

크로스 커플링을 이용한 이동 로봇의 경로제어에 관한 연구

한영석, 이쾌희
서강대학교 전자공학과.

A Study on Path Tracking Control for Mobile Robot Using Cross Coupling

Han Young-seok, Lee Kwae-hi
Sogang University Electronic Engineering

Abstract - This paper suggests the wheel controller for PWS(Power Wheeled Steering) mobile robot. The proposed controller consists of two parts.

To control each motor, the sliding mode controller implemented. This method has robustness about modeling error and disturbance, so the velocity tracking is well guaranteed in the presence of varying load.

The design of a fuzzy cross-coupling controller for a PWS mobile robot is described here. Fuzzy cross-coupling control directly minimizes the tracking error by coordinating the motion of the two drive wheels. The fuzzy cross-coupling controller has excellent disturbance rejection and therefore is advantageous when the robot is not loaded symmetrically.

The capability of the proposed controller was verified through the computer simulation.

1. 서 론

최근에 기술의 발전과 함께 여러 분야에서 이동 로봇의 역할이 중요시되고 있다. 이러한 이동 로봇에 요구되는 기능은 여러 종류가 있다. 즉 다양한 센서를 사용하여 주변 환경에 대한 정보를 취득하고, 이를 바탕으로 로봇의 '이동 경로를 결정한 후, 이 경로를 정확히 추종할 수 있어야 한다. 이 중, 이동 로봇의 운행 제어는 전체 시스템의 정확한 모델링과 이에 근거한 제어 방법의 연구, 그리고 구동부인 모터의 제어에 대한 연구를 바탕으로 하는 것이기에 각 분야에 대해 많은 연구가 있어왔다. 본 논문에서는 이동 로봇의 경로 추종 성능 향상에 목표를 두어, 각각의 모터를 제어하기 위해 슬라이딩 모드 제어를 사용하였고, 두 개의 모터의 불일치로 인한 오차를 줄이기 위해 퍼지 크로스 커플링 제어를 적용하였다.

2. 본 론

2.1 제안된 경로 제어기

전술한 바와 같이 이동로봇은 두 개의 구동 바퀴를 가지고 있기 때문에 정확히 경로를 추종하기 위해서는 각각의 모터를 제어하는 기술과 함께 최종적으로 이 모터가 로봇 몸체에 연결되어 있을 때 로봇 몸체를 제어하는 기술의 두 가지가 필요하게 된다. 이를 위해서 각각의 모터를 제어하기 위한 방법으로 슬라이딩 모드 제어를 사용하였다. 이 방법은 모델링에서 발생할 수 있는 오차와 외란에 대하여 강인성(Robustness)을 가지고 있기 때문에 이동로봇이 무인 반송차 등으로 사용되는 경우와 같이 모터에 걸리는 부하의 크기가 변동하는 경우에도 안정적인 속도 추종을 보장할 수 있다. 두 번째로 각각의 모터가 로봇 몸체에 연결되어 있을 때 여러 가지 외란에 의해 로봇의 몸체가 정확히 경로를 추종하지 못하는 경우에 대해서는 퍼지를 이용한 크로스 커플링 제어를 사용하였다. 이 제어기는 두 개의 모터에서 나오는 출력값을 이용하여 오차를 구하고, 다시 이를 퍼지 제어기의 입력으로 사용하였다. 그 후, 이 퍼지 제어기의 출력값으로 각각의 모터의 기준 입력값을 변화시켜, 로봇이 정확한 이동을 할 수 있도록 하였다.

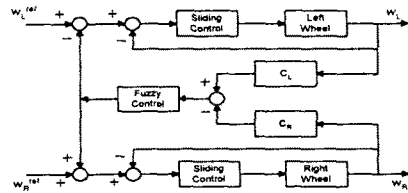


그림 1 제안된 경로제어기

2.2 슬라이딩 모드 제어기의 설계

2.2.1 모터와 모터 드라이버의 모델링

이동로봇에 사용된 모터와 모터 드라이버를 함께 모델링 하였다. 모터 드라이버에는 PI controller가 사용되었고 모델링을 간단히 하기 위해서 모터에서 다른 성분은 무시하고 토오크상수와 이너시아(Inertia)만을 고려하였다.

