

시정수를 포함한 완전한 계통상태행렬 구성과 부분행렬들간의 관계

노규민* 김덕영** 이종석*** 권세혁***
 * 충청대학 ** 군산대학교 *** 고려대학교

A Constitution of System State Matrix and the Relation of Submatrices with Time Constants

K.M.Rho* D.Y.Kim** J.S.Lee*** S.H.Kwon***
 * Chung Cheong College ** Kun San University *** Korea University

Abstract - The method of building the system state matrix described here is the direct method which constructs elements of state matrix directly by the algebraic expressions from the machine data with time constants. From this method, it is reasonable to confirm the structure of state matrix and the relation of submatrices and elements efficiently. In this paper the interrelationship of submatrices of system matrix is investigated and a constitution of system matrix considering time constants.

준으로 표현한 것이 식(4)이다.

$$\bar{I}_i = \begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} \quad \bar{V}_i = \begin{bmatrix} V_{di} \\ V_{qi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

i번째 발전기 q 축과 계통기준과의 각도차를 δ_i 라 하면 두개 기준으로 표현한 전압, 전류간에는 식(5)의 관계가 성립한다.

$$\bar{V}_i = T_i \bar{V}_i \quad \bar{I}_i = T_i \bar{I}_i \quad \text{여기서 } T_i = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

전압과 전류를 발전기 q축 기준에 대한 식으로 나타내기 위해 식(5)를 식(1)에 치환하여 정리하면 i번째 발전기 주입전류 \bar{I}_i 는 식(6)과 같다.

$$\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n [T_i^{-1}] [Y_{ik}] [T_k] \bar{V}_k \quad (6)$$

윗 식을 주어진 동작점(첨자 "o"로 구별한다)에 대하여 미소신호 선형화하면 식(7)과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} \Delta = \sum_{k=1}^n [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] [T_{ko}] \begin{bmatrix} V_{dk} \\ V_{qk} \end{bmatrix} \Delta + \sum_{k=1}^n [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] \left[\frac{d}{d\delta_k} [T_k] \right] \delta_{kj} \begin{bmatrix} V_{dko} \\ V_{qko} \end{bmatrix} \delta_{kj} + \sum_{k=1}^n \left[\frac{d}{d\delta_i} [T_i^{-1}] \right] \delta_{io} [Y_{ik}] [T_{ko}] \begin{bmatrix} V_{dko} \\ V_{qko} \end{bmatrix} \delta_{kj} + \left[\frac{d}{d\delta_i} [T_i^{-1}] [Y_{ii}] [T_i] \right] \delta_{io} \begin{bmatrix} V_{djo} \\ V_{qjo} \end{bmatrix} \delta_{ij} \quad (7)$$

표현을 간단히 하기 위하여 미소변화분 "Δ"는 없애기로 한다. 위의 식을 정리하면 식(8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] [T_{ko}] \begin{bmatrix} V_{dk} \\ V_{qk} \end{bmatrix} - \sum_{k=1}^n [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] [T_{ko}] \left[-\frac{V_{dko}}{V_{dko}} \right] \delta_k + \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] [T_{ko}] \begin{bmatrix} V_{dko} \\ V_{qko} \end{bmatrix} \delta_i + [C_{io}] \begin{bmatrix} V_{djo} \\ V_{qjo} \end{bmatrix} \delta_i \quad (8)$$

$G_{2ii} = G_{1ii}$ 이고 $B_{2ii} = B_{1ii}$ 인 경우에는 식(8)의 C_{io} 행렬은 영행렬이 되므로 네번째 항은 소멸된다. 위의 수식에서 첫번째, 두번째 및 세번째 항에 보이는 3개의 행렬 곱을 $[M_{ik}]$ 라 하여 식(9)와 같이 치환하였다.

$$[M_{ik}] = [T_{io}^{-1}] [Y_{ik}] [T_{ko}] \quad (9)$$

식(9)를 식(8)에 대입하여 정리하면 식(10)과 같이 표기할 수 있다.

1. 서론

미소신호 안정도해석에 관한 해석 수법은 여러 가지를 들 수 있으나 그중 가장 좋은 방법은 계통상태행렬을 구성하고 상태변수별로 모든 고유치를 구하는 고유치 해석법이다. 고유치 해석법은 계통 내의 발전기, 제어계통 송전선 및 부하를 수학적 모델로 표현하여 선형화 과정을 거친 다음 상태공간 방정식을 만들어 계통상태행렬로부터 고유치를 구하여 계통의 안정도 여부를 판별하는 기법이다.

