

H_∞필터를 이용한 2관성 공진계의 2자유도제어

김진수^o, 강석진, 신제화^{*}, 김영석
 인하대학교 전기공학과, 인천전문대학 전기과^{*}

Two-Degree-of-Freedom Control of Two-Mass Resonant System using H_∞ Filter

Jin-Soo Kim^o, Seok-Jin Kang, Jae-Hwa Shin^{*}, Young-Seok Kim
 Inha University, Junior College of Incheon^{*}

Abstract

In the industrial motor drive system, a shaft torsional vibration is often generated when a motor and a load are connected with a flexible shaft. This paper treats the vibration suppression control of such a system. In this paper, two-degree-of-freedom(TDOF) control of the two-mass resonant system using the H_∞ filter is proposed. TDOF control method satisfies the command following property and the internal stability at the same. The H_∞ filter is robust in noise and disturbance. Simulation results show the validity of the proposed control method.

1. 서론

산업용 로보트, 전기자동차의 구동부, 철강플랜트의 압연기 구동계, 엘리베이터 등에 대한 진동기 가변속제어에 있어서 진동기와 부하가 강성이 작은 축으로 연결되는 경우 진동기의 관성과 부하의 관성에 의해 축에 비틀림 진동이 발생한다. 이와 같이 구성된 기계계를 2관성 공진계라고 부른다.

이와 같은 2관성 공진계의 축비틀림진동을 억제하기 위하여, 최근 외관축기를 이용하는 방법, 공진비제어 방법, 관측할 수 없는 상태변수를 추정하여 상태제어를 하는 방법, H_∞제어 방법 등이 연구되어지고 있다[1~4].

2관성계 제어의 최종목적이 되는 부하속도, 축비틀림토크 및 부하외란토크와 같은 양들은 통상 실제 시스템에서 측정할 수 없는 경우가 많다. 따라서 최근의 연구들 중에는 최소차원관측기를 사용하여 측정 불가능한 상태변수들을 추정하고 이를 이용하여 극점배치방법에 의하여 상태제어를 하는 방법들이 있다[1,3]. 그러나 이 방법에서는 목표치추종성능과 외란·진동억제성능 간에 서로 상충관계가 있어 두가지 성능을 동시에 만족시키기는 어렵다.

따라서 본 논문에서는 목표치추종성능과 내부안정성을 동시에 만족시키는 것이 가능한 2자유도 제어기법을 도입한 2관성 공진계의 속도제어기를 제안한다. 제안된 제어기에서 상태제어를 위한 관측기로는 미지의 입력에 대하여 추종성능이 좋은 H_∞필터를 이용한다. 제안하는 제어기의 우수성을 확인하기 위하여 기존의 최소차원 상태관측기를 갖는 상태제어[3]와 비교하였다.

2. 2관성 공진계

강성이 낮은 축에 의해 진동기와 부하가 연결된 2관성 공진계(이하 2관성계)의 상태방정식과 출력방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_p x + B_p T_M + B_d T_L, \quad \omega_M = C_p x \quad (1)$$

여기서

$$x = \begin{bmatrix} \omega_M \\ T_{SH} \\ \omega_L \end{bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & -\frac{1}{J_M} & 0 \\ K_{SH} & 0 & -K_{SH} \\ 0 & \frac{1}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_L} \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단, J_M, J_L : 진동기관성, 부하관성
 B_M, B_L : 진동기, 부하감쇠계수
 K_{SH} : 저탄성축비틀림정수
 ω_M, ω_L : 진동기, 부하각속도
 T_M, T_{SH}, T_L : 진동기발생토크, 축비틀림토크, 부하외란토크

2관성계의 플랜트에서 제어량은 부하속도 ω_L 이지만 일반적으로는 측정할 수 없고, 측정할 수 있는 양은 진동기 속도 ω_M 뿐이므로, 본 논문에서는 부하속도, 축비틀림토크, 부하외란토크는 H_∞필터에 의하여 관측하여 2자유도 제어한다.

