

저항을 특성이 크게 상이한 다매질 유전체 내부의 전계 계산을 위한 표면 전하법 기법

민 석원
순천향 대학교

Electric Field Calculation of Composite Media Dielectric with Different Resistivity by Using Surface Charge Method

Suk Won Min
Soonchunhyang University

Abstract - Two kinds of the calculation technique are investigated with 3D triangular SCM for the arrangement of the dielectric sphere with different resistivity under a uniform electric field. The calculation error of Method I is small outside the sphere, but considerably high inside. On the other hand, the accuracy is much improved even inside the solid dielectric by Method II, which uses double layers of triangular charges on the dielectric boundary.

1. 서론

본 논문에서는 고체 유전체의 부피 저항률이 크게 상이한 다매질의 전계를 3차원 표면 전하법을 이용하여 계산하였다. 도전율은 저주파수 전계하의 인체 내부 전계 분포와 오손 절연체의 전계 분포 계산시 고려해야만 하는 요소이다. 도전율을 고려한 전하 중첩법의 기법은 이미 개발되었지만 전하 중첩법으로 복잡한 3차원 형상을 모의하기가 어려운 문제점이 있다.

표면 전하법에도 여러 종류의 기법이 있고 대부분은 수치 적분을 이용하여 전위와 전계를 계산하고 있지만 본 논문에서는 일정 전하 밀도를 갖는 삼각형 요소의 전위 및 전계가 특이해 문제없이 해석적으로 주어지는 장점이 있어 이것을 이용한 삼각형 요소 표면 전하법을 이용하였다[1]. 도전율의 특성을 모의하기 위하여 복소 유전율과 복소 표면 전하 밀도가 유전체 경계면에 적용되었다.

계산 오차를 검사하기 위하여 전계 분포에 관한 해석해가 주어지는 균등 전계하의 구 유전체 모델을 선택하였다 [2]. 두 종류의 계산법을 시험하였으며 첫번째 방법은 기존 표면 전하법에서와 같이 도체와 유전체 표면 전하를 모의하기 위해 단일층의 표면 전하를 이용하는 것으로 이후 이것은 α 법이라 부르기로 한다. 이 α 법은 고체 유전체의 저항을 특성이 크게 상이한 경우, 유전체 외부의 전계

계산 오차는 작지만, 유전체 내부에서는 상당히 커지고 있다. 두번째 방법은 이 문제를 해결하기 위해 도체부는 단일 전하를 유전체 경계면에는 이중층의 표면 전하를 배치한 것으로 이후 이것은 β 법이라 부르기로 한다.

2. 계산 원리

삼각형 표면 전하법은[1] 이미 잘 알려져 있기 때문에 여기서는 단지 계산법의 경계 조건식만 기술하였다.

2.1 단일층의 표면 전하를 이용한 방법(α 법)

기존의 표면 전하법을 이용하여 도체부와 유전체부의 표면 전하를 모의하였다. 그림 1과 같은 기지의 전위를 갖는 도체부와 공기 및 고체 유전체로 구성된 다매질장예로 경계 조건식을 설명하면 다음과 같다.

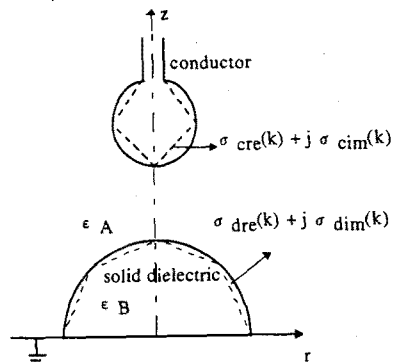


그림 1 α 법 전하 배치법

도체 표면의 전위 경계 조건식

$$\sum P_c(i, k) \{ \sigma_{cre}(k) + j \sigma_{cim}(k) \} + \sum P_d(i, k) \{ \sigma_{dre}(k) + j \sigma_{dim}(k) \} = V_{re}(i) + j V_{im}(i) \quad \text{-----(1)}$$

여기서 $P_c(i, k)$, $P_d(i, k)$: 삼각형 표면 전하 k 와 윤곽점 i 간의 전위 계수,

$\sigma_{cra}(k), \sigma_{dra}(k)$: 각각 도체와 고체 유전체의 k번째 삼각형 표면 전하 밀도의 실수부
 $\sigma_{cib}(k), \sigma_{dib}(k)$: 각각 도체와 고체 유전체의 k번째 삼각형 표면 전하 밀도의 허수부
 $V_{ra}(1), V_{ib}(1)$: 도체 전위의 실수부와 허수부이다.