기존의 상태행렬 구성방법은 발전기의 q축, d축 시정수값과 제어계통의 시정수값을 상태행렬원소의 대수적 표현에 포함시키지 않았다. 즉 발전기 및 제어계통 상태방정식을 이용하여 구성된 계통상태행렬 내부에 발전기의 q축, d축 시정수값과 제어계통의 시정수값을 포함시키지 않고 모델링하였으나 본 연구에서는 이러한 시정수값들을 전부 행렬원소에 포함시켜 완전한 상태행렬을 구성하여 모델의 정확성을 높였다.

2. 발전기 단자전류 성분들의 선형화

다기계통의 회로망 방정식을 구성하기 위한 첫 단계로서 전압과 전류를 계통 기준에 대하여 표시하여 식(1)과 같은 어드미턴스 행렬을 구성해야 한다.

$$\bar{I}_{BUS} = Y_{BUS} \bar{V}_{BUS} \quad (1)$$

부하를 일정 임피던스 부하가 아닌 비선형성을 가진 일정 전류부하 및 일정 MVA부하일 경우도 해석할 수 있도록 하기 위하여 \bar{I}_i 및 \bar{V}_i 를 각각 계통기준에 대한 성분으로 분해하면 식(2)와 같다.

$$\bar{I}_i = \begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} \quad \bar{V}_i = \begin{bmatrix} V_{di} \\ V_{qi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

그리고 Y_{BUS} 행렬의 원소 Y_{ik} 는 식(3)과 같은 2×2 행렬이 된다.

$$Y_{ik} = \begin{bmatrix} G_{1ik} & -B_{1ik} \\ B_{2ik} & G_{2ik} \end{bmatrix} \quad (3)$$

모든 부하가 일정 임피던스 특성일 때는 $G_{1ik} = G_{2ik}$ 이고 $B_{1ik} = B_{2ik}$ 이다.

각 발전기 단자전압 및 주입전류를 발전기 q축을 기

$$[X_i][M_{ii}] - [U_2] = \begin{bmatrix} B_{ii}(X_{di} - X'_i) - 1 & G_{ii}(X_{di} - X'_i) \\ -G_{ii}(X_{qi} - X'_i) & B_{ii}(X_{qi} - X'_i) - 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

식(17)에서 부분행렬 A_{VV}, A_{VA} 에 대한 각 원소들의 대수적 표현에 대하여 알아보자. 이축모델의 전압방정식 대수적 표현식인 식(14)에서 발전기 시정수 τ'_{doi} 및 τ'_{oqi} 로 식(18), (19)를 각각 나누면 식(20), (21)과 같이 구할 수 있다.

부분행렬 A_{VV}

▶ 대각블록(2×2)

$$A_{VV}(i, i) = [\tau'_{doi}]^{-1}([X_i][M_{ii}] - [U_2])$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{B_{ii}(X_{di} - X'_i) - 1}{\tau'_{doi}} & \frac{G_{ii}(X_{di} - X'_i)}{\tau'_{doi}} \\ -\frac{G_{ii}(X_{qi} - X'_i)}{\tau'_{doi}} & \frac{B_{ii}(X_{qi} - X'_i) - 1}{\tau'_{doi}} \end{bmatrix}$$

여기서 $[\tau'_{doi}] = \begin{bmatrix} \tau'_{doi} & 0 \\ 0 & \tau'_{oqi} \end{bmatrix} \quad (20)$

▶ 비대각블록(2×2), $i \neq k$

$$A_{VV}(i, k) = [\tau'_{doi}]^{-1}[X_i][M_{ik}] \quad (21)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{a_{ik}(X_{di} - X'_i)}{\tau'_{doi}} & \frac{b_{ik}(X_{di} - X'_i)}{\tau'_{doi}} \\ -\frac{b_{ik}(X_{qi} - X'_i)}{\tau'_{oqi}} & \frac{a_{ik}(X_{qi} - X'_i)}{\tau'_{oqi}} \end{bmatrix}$$

