

## 주기적인 상부 외란이 인가되는 2축 도립 진자의 자세 제어

남 노현, 이 건 영  
광운대학교 전기공학과

### The Attitude Control of The Double Inverted Pendulum with Periodic Upper Disturbance

Row Hyun Nam\*, Keon Young Yi  
Dept. of Electrical Eng. Kwangwoon University

**Abstract** - The attitude control of a double inverted pendulum with a periodical disturbance at link top is dealt in this paper. The proposed system is consisted of the double inverted pendulum and a disturbance link. The lower link is hinged on the plate to free for rotation in the vertical plane. The upper link is connected to the lower link through a DC motor. The DC motor is used to control the posture of the pendulum by adjusting the position of the upper link. The periodical disturbance can be generated by the additional link attached at the end of link 2 through another DC motor, which is the modeling of a posture for a biped supporting with one leg. The motor for the joint simulates the knee joint(or hip joint) and the disturbance for the legs moving in air.

The algorithm for controlling a proposed inverted pendulum is consisted of a state feedback control and a fuzzy logic controller. The fuzzy controller keeps the center of gravity of the biped within the specified range through the nonlinear feedback compensator. The state feedback control takes over the role to maintain a desired posture regardless the disturbance at the link top. In these case, the change of the angle and COG of an upper link is compensated with on-line. Simulations with a mathematical model are conducted to show the validity of the proposed controller.

### 1. 서 론

본 논문은 두발 보행 로봇의 모델인 2축 도립 진자의 자세 제어에 대한 연구를 다룬다. 제어대상인 2축 도립 진자는 보행중인 두발 로봇이 한발로 지탱중인 자세를 모사한 것으로서 사람의 발목 관절 특성을 적용하여, 곧바로 서있는 자세는 순운동성 하부관절을 갖는 2축/3축 도립 진자로 모델링하여 해석할 수 있다[1]. 본 연구는 Yi[1], Zhang[2]등의 구동기가 없는 발목 관절을 갖는 보행 로봇 연구에 대한 후속 연구로, 발목 관절에 구동 장치가 없으며 수직축을 중심으로  $\pm 10^\circ$ 의 제한 구간을 갖는 보행 로봇의 한발로 지탱중인 자세를 모사한 상부 외란을 갖는 2축 도립 진자를 제어 대상으로 하였다. 즉, 바닥 면 연결부는 발목 관절을, DC 모터는 보행 로봇의 무릎 관절 또는 허리의 역할을 하며, 상부 외란은 몸체와 다른 쪽 다리의 움직임을 모사한 것이다.

이와 같이 2축 도립 진자는 보행 로봇 제어를 위한 로봇 모델로 많이 사용되었다. Spong[3]은 각 관절에 회전에 대한 제약이 없는 Acrobot를 제어대상으로 partial feedback linearization과 pump energy 효과를 이용하여 제어하였으나, 본 연구의 경우 하부 관절의 회전에 대한 제약으로 인하여 이를 적용할 수가 없다. Berkemeier와 Fearing[4]는 비선형 추적 제어를 이용하여 2축 도립 진자의 슬라이딩 게이트를 제어하였으나 시스템의 모델링이 매우 정확해야 하며 외란이 없는 경우에만 적용할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 외란 링크(링크 3)에 의해 발생하는 주기적 외란을 상단 링크(링크 2)에 포함시켜, 무게 중심까지의 거리가 시변인 하나의 가상 링크로 설정하여 해석하며, 이를 제어하기 위한 제어를 설계한다. 즉, 근사화된 선형모델

이 유용한 범위 안에서는 기존의 선형 제어기법을 적용하였으며, 그 밖의 범위에서는 비선형 피드백 제어기와 결합된 퍼지 제어기를 제시한다.

