# Lagrangian Relaxation 방법에 기초한 발전기 기동 정지 계획의 구현

남영우, 김성수, 정해성, 한태경, 박종근
서울대학교 전기공학부

# Implementation of a Lagragian Relaxation Based Unit Commitment Scheduling

Y.W. Nam, S.S. Kim, H.S. Jung, T.K. Han, J. K. Park
School of Electrical Engineering Seoul National University

**Abstract** - We present the implementation of a Lagrangian Relaxation based large scale thermal Unit Commitment problem. The problem is decomposed into thermal subproblem by using Lagrangian multipliers. The thermal subproblem is solved by using dynamic programming.

we perform a numerical test using the thermal system of KEPCO over a week (168 hours) period. The programming language used for the test program is C. The result is compared with the priority list method.

## 1. 서 론

기동 정지 계획은 계통의 각 발전기의 시간별 ON/OFF 상태와 발전량을 결정하는 것으로 전력 계통 운용의 가장 중요한 부분이라 할 수 있다. 최적 기동 정지 계획은 예측된 수요와 예비력 등의 여러가지 제약 조건하에서 주어진 기간(24시간 혹은 168시간) 동안의 발전 비용을 최소화하는 것이다.

최적 기동 정지 계획은 아주 큰 비선형의 mixed-integer 프로그래밍 문제로 정식화되며, 최적해를 구하는 것이 아주 어렵다. 이 문제를 해결하기 위해 우선 순위법[1], 동적 계획법[1,2], Lagrangian Relaxation (LR) 방법[1,3,4,5,6]과 같은 다양한 해법이 시도되었다. 지금까지의 연구에 의하면 LR 방법이 대형 시스템에 가장 효과적인 방법으로 알려져 있다.[5]

본 논문에서는 LR 방법을 한국 전력의 화력 발전기 계통의 자료에 기초하여 일주일간(168시간) 기동 정지 프로그램을 구현하였다. 특히, 복합 화력 발전의 운전 특성을 잘 고려하도록 프로그램을 구현하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서 문제를 정식화와 복합 화력 발전기의 모델링을 제시하고, 3절에서는 LR 방법의 알고리즘을 설명하였다. 4절에서는 테스트의 결과를 제시하였다. 그리고 5절은 연구의 결론으로 구성된다.

## 2. 문제 정식화

### 2.1 목적 함수

최적 기동 정지 계획은 여러 가지 제약 조건을 만족하면서 발전 비용을 최소화하는 문제이다. 목적함수는 식(1)의 발전 비용 함수이고, 제약 조건은 시스템 제약 조건와 발전기 제약 조건으로 나누어 질 수 있다. 본 논문에서는 시스템 제약 조건으로 부하 제약 조건, 용량 제약 조건을 고려하였고, 발전기 제약 조건으로 발전기 출력 제한과 최소 정지 및 최소 운전 시간 제약조건을 고려하였다. 계획 기간은 168 시간(1주)으로 하였다.

minimize

$$F=\sum_{t=0}^{T}\Big[\sum_{i=0}^{N}F_i(P_{it})\,U_{it}+\sum_{c=0}^{M}F_c(P_{ct})\,U_{ct}\Big] \quad (1)$$

(1)시스템 제약 조건(system(coupling) constraints)

① 부하 제약 조건

$$\sum_{i=0}^{N}P_{it}\,U_{it}+\sum_{c=0}^{M}P_{ct}\,U_{ct}=D_t \quad (2)$$

② 용량 제약 조건

$$\sum_{i=0}^{N}\overline{P_i}\,U_{it}+\sum_{c=0}^{M}\overline{P_c}\,U_{ct}\geq D_t+R_t \quad (3)$$

$$t=1,2,3,\ldots,T$$

(2) 발전기 제약 조건(unit constraints)

② 출력 제약 조건

$$\underline{P_i}\leq P_{it}\leq\overline{P_i} \quad i=1,2,3,\ldots,N \quad (4)$$

$$\underline{P_c}\leq P_{ct}\leq\overline{P_c} \quad c=1,2,3,\ldots,M \quad (5)$$

