \quad (4. 10)$$

또한 유전 알고리즘을 사용하여 모델 추종형 PD 제어 시스템의 설계시 특정 안정도 여유값들을 보장하기 위해 설정된 이득 및 위상 여유값들은 다음과 같다.

$$G_m \geq G_{m0} = 13 \text{ [dB]} \quad (4. 11)$$

$$P_m \geq P_{m0} = 50 \text{ [deg]} \quad (4. 12)$$

식(4. 11), 식(4. 12)로 주어진 제한조건들은 페널티법(penalty method)[4]에 의해 적합도(fitness)에 반영된다 이를 위해 본 연구에서는 페널티 함수  $\phi$ 를  $\phi(h_k(X_j)) \triangleq |h_k(X_j)|$ , ( $k = 1, 2$ ),  $h_1(X_j) \triangleq G_m - G_{m0} (\geq 0)$ ,  $h_2(X_j) \triangleq P_m - P_{m0} (\geq 0)$ 로 각각 정의하였다. 또한 페널티 계수  $\gamma_i$ 는 각각  $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ 으로 선정하였다.

본 연구에서는 디젤엔진의 연료주입 PD 제어 시스템이 실제 사양에 따른 최적의 명령추종성을 가지도록 식(4. 13)과 같이 적절한 기준모델(reference model)을 선정된 후 유전 알고리즘을 사용하여 플랜트의 출력이 기준모델의 출력을 추종하도록 하였다. 기준모델은 실제사양에 따른 최적의 응답특성을 가지도록 [TAE 최소표준형 2차모델( $\omega_0 = 25.5 \text{ rad/sec}$ )]로 선정하였다.

$$M_r(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 1.4 \times \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4. 13)$$

또한 기준모델 및 유전 알고리즘에 따른 개별 문자열의 적합도  $fit_{weight}$ 는 온도변화에 따른 시스템의 파라메타 변동에 대해서도 제어 시스템의 성능을 보장하기 위해 적절한 가중치(weight value)를 도입하여 식(4. 14) 및 식(4. 15)와 같이 선정하였다. 여기서  $k(t+1) = k(t) + T_s$ ,  $k(1) = 0 \text{ [sec]}$ 이며  $T_s = 0.07 \text{ [sec]}$ 는 샘플링 시간(sampling time)을 나타낸다.

$$\begin{aligned} err_{fit_{weight}} &= \sum_{k=1}^n w_1 \times [\sum_{l=1}^n \text{abs}(err_l(k(t))) + \sum_{l=1}^n r_s \times \phi(h_s(X_j))] \\ &= \sum_{k=1}^n w_1 \times [\sum_{l=1}^n \text{abs}(y_m(k(t)) - y(k(t))) \\ &\quad + \sum_{l=1}^n r_s \times \phi(h_s(X_j))] \end{aligned} \quad (4. 14)$$

$$fit_{weight} = \frac{1}{1 + err_{fit_{weight}}} \quad (4. 15)$$

단 각각의 가중치는 제어 시스템의 공칭 성능 및 기준모델에 대한 추종성 등을 고려하여  $w_1 = 0.20$ ,  $w_2 = 0.65$ ,  $w_3 = 0.15$  ( $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ )로 선정하였다. 여기서  $y(k(t))$ ,  $y_m(k(t))$ 는 각각 연료주입 시스템 및 기준모델의 출력율,  $err_l(k(t)) = \text{abs}(y_m(k(t)) - y(k(t)))$ 는 이에 따른 기준모델 추종오차를 나타낸다.

## 5. 시뮬레이션 및 비교고찰

유전 알고리즘에 의해 선정된 PD 제어기의 비례이득  $K_P$ 와 미분이득  $K_D$  그리고 각각의 안정도 여유값들과 적합도는 표 1과 같다. 표 1로부터 제시된 방법의 경우는 시행착오법과는 달리 최적화에 따른 제한조건으로 인해 앞에서 설정한 안정도 여유값들을 모두 만족시키고 있음을 알 수 있다.