### 2. 도립 진자 시스템

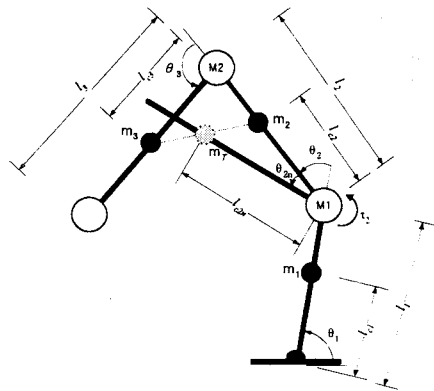


그림 1. 도립 진자 시스템의 구성도

본 연구의 제어 대상인 도립 진자 시스템의 구성도는 그림 1과 같다. 하단 링크는 고정판 위에서 x-z 평면에 대하여 회전이 자유롭게 부착되어 있으며, 수직축을 중심으로  $\pm 10^\circ$ 의 제한 범위를 갖고 있다. 이는 기존의 연구에서 발표된 바와 같이[1][2] 일정 구간에서는 유연성을 갖고 이 범위를 벗어나지 못하도록 제약을 가하는 발목 관절의 성질을 적용한 것이다. 링크 1, 2는 균일한 매질로 구성되어 있으며, 링크 2는 DC 모터(M1)에 의해 링크 1의 상단에 부착되어 있다. 이 DC 모터는 실제적으로 도립 진자를 움직이는 구동 장치로서의 역할을 하게 된다. 링크 3은 또 다른 DC 모터(M2)에 의해 링크 2의 상단에 부착되며, 모터 회전에 의한 왕복 운동을 함으로써 전체 도립 진자의 무게 중심을 변화시켜 규칙적인 외란을 발생시키는 역할을 한다.

표 1. 제어 시스템의 매개 변수

	링크1	링크 2	링크 3
길이(m)	0.195	0.19	0.165
COG 거리(m)	0.156	0.151	0.0825
무게(kg)	0.449	0.271	0.137
관성계수(kg·m <sup>2</sup> )	0.0132	0.0076	0.0037

표 1은 도립 진자 시스템의 매개 변수와 상수 값이다. COG 거리는 각 링크의 관절에서 무게중심까지의 거리를 나타내며, 링크 1, 2의 무게는 링크 자체의 무게에 모터의 무게를 포함한 것이며, 링크 3은 링크만의 무게를 나타낸다. 각 링크의 관성계수는 모터를 점 질량으로 간주하고 링크는 균일한 매질의 막대로 간주하여 산출하였다.

### 2.1 제어 대상의 수학적 모델링

제어 대상을 모델링하기 위하여 Euler-Lagrange 방정식을

이용하여 다음과 같은 동적 방정식을 얻는다.[5]

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \tau \quad (1)$$

여기서  $\theta$ 는 관절각 벡터,  $D(\theta)$  및  $C(\theta, \dot{\theta})$ 는 관성 행렬 및 구심력과 코리올리력의 항이고,  $g(\theta)$ 는 중력항이다.

링크 3은 주기적인 외란을 발생시키기 위한 것이므로 모터 2에 일정한 주기를 갖는 정현 입력을 가하는 경우 링크 3의 위치에 따라 링크 2의 관절각 및 무게중심의 변화가 발생하며, 이를 외란을 갖는 가상 링크로 간주하면 다음과 같은 2축 도입전자의 동적 방정식으로 표현이 가능하다.

$$d_{11}\ddot{\theta}_1 + d_{12}\ddot{\theta}_2 + 2h\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + h\dot{\theta}_2^2 + f_1\dot{\theta}_1 + g_1 = 0 \quad (2)$$

$$d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 - h\dot{\theta}_1^2 + f_2\dot{\theta}_2 + g_2 = \tau_2 \quad (3)$$

여기서  $f_1$ 과  $f_2$ 는 각 관절의 마찰계수이며,

$$d_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_{c1}^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2$$

$$d_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$h = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2$$

$$g_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \cos \theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

로서 각각의 계수는 표 1에서와 같다. 그러나,  $\theta_2$  및  $l_{c2}$ 는 그림 1에서와 같이 관절 3의 위치에 의해서 결정되는 가상 링크(무게 중심  $M_T$ )의 각  $\theta_2$ 와 무게 중심 거리로 표시되어야 하며 다음의 식과 같이 외란 성분을 포함하여야 한다.