유전체 경계면의 법선 방향 전속 밀도 경계 조건식

$$\{\epsilon_A \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_A)\} E_{nA} = \{\epsilon_B \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_B)\} E_{nB}$$

$$E_{nA} - E_{nB} = \{\sigma_{dra}(1) + j\sigma_{dib}(1)\} / \{\epsilon_A \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_A)\}$$

따라서 위 식들은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$[1 - \{\epsilon_A \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_A)\} / \{\epsilon_B \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_B)\}] [\sum F_{nc}(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\} + \sum F_{nd}(1, k) \{\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)\}] = \{\sigma_{dra}(1) + j\sigma_{dib}(1)\} / \{\epsilon_A \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_A)\} \quad (2)$$

여기서 ϵ_A, ϵ_B : 유전체 A, B의 비유전율,
 ϵ_0 : 공기 유전율,
 E_{nA}, E_{nB} : 유전체 A, B 경계면의 법선 방향 전기 성분,
 $F_{nc}(1, k), F_{nd}(1, k)$: 삼각형 표면 전하 k와 윤곽점 1 간의 법선 방향 전기 계수,
 ρ_A, ρ_B : 각각 유전체 A, B의 저항률,
 ω : 각속도(=2 πf) 이다.

만약 도체에 전압을 인가하지 않고 기지의 균등 전계를 인가하면 식(1)은 사용하지 않고 식(2)의 $\sum F_{nc}(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\}$ 를 인가 균등 전계의 유전체 경계면에서의 법선 방향 전기의 실수부와 허수부 값인 $E_{nora}(1) + jE_{noib}(1)$ 로 바꾸어 적용한다.

2.2 이중층 표면 전하를 이용한 방법(β 법)

α 법과 같은 위치의 표면 전하를 배치하지만 이 전하는 이중으로 A축과 B축으로 나누어 사용한다. 즉 β 법은 유전체 경계면 상에 이중전하($\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)$ 와 $\sigma_{dbr}(k) + j\sigma_{dib}(k)$)를, 도체에서는 단일전하($\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)$)를 사용한다. 유전체 A축의 전위와 전계는 α 법과 동일하게 계면전하 $\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)$ 와 도체 표면 전하 $\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)$ 로 주어지고 B축은 계면전하 $\sigma_{dbr}(k) + j\sigma_{dib}(k)$ 만 으로 주어진다. 유전체 계면 상에서 미지수가 2배되기 때문에 계면 상의 전위 연속조건을 이용하는 것이 α 법과 다르며 이하의 경계 조건식으로 된다.

도체 상 : 전위 일정(=V_{ra}(1) + jV_{ib}(1))

$$\sum P_c(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\} + \sum P_{dA}(1, k) \{\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)\} = V_{ra}(1) + jV_{ib}(1) \quad (3)$$

유전체 계면 상

전위 연속 조건식

$$\sum P'_c(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\} + \sum P'_{dB}(1, k) \{\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)\} = \sum P'_{dB}(1, k) \{\sigma_{dbr}(k) + j\sigma_{dib}(k)\} \quad (4)$$

전속 밀도 연속 조건식

$$\{\epsilon_A \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_A)\} [\sum F_{nc}(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\} + \sum F_{ndA}(1, k) \{\sigma_{dra}(k) + j\sigma_{dib}(k)\}] = \{\epsilon_B \epsilon_0 - j1/(\omega \rho_B)\} [\sum F_{ndB}(1, k) \{\sigma_{dbr}(k) + j\sigma_{dib}(k)\} - \sum F_{ndB}(1, 1) \{\sigma_{dra}(1) + j\sigma_{dib}(1)\}] \quad (5)$$

특히 도체가 없고 균등 전기 $E_{ora} + jE_{oib}$ (z방향)를 인가한 경우는 식(3)은 사용하지 못하고 식(4)의 $\sum P'_c(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\}$ 가 $- \{E_{ora} + jE_{oib}\}z$ 로, 식(5)의 $\sum F_{nc}(1, k) \{\sigma_{cra}(k) + j\sigma_{cib}(k)\}$ 가 유전체 경계면 상에서의 균등 전기의 법선 방향 성분 $E_{nora}(1) + jE_{noib}(1)$ 로 바뀐다.