부분행렬 A_{VA}

▶ 대각블록(2×1)

$$A_{VA}(i, i) = -[\tau'_{doi}]^{-1} \sum_{k=1}^n [X_i][M_{ik}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{oko} \end{bmatrix}$$

$$= -\sum_{k=1}^n A_{VV}(i, k) \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{oko} \end{bmatrix}$$

$$= -\sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \frac{a_{ik}(X_{di} - X'_i)}{\tau'_{doi}} E'_{dko} - \frac{b_{ik}(X_{di} - X'_i)}{\tau'_{doi}} E'_{oko} \\ -\frac{b_{ik}(X_{qi} - X'_i)}{\tau'_{oqi}} E'_{dko} - \frac{a_{ik}(X_{qi} - X'_i)}{\tau'_{oqi}} E'_{oko} \end{bmatrix} \quad (22)$$

▶ 비대각블록(2×1), $i \neq k$

$$A_{VA}(i, k) = [\tau'_{doi}]^{-1}[X_i][M_{ik}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{oko} \end{bmatrix}$$

$$= A_{VV}(i, k) \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{oko} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{a_{ik}(X_{di} - X'_i)E'_{dko} - b_{ik}(X_{di} - X'_i)E'_{oko}}{\tau'_{doi}} \\ -\frac{b_{ik}(X_{qi} - X'_i)E'_{dko} - a_{ik}(X_{qi} - X'_i)E'_{oko}}{\tau'_{oqi}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

부분행렬 A_{VV} 의 대각블록인 $A_{VV}(i, i)$ 와 부분행렬 A_{VA} 의 대각블록인 $A_{VA}(i, i)$ 는 간단하게 관련지을 수 없지만 이들의 비대각블록인 $A_{VV}(i, k)$ 와 $A_{VA}(i, k)$ 사이에는 간단한 관계가 있다. 즉 식(21)와 식(23)에서 $A_{VA}(i, k)$ 는 $A_{VV}(i, k)$ 에 $[E'_{dko}, -E'_{oko}]$ 를 뒤에서 곱함으로써 구할 수 있다. 이런 관계를 이용하여 시정수를 포함한 완전한 상태행렬의 대수적 표현을 이용한 고유치 결과를 검증하기 위하여 브라질의 CEPEL에서 개발한 PACDYN Program을 이용하여 참고문헌[1]에서 제시된 것과 같은 초기 동작점에서 그림2의 시험계통의 전기기

계적인 주요 진동모드를 구하여 표1에 기술하였다.

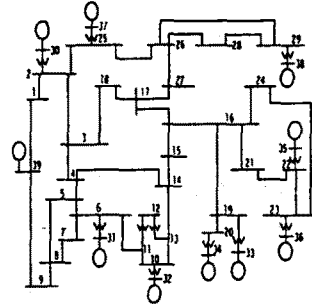


그림 2 뉴잉글랜드 시험계통 구조도

Fig. 2 Single line diagram for New England test system

표 1 대수적 표현과 PACDYN program을 이용한 뉴잉글랜드 시험계통의 전기기계적 진동모드

Table 1 Electromechanical oscillatory modes of New England test system using algebraic expression and PACDYN program

모드	대수적표현 결과	PACDYN program 결과
1	-0.7512 ± j9.4767	-0.7511 ± j9.4768
2	-0.5756 ± j9.1723	-0.5766 ± j9.1725
3	-0.4055 ± j7.9789	-0.4055 ± j7.9787
4	-0.3755 ± j7.0890	-0.3704 ± j7.0935
5	-0.3292 ± j6.3839	-0.3240 ± j6.3738
6	-0.3072 ± j5.7983	-0.3035 ± j5.7914
7	-0.2702 ± j3.7466	-0.2707 ± j3.7431
8	-0.6902 ± j1.7539	-0.6913 ± j1.7614
9	-0.9283 ± j1.0285	-0.9291 ± j1.0329
10	-2.2482 ± j0.9689	-2.2488 ± j0.9671

5. 결론

본 논문에서는 전력계통의 미소신호 안정도해석을 하기 위한 상태행렬구성에서 시정수를 포함한 원소의 대수적 표현에 대하여 살펴보았다. 또한 상태행렬을 부분블럭화하여 부분행렬들간의 관계에 대하여 살펴보았다.