$$\theta_v = \theta_2 + \theta_{2n} = \theta_2 + \tan^{-1}\left(\frac{C_1 \sin \theta_3}{C_2 + C_3 \cos \theta_3}\right) \quad (4)$$

$$l_{c2n} = \sqrt{C_4 + C_5 \cos \theta_3} \quad (5)$$

여기서,

$$C_1 = m_2 l_{c3}, \quad C_2 = m_2 l_{c2} + m_3 l_2, \quad C_3 = m_3 l_{c3}$$

$$C_4 = \frac{m_2^2 l_{c2}^2 + m_2 m_3 l_2 l_{c2} + m_3^2 (l_2^2 + l_{c3}^2)}{(m_2 + m_3)^2}$$

$$C_5 = \frac{2m_3^2 l_2 l_{c3} + m_2 m_3 l_2 l_{c3}}{(m_2 + m_3)^2}$$

이 식에서 외란이 없는 경우, 즉,  $m_3 = 0$ 이면 (4)와 (5)는 원래의  $\theta_2$ 와  $l_{c2}$ 로 된다.

위의 (2), (3)에서 보듯이 하나만의 제어입력으로 두 개의 관절각을 각각 독립적으로 제어할 수가 없다. 그러나,  $\theta_1$ 의 위치는 가상 일의 개념으로 해석되는 것과 같이 관절 2에 인가되는 토크에 의해 발생하는 유효 토크  $\tau_{2eff}$ 로부터 제어될 수 있다. 즉,  $\tau_2$ 에 의해 상단 링크의 무게 중심  $m_2$ 가 중심축으로 이동함에 따라 하단 링크의 무게 중심  $m_1$  또한 중심축으로 이동한다. 이때  $\tau_1$ 는 관절 2를 회전시키는 순수한 힘  $\tau_{2eff}$ 와 같으며, 그 방향은 반대방향으로 작용한다. 이 유효 토크는 (3)에서 다음과 같이 얻어진다[6].

$$\tau_{2eff} = \tau_2 - (d_{21}\ddot{\theta}_1 + d_{22}\ddot{\theta}_2 - h\dot{\theta}_1^2 + f_2\dot{\theta}_1 + g_2) \quad (6)$$

(6)으로부터 (2)는 다음과 같은 관계식으로 표시된다.

$$(d_{11} - d_{21})\ddot{\theta}_1 + (d_{12} - d_{22})\ddot{\theta}_2 + N_1(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_v, h) + g_1 - g_2 = -\tau_2 \quad (7)$$

여기서  $N_1$ 는 각 관절의 각속도 또는 그 곱들로 표시되는 항들이다.

식(7), (3)에 대하여 각 관절의 위치 및 각속도를 상태변수  $X = [\theta_1, \theta_1 - \frac{\pi}{2}, \theta_v, \theta_v]$ 라 놓고 도입 자세 부근에서 근사화 하면,  $\theta_1 \approx \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_v \approx 0$ ,  $\dot{\theta}_1^2 \approx 0$ ,  $\dot{\theta}_v^2 \approx 0$ , 그리고  $\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_v \approx 0$ 의 관계로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{X} = AX + B\tau \quad (8)$$

이때,  $A$ 와  $B$  행렬 원소를 구하는데 사용된 계수는 식(2), (3)에서 구해진 계수와 동일하다. 외란을 고려한 경우 상부관

절의 무게중심까지의 거리가 (5)의 형태로 변하므로  $A$ 와  $B$  행렬 원소는 시변 파라미터가 되나 온라인으로 산출 가능하다.

## 2.2 제어 알고리즘

2축 도입 전자가 갖는 비선형성과 인위적으로 인가되는 외란에 무관하게 도입 자세를 유지하게 하기 위하여 퍼지 제어기와 상태 피드백 제어를 혼합한 제어를 구현하였다. 상태 피드백 제어기(State Feedback Controller)는 도입전자가 (8)로 모델링 되는 경우(선형 근사화 가능 구간)에 제어를 담당하며, 그 구간 외의 구간에서는 퍼지 및 비선형 피드백 보상기(Nonlinear Feedback Compensator)에 의하여 도입전자가 선형 피드백 제어기의 제어 가능 구간으로 재 진입하도록 제어된다.