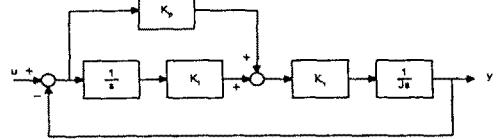


그림 2 플랜트의 블록 선도

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_p K_r}{J} s + \frac{K_i K_r}{J}}{s^2 + \frac{K_p K_r}{J} s + \frac{K_i K_r}{J}}$$

$$\ddot{y} + \frac{K_p K_r}{J} \dot{y} + \frac{K_i K_r}{J} y = \frac{K_r K_r}{J} \dot{u} + \frac{K_i K_r}{J} u$$

$$= v$$

이를 상태 공간 방정식으로 표시하기 위해 $x_1 = y = \omega$ 로, $x_2 = \dot{y} = \dot{\omega}$ 로 하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_p K_r}{J} & -\frac{K_i K_r}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

$$\dot{X} = AX + Bv$$

2.2.2 적용된 슬라이딩 모드 제어기

위에서 정의된 단일 입력 시스템에 대해 슬라이딩 모드 제어기를 설계하고자 한다. 위의 상태 공간 방정식에서 matrix A는 정확히 알려지지 않았으나, 변화 범위는 upper bounded되었다. 제어 문제는 matrix A에 존재하는 모델링 오차가 있을 때 출력 ω 가 기준 입력 ω_d 를 추종하도록 하는 것이다. 이 때 다음과 같은 절환 함수(switching function) s를 정의한다.

$$s = (\omega_d - \dot{\omega}) + \lambda(\omega_d - \omega)$$

여기에서 λ 는 양의 상수이다. 이 식의 양변을 미분하면, 다음을 얻게 된다.

$$s = (\ddot{\omega}_d - \dot{\omega}) + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega})$$

$$= (\ddot{\omega}_d + \frac{K_p K_r}{f} x_1 + \frac{K_v K_r}{f} x_2 - v) + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega})$$

이제, $ss < 0$ 을 항상 만족시킬 수 있도록 $\dot{s} = -\eta \cdot \text{sgn}(s)$ 를 만족시키는 속도 제어 입력 v 를 계산한다. 여기서 η 는 양의 상수이며, 부호 함수의 정의는 다음과 같다.

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} +1 & \text{if } s > 0 \\ -1 & \text{if } s < 0 \end{cases}$$

$ss < 0$ 는 trajectory가 절환평면 $S(t)$ 를 향해 움직이도록 하며, 슬라이딩 조건이라고 불린다[3][4].

이를 이용하여 제어 입력 v 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v = \hat{v} + \eta \cdot \text{sgn}(s)$$

여기서, \hat{v} 는 다음과 같으며, hat는 공칭값(nominal value)을 나타낸다.

$$\hat{v} = \ddot{\omega}_d + \frac{K_p \hat{K}_r}{f} x_1 + \frac{K_v \hat{K}_r}{f} x_2 + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega})$$

견실성 계수(robustness parameter) η 는 다음과 같이 구한다.

$ss < 0$ 에서,

$$s[(\ddot{\omega}_d + \frac{K_p K_r}{f} x_1 + \frac{K_v K_r}{f} x_2 - v) + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega})] < 0$$

$$s[(\ddot{\omega}_d + \frac{K_p K_r}{f} x_1 + \frac{K_v K_r}{f} x_2 - (\ddot{\omega}_d + \frac{K_p \hat{K}_r}{f} x_1 + \frac{K_v \hat{K}_r}{f} x_2 + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega}) + \eta \cdot \text{sgn}(s)) + \lambda(\dot{\omega}_d - \dot{\omega})] < 0$$

$$\eta > \left| \left(\frac{K_p K_r}{f} - \frac{K_p \hat{K}_r}{f} \right) x_1 \right| + \left| \left(\frac{K_v K_r}{f} - \frac{K_v \hat{K}_r}{f} \right) x_2 \right|$$

그러나, 부호 함수는 불연속 함수이기 때문에, 절환 함수의 값에 따라서 제어 입력이 불연속적으로 변하게 된다. 그러나, 실제 시스템은 유한한 응답속도를 가지고, 제어기와 샘플링 주기(sampling time)와 실제 시스템의 시간 지연 때문에 채터링(chattering) 현상이 나타나게 된다. 채터링 현상은 시스템을 모델링할 때 고려하지 않은 고주파에서의 모델링되지 않은 동적 특성을 유발시킬 수 있기 때문에, 부호 함수를 사용한 제어기는 실제 시스템에 비실용적이다.