3. 2자유도 제어기

본 논문에서는 목표치추종성능과 외란·진동억제성능 간에 서로 상충관계 없이 두가지 성능을 동시에 만족시키는 것이 가능한 2자유도 제어기를 제안한다.

일반적인 2자유도 제어기는 그림 1과 같다[5]. 그림에서 목표치 r 로부터 제어량 y 로의 전달함수를 H_{yr} , 외란 d 로부터 제어량 y 로의 전달함수를 H_{yd} , 측정잡음 n 으로부터 제어량 y 로의 전달함수를 H_{yn} 이라 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{yr} &= \frac{CPK}{1+CP} \\ H_{yd} &= \frac{P}{1+CP} \\ H_{yn} &= -\frac{CP}{1+CP} \end{aligned} \quad (2)$$

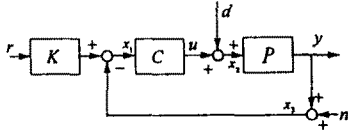


그림 1 2자유도 제어기 (I)

이때 이들 전달함수 중 몇 개를 독립적으로 설정할 수 있으나 하는 것이 자유도의 개념이다. 여기서 K 는 H_{yr} 이외의 다른 전달함수에 영향을 끼치지 않으므로 H_{yr} 를 먼저 결정한 후 K 를 변화시킴에 따라 H_{yr} 을 독립적으로 조정하는 것이 가능하다. 그러나 H_{yd} 와 H_{yn} 을 독립적으로 설정하는 것은 불가능하다. 이와 같은 2자유도 제어기를 설계하는 경우 보통 C 는 시스템의 내부안정성을 확보할 수 있도록 설계하고 K 는 정상상태오차와 속응성과 같은 목표치 추종능력을 향상시킬 수 있도록 설정한다.

이 구조에서 피드백제어기 C 와 플랜트 P 를 기약분해(Coprime Factorization)하면 다음과 같이 된다.

$$P = N_p D_p^{-1}, C = N_c D_c^{-1} \quad (3)$$

식 (3)을 이용하여 r, d, n 으로부터 x_1, x_2, x_3 로의 전달함수를 구하면 다음과 같은 수식으로 전개가 가능하다.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{N_p N_c + D_p D_c} \begin{bmatrix} D_p D_c K & -N_p D_c & -D_p D_c \\ D_p N_c & D_p D_c & -D_p N_c \\ N_p N_c & N_p D_c & D_p D_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \\ n \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)의 9개 전달함수가 모두 안정하다면 이 시스템은 내부안정이라고 말한다. 내부안정조건을 만족하는 피드백제어기 C 를 구할 수 있다면 이 시스템은 안정화되어 있다고 할 수 있다. 피드포워드제어기는 식 (2)에서 r 로부터 y 로의 전달함수에만 포함되어 있으므로 이 제어기는 다음과 같은 조건만을 만족하면 된다.

$$K \in RH_{\infty} \quad (5)$$

그림 1의 2자유도 제어기를 등가변환하면 그림 2와 같다.

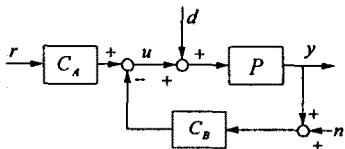


그림 2 2자유도 제어기 (II)

그림 2에서 C_A 는 목표치 추종성능을, C_B 는 내부안정성을 담당하도록 설계한다. 본 논문에서는 이와같은 2자유도 제어기법을 도입하였으며 C_B 부분을 위한 관측기로는 H_{∞} 필터를 이용하였다.

4. H_{∞} 필터의 2관성계에의 적용

필터는 측정된 값을 사용하여 시스템의 상태를 추정하는 것이다. 본 논문에서 사용한 H_{∞} 필터는 추정오차의 전력밀도스펙트럼의 최대값을 최소화시키는 것이다[6].