② 최소 운전 및 최소 정지 시간

$F$: 총 발전 비용
$t$ : 시간 인덱스, $T$ : 계획 기간
$i$ : 화력 발전기 인덱스, $N$ : 화력 발전기 수
$c$ : 복합화력 발전기 운전 단위 인덱스
$M$: 복합화력 발전기 운전 단위 수
$F_i, F_c$: 화력 및 복합화력 발전기 비용 함수
$P_{it}$: $t$ 시간에서 $i$ 발전기의 발전량
$P_{ct}$: $t$ 시간에서 $c$ 복합화력 발전기의 발전량
$U_{it}$: $t$ 시간에서 $i$ 발전기의 기동정지 상태
$U_{ct}$: $t$ 시간에서 $c$ 복합화력 발전기의 기동정지 상태
(1: ON, 0:OFF)
$D_t$ : $t$ 시간 부하, $R_t$ : $t$ 시간 예비력
$\overline{P_i}, \underline{P_i}$: $i$ 발전기의 최대 최소 발전량
$\overline{P_c}, \underline{P_c}$: $c$ 복합화력 발전기의 최대 최소 발전량

### 2.2 복합 화력 발전기 모델링

복합화력 발전은 짧은 건설 기간, 작은 입지 면적, 높은 효율 그리고 기동 정지 용이 등의 장점으로 인해 최근에 주목을 받고 있으며, 우리 나라에서도 최근에 많이 건설되어 왔다. 복합화력 발전기의 기본 구성은 그림1과 같이 여러대의 가스터빈(G/T)에 한 대의 스팀터빈(S/T)이 연결되어 구성된다.

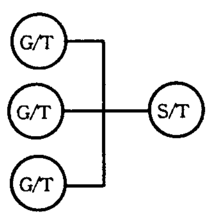


그림 1 복합화력 발전기 운전 단위

복합화력 발전기는 운전 형태에 따라 열부하 추종 운

전, 가스터빈 단독 운전, 전기부하 추종 운전, 최대 열부하 추종 운전, 열부하 전기부하 혼합 운전의 다섯가지 운전 모드가 있다.

이와 같이 복합화력 발전기는 운전 형태에 따른 특성과 발전기 구성에 따른 특성이 다양하다. 이러한 복합화력 발전기의 특성을 Lagrangian Relaxation 방법에서는 복합화력 발전기 부문제에서 DP법을 이용하여 적절히 고려할 수 있다.

본 논문에서는 그림 1과 같이 S/T을 기준으로 하나의 운전 단위로 처리하였다. 즉, 동일한 특성의 G/T들이 하나의 S/T에 연결된 형태로서 운전 단위 안의 기동 정지는 모두 동일한 것으로 처리한다.

본 논문에서는 G/T 단독 운전(모드 1), 전기 부하 추종 운전(G/T S/T 동시 운전 : 모드 2)의 두 가지 모드에 대한 고려를 하였다. 복합 화력 발전기는 초기 운전의 경우 모드 2로 운전할 수 없고, 모드 1로 운전 후 약 1시간(hot 기동)이나 2~3시간(cold 기동) 후에 모드 2로 운전을 할 수 있는 특성이 있다. 본 논문에서는 hot 기동을 기준으로 이러한 특성을 구현하였다.

모드별 운전 특성을 고려하기 위해 G/T의 모드 2 운전 특성식을 구해야만 한다. G/T의 모드 1, 모드 2의 운전 특성식를 각각

$$F_1 = a_1 P_1^2 + b_1 P_1 + c_1 \quad F_2 = a_2 P_2^2 + b_2 P_2 + c_2$$

라고 했을 때, 추가 연료비가 없고 G/T와 S/T의 출력의 비가 일정하다는 가정하에서 모드 2의 운전 특성식 계수 $a_2, b_2, c_2$를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$P_1 = P_2\, a \qquad a = \frac{G_M}{G_M + S_M}$$