3. 계산 결과

3.1 α 법

그림 2와 같은 균등 전기(1kV/cm) 하의 유전체구(접지 평면상의 유전체 반구) 배치의 ϵ_B 축에 있는 (r, z)=(0, 0.5), ϵ_A 축에 있는 (r, z)=(0, 1.5)에서의 전위 계산을 하였다. 계산에는 유전체 구 반경을 1cm, 비유전율을 $\epsilon_A=1, \epsilon_B=4$, 체적저항율을 $\rho_A=\infty, \rho_B=10^7 \Omega \cdot m$, 주파수를 60Hz로 하였다.

표 1, 2는 삼각형 요소수 증가에 대한 (r, z)=(0, 0.5), (r, z)=(0, 1.5)에서의 전위의 실수부와 허수부의 계산오차이다. 표를 보아 알 수 있듯이 ϵ_A 축의 계산오차는 작지만 ϵ_B 축은 요소수를 5배 증가시켜도 대단히 크다. 즉 α 법은 표면 전하수를 증가시켜도 본질적으로 ϵ_B 축의 계산정도를 향상시킬 수 없다.

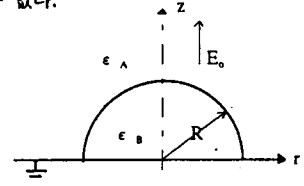


그림 2 균등 전기하의 유전체 반구

3.2 β 법

3.2.1 윤곽점의 배치

이중전하를 이용하면 여러가지 윤곽점 선택 방법이 있을 수 있다. 특히 그림 2의 곡면 유전체 구를 삼각형 요소(요소수:125개)로 모의하는 경우, 경계면과 삼각형 요소가 일치하지않아 그림 3과 같은 세 종류 윤곽점 배치의 계산 오차를 검토하였다. 표 3은 유전체구가 완전절연물로 $\epsilon_A=1, \epsilon_B=100$ 의 계산 오차이다. 표 3에서 알 수 있듯이 윤곽점(c)와 같이 배치하고 A축과 B축으로 나누어 사용한 경우의 오차가 가장 작았다. 즉 전위 연속식과 유전체 A의 전기 윤곽점을 유전체 구면에 배치하고 유전체 B의 전기 윤곽점을 삼각형요소의 표면에 배치한 것으로 이하의 계산은 이 방법을 사용하였다.

3.2.2 저항률과 비유전율 변화를 의한 오차

그림 2의 배치에서 비유전율을 $\epsilon_A=1$, $\epsilon_B=4$ 로 하고 도전성은 유전체 B만을 고려하였다. 유전체 B의 체적저항률 ρ_B 를 $10^{15}\Omega\cdot\text{m}$ 부터 $10^{-2}\Omega\cdot\text{m}$ 까지 변화시켰다. 표 4는 ϵ_B 축에 있는 $(r, z)=(0, 0.5)$ 에서의 전위 해석치와 계산치의 비교, 표 5는 체적저항률 변화에 의한 전계 절대치의 오차, 표 6은 체적저항률을 $10^7\Omega\cdot\text{m}$ 로 ϵ_B 의 비유전율을 4부터 10^6 까지 변화시킨 경우의 전계오차이다. 어떤 경우도 유전체 A축의 전계오차는 0.5% 이하, 전계가 현저히 작게되는 B축의 전계도 5% 이하였다.

이상의 결과로 β 법은 매질의 특성이 현저히 다른 경우의 계산에 적합함을 알았다.