발전기정수와 제어계통정수가 주어진다면 미소신호 안정도해석시 가장 기본이 되는 계통상태행렬을 대수적 연산만으로 구성할 수 있는 직접 계산법을 제시하였다. 즉 역행렬과 행렬곱 등의 행렬연산을 할 필요없이 상태행렬의 각 원소를 대수적 연산만으로 직접 계산할 수 있도록 하였다. 기존의 상태행렬원소의 대수적 표현에서는 발전기 및 제어계통의 시정수를 포함시키지 않았으나 본 연구에서는 이들 시정수들을 상태행렬원소의 대수적 표현에 포함시켜 완전한 형태의 대수적 표현을 기술함에 초점을 두었다. 또한 상태행렬을 몇 개의 부분블럭으로 나누어 계통조건이나 제어기 정수 또는 발전기와 송전선 정수를 바꾸어가며 고유치를 반복 계산하는 경우 해당되는 부분만을 다시 계산하여 상태행렬이 구성될 수 있으므로 매우 효과적으로 계통의 동적특성을 해석하는 것이 가능하게 되었다.

6. 참고문헌

- [1]P.M.Anderson and A.A. Fouad, "Power System Control and Stability", Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.
- [2]PACDYN User's Manual, Version3.0, October, 1994.
- [3]V.Arcidiacono, E.Ferrari, R.Marconato, J.D.Ghali, D.Grandez, "Evaluation and Improvement of Electromechanical Oscillation Damping by Means of Eigenvalue-Eigenvector Analysis", IEEE Trans., PAS-99, March/April 1980, pp. 769-778.
- [4]"전력계통 안정도에 관한 연구", 기초전력공학공동연구소, 과제관리번호 94-지-1, 1997.9

$$\begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^m [M_{iko}] \begin{bmatrix} V_{qk} \\ V_{dk} \end{bmatrix} - \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -V_{dko} \\ -V_{qko} \end{bmatrix} \delta_k \quad (10)$$

$$+ \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -V_{dko} \\ -V_{qko} \end{bmatrix} \delta_i$$

이 식을 r번째 발전기의 q축 위상각 δ_r 를 기준으로 절대각이 아닌 각도차 δ_{rk} 및 δ_n 처럼 식(11)로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^m [M_{iko}] \begin{bmatrix} V_{qk} \\ V_{dk} \end{bmatrix} + \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -V_{dko} \\ -V_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk} \quad (11)$$

$$- \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -V_{dko} \\ -V_{qko} \end{bmatrix} \delta_{ri}$$

3. 다수발전기 계통의 미분방정식

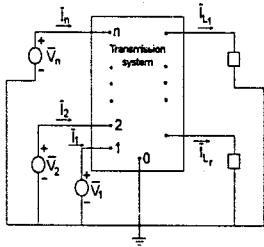


그림 1 축약된 n-포트 회로망
Fig. 1 Reduced n-port network

그림 1에 나타난 n개 발전기 중 1에서부터 m까지의 발전기는 이축모델로 모델링하고, (m+1)에서부터 n까지 (n-m)개의 발전기는 고전모델로 모델링한 경우를 생각하여 계통의 선형화된 미분방정식에 대하여 살펴본다.

고전모델의 동요방정식은 다음과 같다.

$$\tau_i \dot{\omega}_i = -E'_{io} I_{qi} - D_i \omega_i + T_{mi} \quad (12)$$

$$\delta_i = \omega_i, \quad \text{여기서 } i = m+1, m+2, \dots, n$$

그림 1에 표시한 각 발전기 모선을 발전기 내부모선으로 생각하고 발전기의 저항 및 발전기 직축 과도리액턴스 X'_{di} 가 이미 어드미턴스행렬 계산시 고려되었다고 하면 식(11)의 V_{qk}, V_{dk} 는 내부기전력의 q 및 d성분 즉 E'_{qk} 및 E'_{dk} 와 같다. 일정 임피던스인 경우 식(11)을 식(12)에 치환하여 정리하면 다음과 같은 식(13)을 구할 수 있다.

$$\tau_i \dot{\omega}_i = -[E'_{io}, 0] \sum_{k=m+1}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$- [E'_{io}, 0] \sum_{k=m+1}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk}$$

$$+ [E'_{io}, 0] \sum_{k=m+1}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{ri}$$

$$- D_i \omega_i + T_{mi}$$

$$\delta_i = \omega_i, \quad \text{여기서 } i = m+1, m+2, \dots, n$$

이축모델에 대한 전압방정식과 동요방정식은 아래식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \tau'_{doi} \dot{E}'_{qi} \\ \tau'_{qoi} \dot{E}'_{di} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} + [X_i] \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_i \dot{\omega}_i = -[I_{qio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} - [E'_{qio}, E'_{dio}] \begin{bmatrix} I_{qi} \\ I_{di} \end{bmatrix}$$

$$- D_i \omega_i + T_{mi}$$

$$\delta_i = \omega_i, \quad \text{여기서 } i = 1, 2, \dots, m,$$

$$[X_i] = \begin{bmatrix} 0 & (X_{di} - X'_{di}) \\ -(X_{qi} - X'_{di}) & 0 \end{bmatrix}$$