포화 함수는 부호 함수가 불연속인데 반하여 연속인 함수이다. 포화 함수의 정의는 다음과 같다.

$$\text{sat}(s/\phi) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & \text{if } |s| > \phi \\ s/\phi & \text{if } |s| \leq \phi \end{cases}$$

여기서, ϕ 는 경계층(boundary layer)이다. 포화 함수는 경계층 밖에서만 부호 함수처럼 작용하고, 경계층 안에서는 선형 함수로 작용한다. 따라서, 오차가 클 때는 부호 함수의 영향이 제어 입력에 들어가게 한다. 경계층 안에서는 절환 함수의 값에 따라서 제어 입력의 크기가 달라지게 된다. 이와 같이 포화 함수를 사용하여 성능과 견실성 사이에서 절충을 한다.

포화 함수를 사용할 때의 제어 입력 v 는 다음과 같이 변한다.

$$v = \hat{v} + \eta \cdot \text{sat}(s/\phi)$$

2.3 적용된 크로스 커플링 제어기

크로스 커플링 제어기는 선반의 가공도구의 궤적을 제어하기 위해 제안된 제어기로서 Borenstein이 이동 로봇에 적용을 시도하였다[1][2]. 크로스 커플링 제어기는 평형상태에서 외부 외란이 있더라도 방향 오차가 0으로 수렴함을 보장하고 크로스 커플링 이득의 조정만으로 각 액츄에이터의 속도를 제어할 수 있다는 장점이 있다.

크로스 커플링 제어기의 기본 개념은 각각의 액츄에이터를 제어할 때 해당 액츄에이터의 피드백 신호이외에 다른 쪽 액츄에이터의 피드백 신호를 이용해서 제어신호를 생성하는 것이다.

그림 1에서 보는 바와 같이 제안한 크로스 커플링 제어기는 두 부분으로 구성되어 있다. 두 개의 모터에서 나오는

출력값에 각각 커플링 계수 C_L 과 C_R 을 곱하여 오차를 구하는 부분과 이 오차와 오차의 변화량을 입력값으로 하는 퍼지 제어가 그것이다.

먼저, 커플링 계수에 대해 살펴보고자 한다.

이동 로봇이 방향 오차를 갖지 않기 위해서는 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\frac{\omega_L}{\omega_L^{ref}} = \frac{\omega_R}{\omega_R^{ref}}$$

$$\omega_L - \frac{\omega_L^{ref}}{\omega_R^{ref}} \omega_R = 0$$

$$C_L \omega_L - C_R \omega_R = 0$$

$$\text{where } C_L = 1, \quad C_R = \frac{\omega_L^{ref}}{\omega_R^{ref}}$$

따라서 퍼지 제어기의 입력값 중의 하나인 오차값을 다음과 같이 정의할 수 있게 된다.

$$e = C_L \omega_L - C_R \omega_R$$

두 번째로 살펴볼 부분은 퍼지 제어기이다[5].

퍼지 입력 변수로서 오차와 오차의 변화량을 사용하였다. 이에 대한 소속 함수는 그림 3에서 나타낸 바와 같다. 여기에 사용되는 오차와 오차의 변화량에 대한 입력 소속 함수는 NB, NM, NS, ZO, PS, PM, PB로 정의한다. 이들은 각각 Negative Big, Negative Middle, Negative Small, Zero, Positive Small, Positive Medium, Positive Big을 나타낸다.

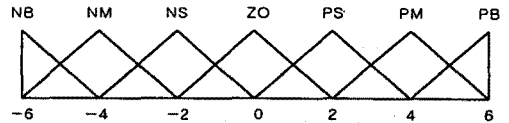


그림 3 오차와 오차의 변화량에 대한 소속 함수

다음으로 퍼지 제어기에서 가장 중요한 부분이 바로 제어 규칙을 정하는 것이다. 여기에서는 표 1과 같은 제어 규칙표를 작성하였다.

ce	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
e	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB

표 1 퍼지 제어 규칙표

추론 방법으로는 여러 가지 방법 중에서 가장 널리 사용되고 있는 Max-Min 합성법을 사용하였다.