$$a_1 P_1^2 + b_1 P_1 + c_1 = a_2 P_2^2 + b_2 P_2 + c_2$$

$$a_2 = a_1\, a^2$$
$$b_2 = b_1 a$$
$$c_2 = c_1$$

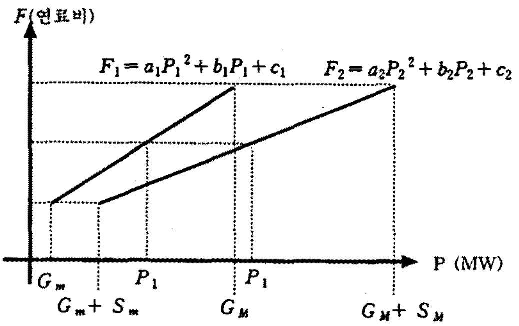


그림 2 모드별 운전 특성식

## 3. Lagrangian Relaxation

### 3.1 라그랑지안 듀얼 문제

기동정지 문제는 lagrangian multiplier에 의해 시스템 제약조건이 이완된 라그랑지 듀얼 함수를 이용하여 구할 수 있다.

라그랑지 듀얼 함수는 다음과 같다.

$$L(\lambda,\mu) = F + \sum_{t=0}^{T} \lambda_t \Big[ D_t - \sum_{i=0}^{N} P_{it}\, U_{it} - \sum_{c=0}^{M} P_{ct}\, U_{ct} \Big] + \sum_{t=0}^{T} \mu_t \Big[ D_t + R_t - \sum_{i=0}^{N} \overline{P_i}\, U_{it} - \sum_{c=0}^{M} \overline{P_c}\, U_{ct} \Big] \tag{6}$$

$$\begin{aligned} L = & \sum_{i=0}^{N} \sum_{t=0}^{T} \{ [\, F_i(P_{it}) - \lambda_t P_{it} - \mu_t \overline{P_i} ]\, U_{it} \} \\ & + \sum_{c=0}^{M} \sum_{t=0}^{T} \{ [\, F_c(P_{ct}) - \lambda_t P_{ct} - \mu_t \overline{P_c} ]\, U_{ct} \} \\ & + \sum_{t=0}^{T} [\, \mu_t (D_t + R_t) + \lambda_t D_t ] \end{aligned} \tag{7}$$

$\lambda_t$ : 부하제약 조건의 lagrangian multiplier

$\mu_t$ : 용령제약 조건의 lagrangian multiplier

듀얼 함수의 해가 primal 힘수의 해에 대한 하한이 되므로 primal 목적 함수의 해는 듀얼l 함수를 최대화하여 구해질 수 있다.[3,5] 듀얼 함수의 해를 구하기 위해 subgradient 알고리즘을 사용하였다.[5]

$$d(\lambda,\mu) = \max_{\lambda,\mu} \Big\{ \min_{P,U} L(\lambda,\mu) \Big\} \tag{8}$$

결국, 식(8)은 식(7)에서 알 수 있듯이 개별 발전기의 최소화 문제로 식 (9)와 같이 분리할 수 있다.

$$\max \Big\{ \sum_{i=0}^{N} [\min L_i] + \sum_{c=0}^{M} [\min L_c] \Big\} + Const \tag{9}$$

$$\begin{aligned} L_i &= \sum_{t=0}^{T} \{ [\, F_i(P_{it}) - \lambda_t P_{it} - \mu_t \overline{P_i} ]\, U_{it} \} \\ L_c &= \sum_{t=0}^{T} \{ [\, F_c(P_{ct}) - \lambda_t P_{ct} - \mu_t \overline{P_c} ]\, U_{ct} \} \\ Const &= \sum_{t=0}^{T} [\, \mu_t (D_t + R_t) + \lambda_t D_t ] \end{aligned} \tag{10}$$

### 3.2 Lagrangian Relaxation 알고리즘

듀얼 문제는 다음의 순서에 의해 구해진다.

① $\lambda, \mu$를 초기화한다.
② 주어진 $\lambda, \mu$에 대해 발전기별 부문제를 푼다.
③ 용량 제약 조건이 만족하지 않으면, $\lambda, \mu$를 update하여 ②로 돌아간다.
④ 용량 제약 조건이 만족하면 경제 급전 문제를 풀어서 각 발전기의 발전량을 결정한다.
⑤ 구해진 해의 수렴 여부를 판단하여 수렴하지 않았으면, $\lambda, \mu$를 update하여 ②로 돌아간다.

위의 과정은 그림 3로 나타내어 진다.