표 1 유전 알고리즘에 의해 선정된 비례이득  $K_P$ 와 미분이득  $K_D$  그리고 각각의 안정도 여유값들과 적합도

	$K_P$	$K_D$	$G_m$ ( $\geq 13[\text{dB}]$ )	$P_m$ ( $\geq 50[\text{deg}]$ )	$err_{\%}$	$ft$
Trial-&-Error	-7.5000	-0.1000	15.6585	41.1641	0.5638	0.6436
$H_{\infty}$ Controller[5]	-	-	13.6772	52.1892	0.4134	0.7075
Proposed Method	-5.6037	-0.2393	13.7547	65.8449	0.1677	0.8564

그림 1 ~ 그림 3은 설계된 연료주입 PD 제어 시스템의 온도 변화에 따른 각각의 단위 계단응답과 기준모델 추종오차를 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 적합도가 가장 높은 4장에서의 방법( $ft_{\text{unit}} = 0.8564$ )이 기준모델의 응답에 가장 잘 추종하며 이에 따라 과도응답 특성도 시행착오법( $ft_{\text{unit}} = 0.6436$ ) 및  $H_{\infty}$  제어기( $ft_{\text{unit}} = 0.7075$ )의 경우에 비해 상당히 개선되었음을 알 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 유전 알고리즘을 사용하여 복잡한 최적화의 과정없이 비례 및 미분이득을 동시에 최적화함으로써 시스템의 파라메타 변동에 대한 강인한 안정성과 기준모델에 따른 최적의 명령추종성을 가지는 다셀엔진의 연료주입 PD 제어 시스템을 설계하였다. 제시된 방법에 의해 설계된 모델 추종형 PD 제어 시스템은 시행착오법 및  $H_{\infty}$  제어기에 비해서 기준모델추종오차가 작으며 과도응답 특성도 개선되었음을 알 수 있다. 또한 기존의 방법들과는 달리 제시된 방법은 복잡한 최적화의 과정이 없으므로 실제의 제어 시스템 설계에 보다 쉽게 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

## 【참 고 문 헌】

- [1] K. J. Aström, T. Hägglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 645-651, 1984.
- [2] W. K. Ho, C. C. Hang, J. Zhou, "Self-Tuning PID Control of a Plant with Under-Damped Response with Specifications on Gain and Phase Margins", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 446-452, 1997.
- [3] L. Loron, "Tuning of PID Controllers by the Non-symmetrical Optimum Method", *Automatica*, Vol. 33, No. 1, pp. 103-107, 1997.
- [4] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [5] H. Kuraoka, N. Ohka, M. Ohba, "Application of  $H_{\infty}$

Optimal Design to Automotive Fuel Control", *American Control Conference*, Vol. 3, pp. 1957-1962, June, 1989.

- [6] J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, 1992.

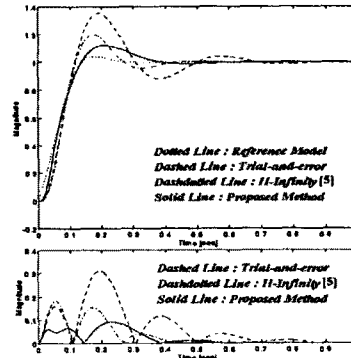


그림 1 0°C에서의 단위 계단응답과 기준모델추종오차

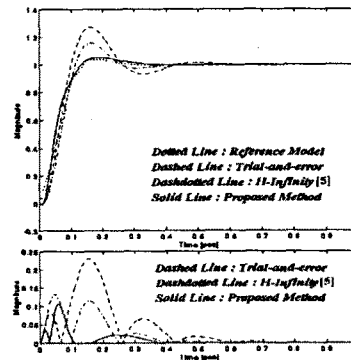


그림 2 25°C에서의 단위 계단응답과 기준모델추종오차

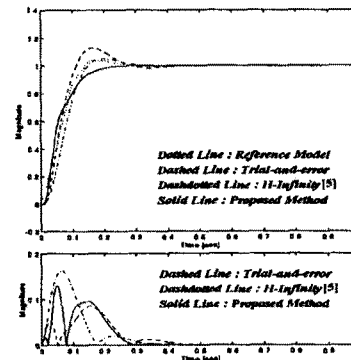


그림 3 60°C에서의 단위 계단응답과 기준모델추종오차