이와 같이 구간에 따라 제어기를 선택하는 제어기 전환기(S/W)는 제어기 선택 논리 스위치로 두 관절 모두 작은 각일 경우(2' : 작을수록 좋으나 너무 작을 경우 SFC의 동작 기회가 적어 도입자세 유지가 어렵다.) SFC의 출력이 제어입력이 되도록 한다. 그러나, SFC의 제어 과정에서 관절각이 일정한 크기를 초과하면(12' : 선형 근사화 가능 구간의 임의의 초기 값을 주어 SFC로 제어하는 과정에서 가장 큰 관절각을 실험적으로 선정한다.) 퍼지 제어기 출력으로 제어입력을 선택한다.

주기적으로 인가되는 외란에 대해서는 앞서 언급한 바와 같이 외란에 의한 상단 링크의 변화를 가상 링크로 설정하여 이를 제어하게 된다. 따라서, 각 제어기는 가상 링크에 대하여 (4), (5)로 표시되는 각도와 무게 중심 거리 그리고 (9)로 표시되는 각속도를 보상하게 된다.

$$\dot{\theta}_{2n} = \frac{C_1 C_3 + C_1 C_2 \cos \theta_3}{(C_2 + C_3 \cos \theta_3)^2 + C_1^2 \sin^2 \theta_3} \quad (9)$$

여기서,  $C_i$ 는 (4)와 동일하다.

### 2.2.1 상태 피드백 제어 및 비선형 피드백 보상기

(8)로 표시되는 시스템은 두 개의 불안정한 극점을 갖는다. 그러나, 이는 이득 벡터  $k$ 를 갖는 상태 피드백을 사용하여 제어 대상의 특성 근을 임의의 안정한 위치로 이동시켜 제어할 수 있다.

$$\dot{X} = AX + B(kX + \gamma) = [A + Bk]X + B\gamma \quad (10)$$

해석의 편의를 위해서, 목표 극점을 동일하게 하여  $\lambda < 0$ 라 놓고, 상태 피드백을 가한 시스템의 특성방정식의 계수와 임의로 선정된 특성방정식의 계수 벡터를  $k$ 에 대하여 비교 정리하면, 상태 피드백 이득은 다음과 같이 얻어진다.

$$k = A_p(\theta_3)^{-1}(L - B_p(\theta_3)) \quad (11)$$

여기서,  $A_p(\theta_3)$ ,  $B_p(\theta_3)$ 는 외란에 의해 상부 링크의 무게 중심 거리가 변하는 시변의 원소를 갖는 행렬이다. 그러나, 외란 또한 임의의 입력이므로 그 값을 알 수 있고 앞서 언급한 바와 같이, 이득 벡터  $k$ 는 식(4), (5), (9)로부터 온라인으로 보상하게 된다.

식(10)의 상태 피드백 제어는 도입전자가 거의 도입 자세를 취할 때만 유효하다. 즉, 이 범위 밖에서는 (8)과 같은 근사화된 모델을 사용하지 못한다. 따라서 도입전자의 자세가 이 범위 밖에 있는 경우에는 가상 일의 원리를 적용한 (3), (7)로부터 얻어지는  $\theta_v$ 만으로 구성된 다음의 동적 방정식을 이용하여  $\theta_2$ 의 위치를 제어하여 간접적으로  $\theta_1$ 을 제어해야 하며, 그 동적 방정식은 다음과 같다.

$$(d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}})\ddot{\theta}_v - N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_v, \theta_1, \theta_v) = \tau_2 \quad (12)$$

여기서  $N_2$ 는 각 관절의 각도와 각속도로 표현되는 비선형 항을 나타낸다.

이 비선형 항을 피드백 입력으로 하며  $\theta_v$ 의 원하는 궤적( $\theta_{2d}$ )으로 구성된 제어입력을  $U$ 로 하는 다음과 같은 제어기를 구성한다.

$$\tau_2 = (d_{22} - \frac{d_{12}^2}{d_{11}})U - N_2(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_v, \theta_1, \theta_v) \quad (13)$$

$$U = \ddot{\theta}_{2d} + 2\zeta\omega_n \dot{\theta}_v + \omega_n^2 \theta_v \quad (14)$$

여기서,  $\theta_i$ 는 가상 링크의 위치 오차로서, 기준 각도와 측정각도의 오차, 즉,  $\theta_{2d} - \theta_2$ 이다. 이 제어입력으로부터 링크 2의 위치는 안정하게 임의의 목표위치로 제어된다.