$$\mu_{R_i}(e, ce, co) = \text{Min}(\mu_E(e), \mu_{CE}(ce), \mu_{CO}(co))$$

$$\mu_{CO} = \text{Max}(\mu_{R_i}(e, ce, co))$$

비퍼지화 방법으로는 무게 중심법(center of gravity)을 사용하였다. 이 방법은 소속 함수의 값을 갖는 모든 요소들의 무게 중심을 취하는 방법으로, 일반적으로 다른 방법들에 비해 우수한 성능을 보이는 경향이 있다.

$$co = \frac{\sum (co_i \times \mu(co_i))}{\sum \mu(co_i)}$$

2.4 실험 결과

앞에서 기술한 두 개의 제어기를 이동 로봇에 적용하여 컴퓨터 모의 실험을 통하여 성능을 검증하였다. 모의 실험에는 앞에서 구한 모델을 실제 모델로 가정하고 제어기를 설계하였다. 이 때 사용된 계수들의 값은 표 2와 같다.

모델링 오차와 이동 로봇의 비대칭성을 고려하기 위해 오른쪽 모터의 경우에는 표 2의 계수들보다 10% 더 작은 값을 사용하였고, 왼쪽 모터의 경우에는 10% 큰 값을 사용하였다.

기 호	값
K_p	9.7656
K_i	1.9531
K_r	0.0370
J	1.1820×10^{-4}

표 2 제어기 설계에 사용된 계수

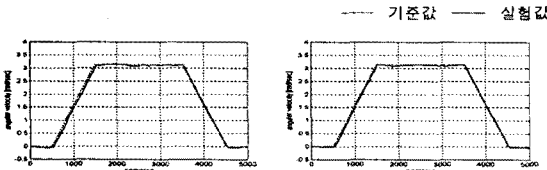
2.4.1 슬라이딩 모드 제어기의 실험

슬라이딩 모드 제어기의 성능을 평가하기 위해서 현재 상용화되고 있는 대부분의 모터 제어기에서 사용하는 PID 제어기와 비교하였다. 슬라이딩 모드 제어기에 사용된 매개 변수들의 값은 표 3과 같다.

값	η	ϕ	λ
값	300	2	100

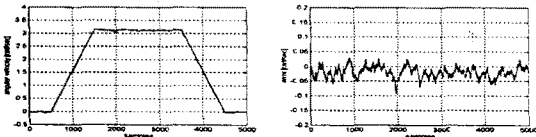
표 3 슬라이딩 모드 제어기에 사용된 매개 변수의 값

먼저, 사다리형 입력에 대한 응답을 살펴보았다. 이동 로봇과 같이 모터에 걸리는 부하가 큰 경우에는 출발과 정지 시에 관성을 고려하여야 한다. 따라서 출발과 정지 시에 부드러운 속도의 가감속이 있어야 하므로, 기준 속도로 다음과 같은 사다리형 입력 함수를 사용하였다. 기존의 PID 제어기는 시간 지연이 발생하였으나(그림 4), 슬라이딩 모드 제어기를 사용한 경우에는 시간 지연 없이 속도 추종을 할 수 확인할 수 있다(그림 5, 그림 6).

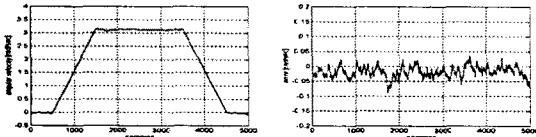


(a) 오른쪽 모터 (b) 왼쪽 모터

그림 4 PID 제어기를 사용한 경우의 사다리형 입력에 대한 응답



(a) 사다리형 입력에 대한 응답 (b) 오차
그림 5 슬라이딩 모드 제어기를 사용한 경우의 사다리형 입력에 대한 응답 (오른쪽 모터)



(a) 사다리형 입력에 대한 응답 (b) 오차
그림 6 슬라이딩 모드 제어기를 사용한 경우의 사다리형 입력에 대한 응답 (왼쪽 모터)

2.3.1 슬라이딩 모드 제어기와 퍼지 크로스 커플링 제어기의 결합에 의한 실험

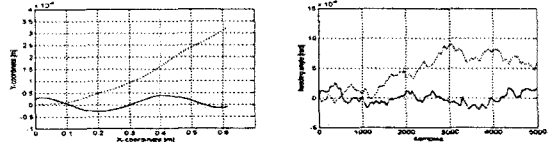
이 절에서는 앞에서 설계한 슬라이딩 모드 제어기에 퍼지 크로스 커플링 제어기를 결합하여 이 제어기가 이동 로봇의 방향각 오차에 미치는 영향을 살펴보고자 한다. 이동 로봇의 두 바퀴는 각각 그림 4의 각속도의 형태로 직선 경로를 주행한다고 가정하고 크로스 커플링 제어기의 성능을 실험하였다.