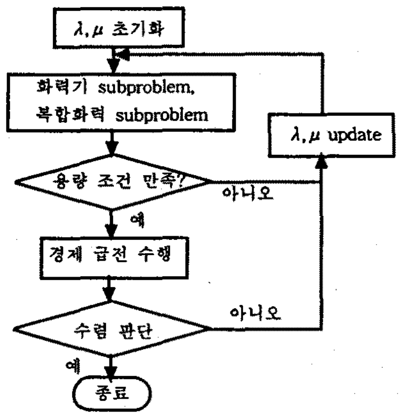


그림 3 LR 알고리즘의 순서도

### 3.3 발전기 부문제

발전기 부문제는 주어진 $\lambda, \mu$에 대해서 $L_i$를 최소화 시키는 $U_{it}, P_{it}$를 결정하는 문제로서 DP법으로 해를 구할 수 있다.[3,4] 그리고, 복합화력 발전기 부문제는 $L_c$를 최소화 시키는 문제로 같은 방법으로 해를 구할 수 있다. 그러나, 복합 화력 발전기는 앞에서 언급했듯이 구성과 운전 형태에 따라 다양한 특성을 가지므로 이를 고려하기 위해 본 논문에서는 다음과 같은 방법으로 프로그램 구현에 적용시켰다.

$$\min \sum_{t=0}^{T} \{ [\, F_c(P_{ct}) - \lambda_t P_{ct} - \mu_t \overline{P_c} ]\, U_{ct} \} \tag{11}$$

복합 화력 발전기 운전 단위의 발전 비용($F_c$)은 G/T의 비용의 합이 되고, 모드에 따라 다른 비용 함수를 쓴다. 모드에 따른 비용과 발전량 및 최대 발전량은 다음과 같다.

모드 1일 경우 $F_c(P_{ct}) = \sum_{g=0}^{G} F_{gt}(P_{gt})$

$$P_{ct}=\sum_{g=0}^{G} P_{g1t} \quad \overline{P_c}=\sum_{g=0}^{G}\overline{P_g}$$

모드 2일 경우 $F_c(P_{ct})=\sum_{g=0}^{G} F_{g2}(P_{g2t})$

$$P_{ct}=\sum_{g=0}^{G} P_{g2t} \quad \overline{P_c}=\sum_{g=0}^{G}\overline{P_g}+\overline{P_s}$$

$g$ : 복합 화력 발전기 $c$에 속한 G/T 인덱스
$G$ : 복합 화력 발전기 $c$에 속한 G/T 수
$F_{g1}$ : G/T $g$의 모드 1 비용 함수
$F_{g2}$ : G/T $g$의 모드 2 비용 함수
$\overline{P_g}$ : G/T $g$의 최대 발전량
$\overline{P_s}$ : S/T의 최대 발전량

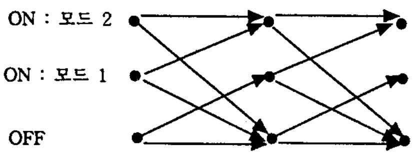


그림 4 복합화력 발전기 상태 그래프

그림 4는 복합화력 발전기 상태 그래프를 나타내는 것으로 발전기가 OFF상태에서 ON상태가 될 때 모드 1로 운전이 된다. 그리고 hot 기동의 경우, 1시간 후에 모드 2로 운전을 한다. 상태 그래프와 같이 가능한 모든 상태를 계산하여, 주어진 $\lambda, \mu$에 대해 $L_c$를 최소화한다.

### 3.4 lagrange multiplier update

$\lambda, \mu$는 subgradient 알고리즘에 의해 update된다.[5]

$$\lambda_t^{k+1}=\lambda_t^k+\alpha_k\left[D_t-\sum_{i=0}^{N}P_{it}U_{it}-\sum_{c=0}^{M}P_{ct}U_{ct}\right]$$

$$\mu_t^{k+1}=\max\left(0,\mu_t^k+\alpha_k\left[D_t+R_t-\sum_{i=0}^{N}\overline{P_i}U_{it}-\sum_{c=0}^{M}\overline{P_c}U_{ct}\right]\right) \quad (12)$$

$$\alpha_k=\frac{1}{a+bk}$$

## 4. 테스트 결과

테스트에 사용된 시스템은 한국전력의 화력 발전기 계통의 자료에 기초하여, 한국전력 화력 발전기 계통에 근사하도록 만든 가상적인 시스템으로 25개의 복합 화력 발전기 운전 단위와 64개의 화력 발전기로 구성되어 있다. 수력이나 양수 발전은 문제의 단순화를 위하여 생략하였으며, 사용된 주간 부하량은 국내 부하량을 바탕으로 하였다. 그림 5는 테스트에 사용된 주간 부하 곡선이며, 예비력은 표1과 같이 하였다.