관절 1에 구동장치가 없어도 불구하고, 상단 링크의 기준 위치를 조정함으로써 하단 링크를 제어할 수 있다[1]. 이 기준 위치는 퍼지 제어기에 의해 주어진다.

### 2.2.2 퍼지 논리 제어기

하단 링크는 상단 링크의 구동으로 발생하는 간접 토오르크에 의하여 구동된다. 제시된 퍼지제어기는 두 링크의 위치 ( $\theta_1, \theta_2$ )를 입력으로 하여, 간접 토오르크를 발생시키는 관절 2의 기준 위치를 설정하는 역할을 한다. 이 기준 위치는 (14)의 제어 입력 산출에 이용된다.

각 링크의 측정 입력에 대한 소속함수는 이동변 삼각형법을 사용하여 구성하였으며, 중앙에 비하여 측면이 밀집하게 배열하였다. 이 경우, 도립 자세 부근에서는 정밀하게 제어되지 못하나 나머지 범위에서는 적절한 제어 특성을 얻을 수 있다. 또한, 도립 자세 구간에서는 앞장에서 제시한 상태 피드백 제어기에 의해 제어되므로, 이 문제는 해결된다.

출력에 대한 소속함수의 배열도 위의 형태와 비슷하게 구성되었다. 즉, 중앙부분이 양 측면보다 넓게 구성되어 있는데, 이는 수직 도립 자세 부근에서 퍼지제어기의 역할을 감소시킨다. 위와 같은 소속함수는 본 퍼지제어기의 목적인 각 링크의 각도를 '0'에 가깝게 하며 이때의 각속도 또한 '0'에 가깝도록 조절되어 도립 진자의 자세를 선형화 제어기의 제어 구간으로 유도하는 것이다.

퍼지 추론 규칙은 표 2와 같다. 이 추론 규칙은 퍼지화된 각 링크의 각도를 입력으로 하여 구성되었으며, 링크 2의 기준 위치를 출력으로 한다. 디퍼지화는 퍼지 추론의 네 개의 결과로부터 무게 중심법에 의하여 계산되며, (14)의 제어입력 산출에 필요한 링크 2의 기준 위치를 결정한다. 또한 초기 위치에 관계없이 링크를 선형화 구간으로 진입시키기 위하여 추론 규칙을 작성하였다. 특히 링크의 초기위치가 큰 각일 경우 (PL, NL) 기준각을 크게 설정하면 링크의 선형화 구간 진입시 각속도가 커서 선형화 피드백 제어기의 적용이 어려워진다. 따라서, 이 경우는 기준 위치를 작은 범위로 선정하여 각속도를 감소시켜 선형화 구간 진입이 시도된다.

표 2. 퍼지 제어 규칙

$\theta_1 \backslash \theta_2$	PL	PM	PS	ZO	NS	NM	NL
PM	NS	NS	NM	NL	NL	NS	ZO
PM	NS	NS	NM	NM	NS	ZO	PS
PS	NM	NM	NM	NS	ZO	PS	PM
ZO	NM	NM	NS	ZO	PS	PM	PM
NS	NM	NS	ZO	PS	PS	PM	PM
NM	NS	ZO	PS	PM	PM	PS	PS
NP	ZO	PS	PL	PL	PM	PS	PS

### 3. 시뮬레이션

2축 도립진자의 자세 제어를 위하여 제시한 제어기의 타당성을 검증하기 위하여 제어 대상의 수학적 모델에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에서 사용된 제어 대상 및 제어기 프로그램들은 C-언어로 작성되었으며, 모델링에 사용된 매개변수들은 장치의 규격을 근거로 하여 산출하였다.