그림 7(a)에 크로스 커플링 제어기를 사용하는 경우와 사용하지 않았을 경우의 이동 로봇의 위치가 표시되어 있고,

그 때의 이동 로봇의 방향각을 그림 7(b)에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 크로스 커플링 제어기를 사용하지 않은 경우에는 두 모터의 특성 차이로 인해 이동 로봇이 한 쪽 방향으로 편향되어 움직이는 것을 확인할 수 있었다. 반대로 크로스 커플링 제어기를 사용할 경우에는 이러한 방향각 오차를 줄일 수 있었다.

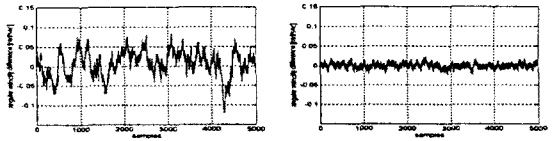
그림 8에 크로스 커플링 제어기를 사용하지 않았을 경우와 사용한 경우에 두 개의 모터에서 관측되는 각속도 차이를 표시하였다. 크로스 커플링 제어기를 사용하지 않은 그림 8에서는 각속도의 차이가 크로스 커플링을 사용한 (b)에 비해 크고, 전체적으로 (+)의 값을 내어 이동 로봇의 경로가 한 쪽 방향으로 편향되리라는 것을 예측할 수 있다. 퍼지 크로스 커플링 제어기를 사용한 경우에는 두 모터의 출력 차이가 감소하여 이동 로봇의 직진성을 향상시켰다.

— 크로스 커플링 제어기를 사용하지 않은 경우
— 크로스 커플링 제어기를 사용한 경우



(a) 위치 오차 (b) 방향각 오차

그림 7 위치와 방향각 오차



(a) 크로스 커플링을 사용하지 않은 경우 (b) 크로스 커플링을 사용한 경우

그림 8 양쪽 모터의 속도 차이

3. 결 론

본 논문에서는 PWS(Power Wheeled Steering) 방식의 이동 로봇의 경로 제어기를 설계하였다. 모터의 속도 제어를 위해 구해진 상태 공간 방정식을 가지고 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다. 이 제어기의 성능을 평가하기 위해서 기존의 PID 제어기와 비교하였다. 제안된 슬라이딩 모드 제어기는 모델링 오차에도 불구하고 안정적인 속도 추종을 할 수 있었고, PID 제어기에서 나타나는 시간 지연도 발생하지 않았다. PWS 방식의 이동 로봇에서 발생하는 가장 큰 문제는 방향각 오차이다. 본 논문에서는 이를 제거하기 위해서 퍼지 크로스 커플링 제어기를 사용하였다. 퍼지 제어기법을 사용하였기 때문에 이동 로봇과 같이 정확한 수학적 모델링이 어려운 경우에도 이 제어기를 적용시킬 수가 있었다. 이 제어기는 슬라이딩 모드 제어기와 함께 사용되어 방향각 오차를 줄이며, 동시에 슬라이딩 모드 제어기의 성능도 향상시켰다.

(참 고 문 헌)

- [1] L. Feng, Y. Koren and Borenstein, "Cross-Coupling Motion Controller for Mobile Robots," *Control System Magazine*, pp.35-43, Dec, 1993
- [2] L. Feng, Y. Koren and J. Borenstein, "A Mode Reference Adaptive Motion Controller for a Differential-Drive Mobile Robot," *Proc. of the 1994 IEEE Inter. Conf. on Robotics and Automation*, pp.3091-3096, 1994
- [3] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991
- [4] John Y. Hung, Weibing Gao and James C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.* vol.40, no.1, 1993
- [5] Kickart and E. H. Mamdani, "Analysis of Fuzzy Logic Controller," *Fuzzy Sets and System*, vol.1, no.1, pp.29-44, 1978