H_{∞} 필터의 구현을 위한 상태방정식을 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)w(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $x(t) \in R^n$: 상태량

$y(t) \in R^p$: 측정량

$w(t) \in R^m$: 외부로부터 들어오는 잡음과 외란

여기서 (A, B) 는 가안정이고, (C, A) 는 가관측이고, 플랜트의 외란과 관측잡음이 서로 독립일 때 성능측정을 다음 식으로 정의한다.

$$J = \sup_{0 < w \in L_2} \frac{\|z - \hat{z}\|_2^2}{\|w\|_2^2}, \quad \text{단 } x(0) = 0 \quad (7)$$

식 (7)에서 어떤 스칼라값인 γ 를 $J < \gamma^2$ 을 만족하도록 설정한다. 만약 다음의 미분방정식을 만족하는 대칭행렬 $P(t)$ 가 식 (8)과 같으면, $J < \gamma^2$ 인 필터가 존재한다.

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)C^T(t)C(t)P(t) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma^2} P(t)L^T(t)L(t)P(t) + B(t)B^T(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $P(t)$ 는 필터식을 구하기 위한 Riccati 미분방정식이고, $P(0) = 0$ 으로 한다. 따라서 $J < \gamma^2$ 를 만족하는 일반적인 필터식은 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) + P(t)C^T(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)], \\ \hat{x}(0) &= 0, \quad \hat{z}(t) = L(t)\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 \hat{x} 은 우리가 원하는 추정값이고 $L(t)$ 는 원하는 추정값을 출력하기 위한 행렬이다. 그러므로 식 (9)와 같은 H_{∞} 필터식을 이용하여 γ 의 조정에 의하여 추정값 \hat{x} 를 구하고 이 값들을 제어기에 입력하여 사용한다.

본 논문에서 제안하는 제어계의 관측기로 H_{∞} 필터를 사용한다. 즉 H_{∞} 필터를 사용하여 측비틀림도르크 \widehat{T}_{SH} , 부하 속도 $\widehat{\omega}_L$, 부하외란도르크 \widehat{T}_L 를 관측한다. 식 (9)의 H_{∞} 필터 결과식을 2관성계에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_p \hat{x} + PC_p^T [y - C_p \hat{x}] + B_p T_M, \\ \hat{x}(0) &= 0 \\ \hat{z} &= L \hat{x} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 이용하여 시뮬레이션한다.

5. 시뮬레이션

2관성계의 축비틀림진동을 억제하기 위한 기존의 상태관측기를 이용한 극배치기법에 의한 상태궤환제어방법[3]과 제안하는 H_∞ 필터를 이용한 2자유도 제어방법에 대한 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션에 사용된 전동기와 부하의 관성은 각각 $0.008[\text{kgm}^2]$ 과 $0.08[\text{kgm}^2]$ 이고, 축의 비틀림상수는 $50.527[\text{Nm/rad}]$ 이다.

목표값 추종시험은 전동기를 무부하의 정지상태에서 $600[\text{rpm}]$ 의 속도지령을 스텝 증가하였고, 부하의란 억압시험은 $600[\text{rpm}]$ 의 무부하 일정속도하에서 순간적으로 정격토크의 100%에 해당하는 $12.1[\text{Nm}]$ 의 부하토크를 증가하였다.

상태관측기를 이용한 상태궤환제어의 결과는 그림 3과 같다. 극배치기법에 의하여 목표값에 가장 빨리 도달하면서 외란에 대한 영향도 가장 작을 때의 파형이다. 전동기의 속도는 목표값에 도달하기까지의 과도상태에서 진동이 발생하는데 이것은 전동기와 부하의 관성비가 1:10이므로 부하의 관성이 큰 결과이다. 따라서 이에 대한 축비틀림토크도 진동적이며 최대 약 $36[\text{Nm}]$ 가 걸린다. 그러나 부하의 속도는 진동이 없이 잘 제어됨을 알 수 있다. 목표값에 도달하기까지의 시간은 1초이다.