과도 돌극성을 무시하고 일정 임피던스인 경우 이축 모델 표현은 위식에 식(11)을 치환하여 정리하면 식(14), (15)와 같이 표기할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tau'_{doi} \dot{E}'_{qi} \\ \tau'_{qoi} \dot{E}'_{di} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^m [X_i] [M_{iko}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix}$$

$$+ \sum_{k=i}^n [X_i] [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk}$$

$$- \sum_{k=i}^n [X_i] [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{ri} + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\tau_i \dot{\omega}_i = -[I_{qio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E'_{qi} \\ E'_{di} \end{bmatrix}$$

$$- [E'_{qio}, E'_{dio}] \sum_{k=1}^m [M_{iko}] \begin{bmatrix} E'_{qk} \\ E'_{dk} \end{bmatrix}$$

$$- [E'_{qio}, E'_{dio}] \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{rk} \quad (15)$$

$$+ [E'_{qio}, E'_{dio}] \sum_{k=i}^n [M_{iko}] \begin{bmatrix} -E'_{dko} \\ -E'_{qko} \end{bmatrix} \delta_{ri}$$

$$- D_i \omega_i + T_{mi}$$

$$\delta_i = \omega_i, \quad \text{여기서 } i = 1, 2, \dots, m$$

임의의 i번째 발전기 방정식을 기술하였는데 계통내의 방정식을 쓰는 순서를 발전기 순서가 아니라 각 발전기의 전압방정식을 먼저 쓰고 동요방정식을 쓰는 순서로 하여 상태변수들을 아래와 같이 식(16)처럼 배열한다.

$$X_G = [E', \omega', \delta']' \quad (16)$$

계통상태행렬 A를 전압 벡터 E', 각속도 벡터 ω 및 위상각 벡터 δ 별로 분할하여 식(17)와 같이 부분행렬로 나누어 정의하였다.

$$A = \begin{bmatrix} A_{VV} & 0 & A_{VA} \\ A_{SV} & A_{SS} & A_{SA} \\ 0 & A_{AS} & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식(17)에서 계통상태행렬의 각 부분행렬 블록들 또는 원소들을 발전기 시정수, 리액턴스, 어드미턴스행렬의 원소들, 발전기 내부전압 성분들의 초기치 등으로 구성된 대수적인 수식들로 정리하였다. 첨자 V는 전압 방정식, S는 동요 방정식에서 각속도, A는 동요 방정식에서 부하각에 관련된 부분행렬을 의미한다. 부분블록 행렬을 살펴보면 A_{VV}, A_{VA}, A_{SV} , 및 A_{SA} 부분행렬은 완전히 들어찬 행렬로 원소값이 영이 없다. 이 경우 A_{VV} 의 행렬 블록과 A_{VA} 의 행렬블록간의 관계를 이용하면 쉽게 행렬 원소의 값을 직접 구할 수 있으므로 대수적 표현에 의한 행렬원소 계산 방법의 장점이 두드러진다.

4. 부분행렬원소의 대수적 표현 및 부분블록간의 상호관계

부분행렬들간의 상호관계를 이용하여 일정 임피던스 부하의 경우와 같이 간단한 경우에 대한 대수적 표현을 보였다. 계산 중간단계로서 많이 나오는 부분블록 원소들의 대수적 표현을 정리하여 식(18), (19)에 보였다.

$$[X_i] [M_{iko}] = \begin{bmatrix} a_{ik} (X_{di} - X'_i) & b_{ik} (X_{di} - X'_i) \\ -b_{ik} (X_{qi} - X'_i) & a_{ik} (X_{qi} - X'_i) \end{bmatrix} \quad i \neq k \quad (18)$$

$$\text{여기서 } a_{ik} = B_{ik} \cos \delta_{ik} - G_{ik} \sin \delta_{ik}$$

$$b_{ik} = G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}$$