주기적 외란을 생성하는 링크 3의 구동은 보행 로봇의 보행을 고려하여 다음으로 설정하여  $\pm 3.5^\circ$ 의 외란을 발생하도록 하였다.

$$\tau_3 = 0.02 \sin(\pi t) \quad (15)$$

표 2의 퍼지 규칙을 적용한 퍼지 제어기와 임의의 특성근이  $\lambda = 7.5$ 로 설정된 상태 피드백 제어기를 이용하여 시뮬레이션을 실행하였다. 그림 2는 시뮬레이션 프로그램의 실행 과정을 캡처한 것이고, 그림 3은 계산된 데이터를 도표화한 것이다. 그림 2, 3의 (a)는 초기 조건,  $\theta_1 = 100^\circ, \theta_2 = -25^\circ$ 에서 링크 1이 제한 구간에 도달해 있는 초기 자세이다. (b)는 퍼지 제어기에 의해 SFC의 제어 구간으로 진입하는 과정이다. 그러나 링크의 각속도가 커서 이 구간을 벗어나게 되고 (c)의 과정과 같이 퍼지 제어기에 의해 재진입이 시도된다. (d)의 경우는 선형 근사화 가능 구간으로 진입하여 SFC에 의해 제어되고 있으나 상부 외란에 의해 자세가 흐트러진 상태이다. 그

러나 외란에 대한 가상 링크 개념의 보상이 이루어져 (e)와 같은 안정된 자세를 갖게 된다. 외란이 주기적으로 인가되기 때문에 (d)-(e)의 과정이 반복된다.

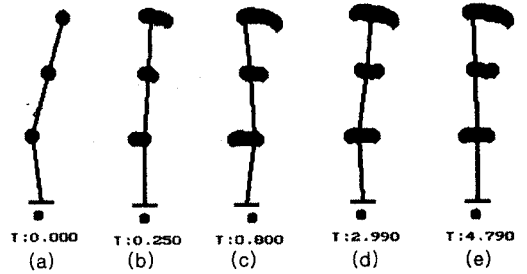


그림 2. 외란이 있는 경우의 시뮬레이션 결과

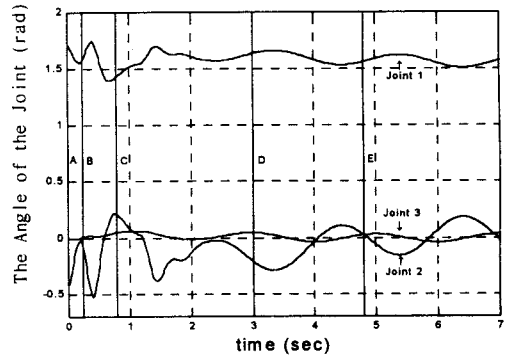


그림 3. 외란이 있는 경우의 시뮬레이션 결과

### 4. 결론

본 연구에서 보행 로봇의 보행 자세 제어를 위한 모델링 및 제어기를 제시하였다. 제시된 2링크 도립 진자는 두발 보행 로봇의 한발로 지탱중인 자세를 모델링한 것으로, 하부관절은 무릎 관절 또는 허리의 역할 나타내며, 상부관절은 보행 시 몸체 또는 공중에서 이동중인 다른 쪽 다리로 간주된다. 또한 이 모델을 제어하기 위한 피드백 선형화-퍼지제어기를 제시하여 전체 무게중심이 안정한 위치에 유지되도록 제어하였다.

제시된 제어기는 구동 장치가 없는 발목 관절을 갖는 두발 보행 로봇의 보행자세 제어에 활용될 예정이며, 현재, 제어 대상인 도립 진자 시스템을 제작하여 실험 연구 중이다.

### (참 고 문 헌)

- [1] K.Y. Yi, "Walking of a biped robot with compliant ankle joints," Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 245-250, 1997.
- [2] K. Y. Yi and Yuan F. Zheng, "Biped Locomotion by Reduced Ankle Power," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 584-589, 1996.
- [3] M. Spong, "The Swing Up Control Problem For The Acrobot," IEEE Control System, pp. 49-55, February, 1995.
- [4] M. Berkemeier, R. Fearing, "Control Experiments on an Underactuated Robot with Application to Legged Locomotion," Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 149 - 154, 1994.
- [5] M. Spong, M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control," Wiley, 1989.
- [6] 남노현, 이진영, "단일 구동부를 갖는 2축 도립 진자를 위한 제어기 구현," 97KACC 논문집, 1권, pp. 257-260, 1997