H_∞ 필터를 이용한 2자유도 제어의 결과는 그림 4와 같다. 전동기의 속도는 목표값에 도달하기까지의 과도상태에서도 진동이 거의 발생하지 않으며 따라서 축비틀림토크도 진동이 적으며 최대 약 $32[\text{Nm}]$ 가 걸린다. 부하의 속도도 진동없이 잘 제어되며 목표값에 도달하기까지의 시간도 0.8초로, 상태궤환제어를 이용한 경우와 비교하면 더 작은 축비틀림토크를 가지면서도 목표값에의 도달시간이 빨라짐을 알 수 있다. 외란에 대해서도 양호한 외란억압특성을 갖는다.

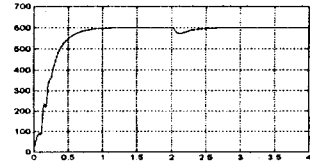
6. 결론

본 논문에서는 2관성 공진계를 갖는 유도전동기의 진동 억제제어를 위하여 H_∞ 필터를 이용한 2관성 공진계의 2자유도제어를 제안하였다. 시뮬레이션 결과 기존의 상태관측기를 이용한 상태궤환제어보다 더 작은 축비틀림토크를 가지면서도 목표값에의 도달시간이 빨라짐을 알 수 있었다. 또한 외란에 대해서도 양호한 외란억압특성이 있음을 확인하였다. 추후로 이 결과들을 실험을 통하여 입증하고자 한다.

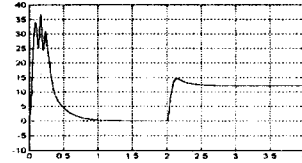
이 연구는 1995년도 한국과학재단
연구비 지원에 의한 결과임.
(과제번호 : 951-0912-098-2)

참고문헌

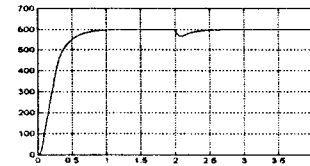
- [1] 海田英俊 外 1人, "最小次元外亂トルクオブザーバに基づく多慣性機械系の振動抑制制御", 日本電氣學會 研究會資料, SPC-93-38, 1993, pp. 81~90
- [2] 龜山 浩幸 外 3人, "共振比制御に基づく軸ねじり振動抑制制御と制御ゲインの設計法", 日本電氣學會産業應用部門全國大會, No. 271, 1994
- [3] 岩崎 誠 外 2人, "2慣性共振系の状態フィードバック制御と定數計測法", 日本電氣學會 産業應用部門全國大會, 1994, pp. 1180~1185
- [4] 大内茂人 外 2人, " H_∞ 制御理論に基づく電動機の制振制御", 日本電氣學會論文誌, Vol.113-D, No. 3, 1993, pp. 325~332
- [5] 須田信英, "PID制御", 1992, 朝倉書店, pp. 69~80
- [6] Nagpal and Khargonekar, "Filtering and Smoothing in an H_∞ Setting", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, No. 2, 1991



(a) 전동기 속도

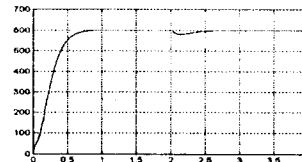


(b) 관측된 축비틀림토크

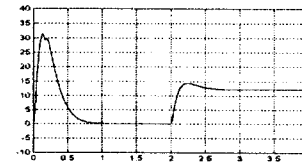


(c) 부하속도

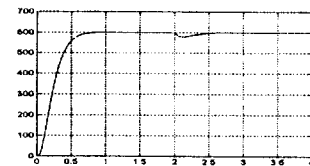
그림 3 기존의 상태관측기를 이용한 상태궤환제어
100 [rpm/div], 5 [Nm/div], 0.5 sec/div



(a) 전동기 속도



(b) 관측된 축비틀림토크



(c) 부하속도

그림 4 제안된 H_∞ 필터를 이용한 2자유도제어
100 [rpm/div], 5 [Nm/div], 0.5 sec/div