| 시간 | 예비력(MW) |
|---|---|
| 1~8 | 1000 |
| 9~24 | 1500 |

표 1 시간별 예비력

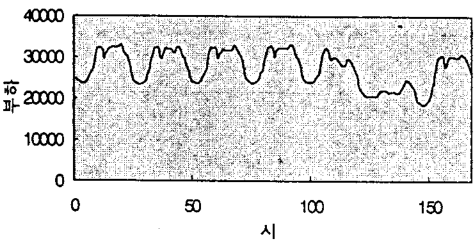


그림 5 주간 부하 곡선

표 2는 LR 방법과 우선순위법에 의한 발전기 기동 정지 계획의 발전 비용을 비교한 것이다. LR방법이 우선순위법보다 최적해에 가까움을 확인할 수 있는데, 이것은 다음과 같이 설명될 수 있다. 우선순위법은 일반적으로 특정 발전량에서의 평균비용이나 등증분 비용을 기준으로 우선순위를 정한다. 따라서, 발전기의 발전량의 변화에 따른 비용의 변화를 전혀 고려하지 못하는 단점이 있다. 그러나, LR방법에서는 시스템의 $\lambda, \mu$를 변화시키면서 각각의 발전기에 대한 전체 발전량 영역에서의 등증분 비용을 고려할 수 있기 때문에 우선순위법보다 최적해에 가까운 해를 얻을 수 있다.

| | 우선 순위법 | LR 방법 | % |
|---|---|---|---|
| 비용[백만원] | 62306 | 61820.9 | 0.78 |

표 2 발전 비용의 비교

## 5. 결 론

LR 방법은 시스템 제약 조건을 이완시켜, 전체 발전 비용의 최소화라는 원래 문제를 개별 발전기의 발전 비용 최소화 문제로 분리하여 해를 구한다. 이렇게 발전기별 부문제로 분리하여 계산하기 때문에 발전기별 제약 조건을 잘 고려할 수 있고, 특히 복합 화력 발전기의 운전 모드에 따른 특성을 잘 고려할 수 있다.

본 논문에서는 우리 나라 계통의 화력 발전 시스템과 거의 유사한 시스템에 대해 프로그램으로 구현하였다. 특히, 복합 화력 발전기의 운전 특성를 잘 고려하도록 하였으며, 우선 순위법보다 최적해에 가까움을 확인할 수 있었다.

### [참 고 문 헌]


[1] A.J.Wood and B.F.Wollenberg, "Power Generation , Operation and Control", John Wiley and Sons, New York, 1996.

[2] C.K.Pang and H.C.Chen, "Optimal Short-Term Unit Commitment", IEEE Trans. on Power Apparatus and System, Vol. PAS_95, No.4, pp 1336-1446, July/august 1976.

[3] J.A.Muckstadt and S.A.Koenig, "An Application of Lagrangian Relaxation to Scheduling in Power Generation Systems", Operations Research, Vol.25, No.3, pp 387-403, May-June 1977.

[4] F.Zhuang and F.D.Galiana, "Toward a Moer Rigorous and Practical Unit Commitment by Lagrangian Relaxation", IEEE Trans. on Power Systems, Vol.3, No.2, pp 763-773, May 1988.

[4] A.Merlin and P.Sandrin, "A New Method for Unit Commitment at Electricite de France", IEEE Trans. on Power Apparatus and System, Vol. PAS_102, No. 5, pp 1218-1225, May 1983.

[6] S.Virmani, E.Adrian, K.Imhof, S.Mukherjee, "Implementation of a Lagrangian Relaxation Based Unit Commitment Problem", IEEE Trans. on Power Systems, Vol.4, No.4,pp 1373-1379, October 1989