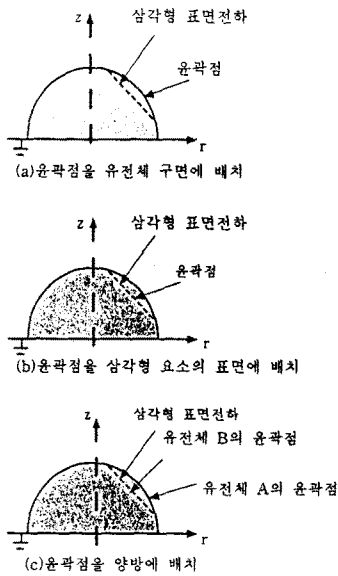


그림 3 윤곽점의 배치 방법

표 1 α 법의 $(r, z)=(0, 0.5)$ 에서의 전위오차(%)

| 삼각형 요소수 | 실수부 오차 | 허수부 오차 |
|---------|--------|--------|
| 64 | 818 | -30 |
| 125 | 656 | -24 |
| 216 | 532 | -20 |
| 324 | 445 | -17 |

표 2 α 법의 $(r, z)=(0, 1.5)$ 에서의 전위오차(%)

| 삼각형 요소수 | 실수부 오차 | 허수부 오차 |
|---------|--------|--------|
| 64 | 10 | -36 |
| 125 | 7 | -28 |
| 216 | 5 | -22 |
| 324 | 4 | -18 |

표 3 그림 3의 윤곽점 배치에 의한 계산오차(%)

| 방법 | (a) | | (b) | | (c) | |
|----------|------|------|-----|-----|------|-----|
| | 계산위치 | 전위 | 전계 | 전위 | 전계 | 전위 |
| (0, 0.5) | 43 | 42 | -17 | -17 | 2 | 2 |
| (0, 1.5) | 0.2 | -0.2 | 2 | -2 | -0.3 | 0.2 |

표 4 체적저항률 변화에 의한 $(0, 0.5)$ 에서의 전위

| 체적저항률($\Omega\cdot\text{m}$) | 해석치(kV) | 계산치(kV) |
|--------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 10^{15} | -2.5×10^{-1} | -2.60×10^{-1} |
| | $-j1.25 \times 10^{-8}$ | $-j1.32 \times 10^{-8}$ |
| 10^{12} | -2.5×10^{-1} | -2.60×10^{-1} |
| | $-j1.25 \times 10^{-6}$ | $-j1.32 \times 10^{-6}$ |
| 10^7 | -9.62×10^{-3} | -9.67×10^{-3} |
| | $-j4.81 \times 10^{-2}$ | $-j4.92 \times 10^{-2}$ |
| 10^{-2} | -8.02×10^{-21} | -1.01×10^{-20} |
| | $-j4.0 \times 10^{-11}$ | $-j5.11 \times 10^{-11}$ |

표 5 체적저항률 변화에 의한 전계 절대치의 오차(%)

| 체적저항률($\Omega\cdot\text{m}$) | (0, 0.5)의 오차 | (0, 1.5)의 오차 |
|--------------------------------|--------------|--------------|
| 10^{15} | 3.8 | 0.5 |
| 10^{12} | 3.8 | 0.5 |
| 10^7 | 2.0 | 0.05 |
| 10^{-2} | 1.8 | 0.2 |

표 6 비유전율 변화에 의한 전계 절대치의 오차(%)

| 비유전율 | (0, 0.5)의 오차 | (0, 1.5)의 오차 |
|--------|--------------|--------------|
| 4 | 2.0 | 0.05 |
| 10^2 | 1.9 | 0.2 |
| 10^4 | 1.8 | 0.2 |
| 10^6 | 1.8 | 0.2 |

4. 결론

유전율과 도전율을 갖는 복합 유전체에서의 표면 전하법 경계 조건식을 기술하였다.

특히 매질 특성이 현저히 다른 다매질 유전체 내부의 전계 계산오차를 줄일 수 있는 이중전하 이용 기법을 제안하였으며 이 방법을 종래의 방법의 계산 결과와 비교하여 상대오차가 현저히 감소함을 보였다.

참고문헌

- [1] T. Kouno, T. Takuma, "Numerical Calculation Methods of Electric Fields", Corona Pub. Co., Tokyo, 1980, Appendix 6, 224-225
 [2] T. Kouno, T. Takuma, Ibid., Chap. 16, 160-178